Л. Н. Брагинский,
В. И. Бегачев,
В. М. Барабаш

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В ЖИДКИХ СРЕДАХ

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА



ЛЕНИНГРАД • «ХИМИЯ»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ • 1984

6П7.1
Б 869
УДК 542.63

Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Барабаш В. М.

Перемешивание в жидких средах: Физические основы и инженерные методы расчета. — Л.: Химия, 1984.— 336 с., ил.

Изложены современные представления о физическом механизме перемешивания жидких сред. Приведены методы инженерного расчета гидродинамики перемешивания, тепло- и массообмена, турбулентной диффузии и другие, а также методы расчета и математического моделирования реакторов с мешалками.

Для инженеров-технологов и механиков институтов и предприятий химической, нефтехимической, пищевой, микробиологической, фармацевтической и других отраслей промышленности. Будет полезна также преподавателям, аспирантам и студентам вузов.

336 стр., 204 рис., 13 табл., список литературы — 522 ссылки.



Рецензент: канд. техн. наук Н. Н. Кулов

Б $\frac{2801020000—054}{050(01)—84}$ 54—84

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Принципы современного конструктивного оформления процесса перемешивания сложились в период становления химической технологии (конец XIX — начало XX века). Однако методы инженерного расчета перемешивания начали разрабатываться значительно позже, и справочные пособия 1930-х гг., включавшие, например, методики расчета процессов абсорбции и ректификации, еще не содержали сведений о расчете мешалок. Систематическое изучение процесса перемешивания началось в середине 1940-х гг. на основе применения методов теории подобия. Работы, выполненные в последующие годы исследователями научных школ, возглавляемых В. В. Кафаровым, П. Г. Романковым, И. С. Павлушенко, А. Н. Плановским, С. Я. Гзовским в СССР, Дж. Раштоном, Дж. Олдшу, А. Б. Метцнером в США, П. Кольдербэнком в Великобритании. С. Нагата в Японии, Х. Штейдлом в ЧССР, раскрыли основные закономерности процесса перемешивания и заложили основы методов расчета аппаратов с мешалками. Результаты этих работ обобщены в известных монографиях П. Г. Романкова («Гидравлические процессы химической технологии», 1947 г.), В. В. Кафарова («Процессы перемешивания в жидких средах», 1949 г.), П. Штербачека и П. Тауска («Перемешивание в жидких средах», 1961 г.), Ф. Холланда и Ф. Чапмана («Химические реакторы и смесители для жидкофазных процессов», 1974 г.), Ф. Стренка («Перемешивание и аппараты с мешалками», 1975 г.), Э. А. Васильцова и В. Г. Ушакова («Аппараты с перемешивающими устройствами», 1979 г.).

С 1960-х гг. в подходе к исследованию и математическому описанию перемешивания наметились новые тенденции, характеризующиеся более глубоким проникновением в физический механизм процесса. При анализе перемешивания все чаще стали использоваться положения полуэмпирической теории турбулентности Прандтля—Кармана, теории локально изотропной турбулентности Колмогорова—Обухова, а также методы физико-химической гидродинамики. Важным этапом в развитии исследований перемешивания явилось применение методов химической кибернетики и системного анализа, разработанных академиком В. В. Кафаровым и его школой.

Научные результаты, полученные в этот период, позволяют рассматривать различные стороны процесса с единых теоретических позиций и на этой основе приблизиться к созданию единой системы методов расчета гидродинамики, тепло- и массопереноса. Использование общих закономерностей турбулентного и ламинарного течения жидкостей применительно к частным случаям течения перемешиваемой среды открывает возможности для учета особенностей конструкции аппаратов и мешалок и существенно расширяет область применения методов расчета.

В книге обобщены основные данные о перемешивании, опубликованные в последний период в отечественной и зарубежной научно-

технической литературе. Широко использованы также материалы конференций по теории и практике перемешивания в жидких средах, регулярно проводимых Научным Советом АН СССР по проблеме «Теоретические основы химической технологии».

При написании книги авторы ориентировались на инженеров-проектировщиков и исследователей, работающих в химической и смежных с ней отраслях промышленности, и старались сделать материал удобным как для понимания физического механизма рассматриваемых явлений, так и для использования при инженерных расчетах. Основные методики расчета иллюстрируются примерами, взятыми из проектной практики.

Разумеется, книга не исчерпывает всего многообразия задач теории и практики перемешивания. Очевидно, что дальнейшие исследования приведут к корректировке, а в ряде случаев к пересмотру некоторых изложенных здесь представлений. Авторы полагают, что материалы книги будут способствовать прогрессу в области перемешивания и уменьшению числа аппаратов, проектируемых «по интуиции» или на основе недостаточно критичного следования тем или иным уже известным техническим решениям. Поскольку любые методы инженерного расчета, сколь бы совершенны они ни были, не являются универсальными, целесообразно обращать внимание на приведенные в книге указания об областях применения тех или иных выводов и расчетных рекомендаций, а также руководствоваться инженерным здравым смыслом, который является необходимым элементом любого проектного расчета.

Авторы считают приятным долгом выразить благодарность своим учителям В. В. Кафарову, П. Г. Романкову и И. С. Павлушенко, сотрудничество с которыми сыграло решающую роль в формировании излагаемых ниже положений и подходов, а также сотрудникам ЛенНИИхиммаша, принимавшим творческое участие в исследовательских работах.

Авторы отмечают большое влияние, которое оказали на них работы Н. М. Жаворонкова, А. Н. Плановского, В. А. Малюсова, В. В. Дильмана, Г. П. Соломахи, В. Н. Соколова, С. З. Кагана, Н. Н. Кулова, В. В. Консетова, посвященные перемешиванию или смежным вопросам процессов и аппаратов химической технологии.

Глава 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПРОЦЕССЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

1.1. ПЕРЕМЕШИВАНИЕ КАК СПОСОБ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Перемешивание — один из наиболее распространенных процессов химической технологии. Аппараты с перемешивающими устройствами используются для проведения весьма разнородных технологических процессов, таких как кристаллизация, абсорбция, экстрагирование, гомогенные и гетерогенные химические реакции и т. д. Рассматривая физико-химическую природу этих процессов, можно выделить несколько групп явлений, которые непосредственно связаны с условиями перемешивания: 1) смешение взаимно растворимых жидкостей; 2) выравнивание температуры в объеме перемешиваемой среды; 3) распределение взвешенных частиц в объеме жидкости или предотвращение их оседания; 4) диспергирование капель жидкости или пузырьков газа; 5) теплообмен; 6) массообмен.

Перемешивание можно рассматривать как способ интенсификации процессов распределения растворенных веществ, взвешенных частиц и теплоты, а также диспергирования капель и пузырьков в жидкости путем приведения ее в вынужденное движение.

По физическому механизму процессы, протекание которых ускоряется при перемешивании, можно подразделить на три основные группы. Первую из них составляют процессы переноса растворенных веществ, взвешенных частиц и теплоты на расстояния, не слишком малые по сравнению с размерами аппарата. Эти процессы играют основную роль при смешении взаимно растворимых жидкостей, суспендировании, выравнивании температуры. Их результат характеризуется степенью однородности полей концентраций и температуры или временем достижения заданной степени однородности и полностью определяется макромасштабными характеристиками потока жидкости в аппарате.

Ко второй группе относятся процессы дробления капель и пузырьков. Размеры капель и пузырьков малы по сравнению с размерами аппарата, поэтому конечный результат перемешивания — диаметр образующихся капель и пузырьков или их поверхность — мало зависит от макрохарактеристик потока. Он определяется главным образом интенсивностью микромасштабной турбулентности или величиной сдвиговых усилий в малых элементах объема, сопоставимых по размерам с частицами дисперсной фазы. К данной группе следует также отнести случаи, когда выравнивание концентраций реагирующих веществ на макроуровне недостаточно для нормального протекания химических реакций и существенную роль играет скорость подвода или отвода веществ на микроуровне, вплоть до расстояний, на которых проявляются силы межмолекулярного

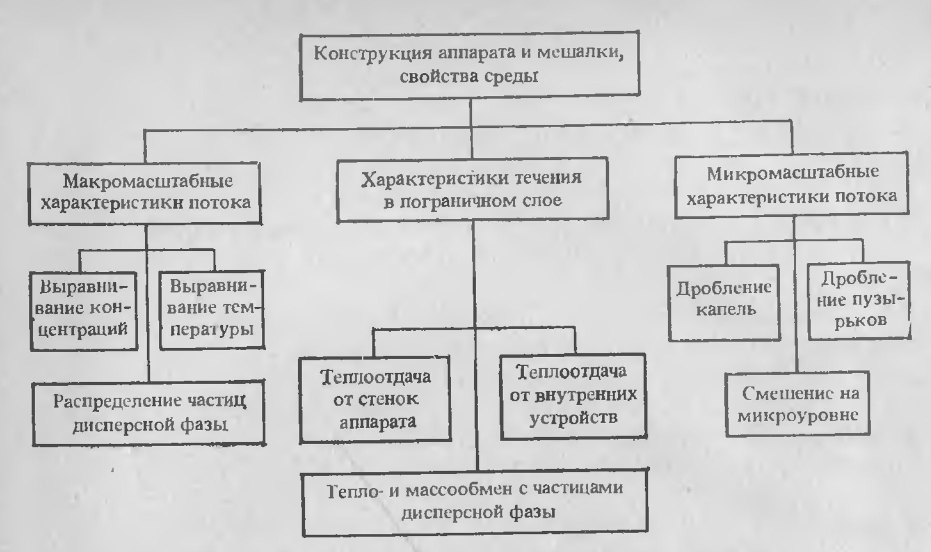


Рис. 1.1. Физические явления и характеристики потока при перемешивании.

взаимодействия. Хотя скорость переноса в элементах объема столь малых масштабов (явлений микросмешения) определяется в первую очередь физико-химическими свойствами среды и диффундирующих веществ, на нее оказывает влияние и микромасштабная структура потока.

Третью группу образуют явления тепло- и массообмена на границах раздела жидкость—корпус аппарата, жидкость—внутренние устройства, жидкость — взвешенные частицы, капли, пузырьки. Основное влияние на скорость переноса теплоты или вещества при этом оказывают характеристики пограничного слоя, которые зависят от условий течения перемешиваемой среды в непосредственной близости к межфазной поверхности.

Во всех рассмотренных случаях интенсификация технологических процессов является результатом течения жидкости в аппарате, однако требования к характеристикам потока и конструкции аппарата могут быть различными в зависимости от особенностей интенсифицируемых явлений и характерного для них масштаба (рис. 1.1).

1.2. КОНСТРУКТИВНОЕ ОФОРМЛЕНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

Традиционный вид оборудования для перемешивания — вертикальный цилиндрический аппарат с мешалкой, ось вращения которой совпадает с осью аппарата (рис. 1.2). Такая конструктивная схема наиболее рациональна; она сложилась более двух тысяч лет назад и до сих пор не претерпела принципиальных изменений (рис. 1.3).

В настоящее время в промышленности применяются различные модификации аппаратов для перемешивания. Объем аппаратов с мешалками составляет от 10 дм^3 до 2000 м^3. Известны устройства,

Рис. 1.2. Схема аппарата с мешалкой:
1 — привод; *2* — стойка привода; *3* — уплотнение вала; *4* — вал мешалки; *5* — корпус; *6* — опора аппарата (лапа); *7* — гладкая рубашка; *8* — отражательная перегородка; *9* — мешалка; *10* — труба передавливания.

обеспечивающие перемешивание в бетонных сооружениях объемом несколько сотен тысяч кубических метров. Разработан также ряд специальных устройств для перемешивания (петлевые реакторы, статические смесители, планетарные мешалки и т. п.). Однако в подавляющем большинстве случаев конструкция аппаратов для перемешивания соответствует традиционной схеме.

Основными элементами таких аппаратов являются корпус, привод, уплотнение, вал и мешалка. Конструкции этих элементов достаточно детально описаны в справочных пособиях [2, 3]. В настоящем разделе приводятся только те сведения, которые необходимы при выборе конструктивного варианта аппарата применительно к требованиям технологического процесса.

Корпус аппаратов традиционной конструкции имеет вертикальную цилиндрическую обечайку, крышку, на которой устанавливается привод мешалки, и днище. В качестве материала корпуса используются стали (углеродистые и легированные, а также двухслойные), алюминий, титан и их сплавы. Корпуса аппаратов, предназначенных для обогрева открытым пламенем, иногда изготавливают из чугуна. Для защиты материала корпуса от коррозии широко применяются неметаллические покрытия — футеровка химически стойкими керамическими или резиновыми плитками, стеклоэмалирование, гуммирование, покрытие лаками и эмалями. Аппараты,

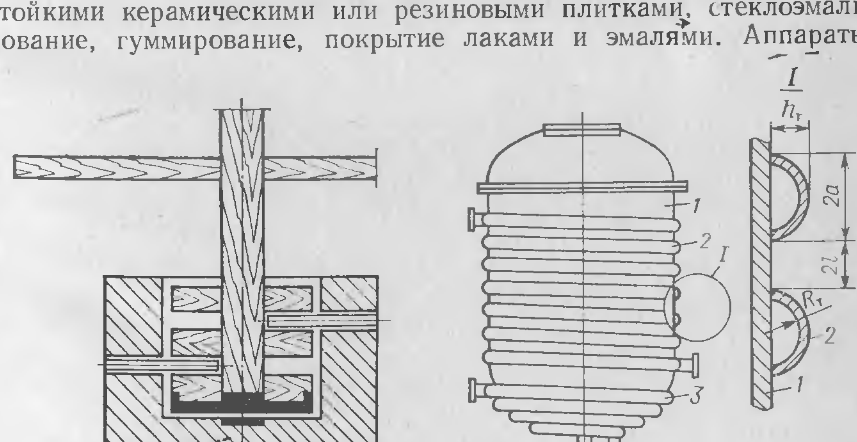


Рис. 1.3. Аппарат, найденный при раскопках Помпеи [1].

Рис. 1.4. Корпус аппарата с рубашкой из полутрубы:
1 — корпус аппарата; *2* — полутруба; *3* — приварной змеевик из трубы полного профиля.

рабочее давление в которых отличается от атмосферного, как правило, имеют эллиптические днища и крышки. При работе при атмосферном давлении («под налив») аппараты снабжаются плоскими днищами и крышками. Конические днища используются в аппаратах «под налив» в тех случаях, когда необходима периодическая выгрузка вязких продуктов или быстро расслаивающихся суспензий. Следует, однако, заметить, что такая конфигурация днища затрудняет перемешивание и способствует накапливанию частиц в нижней части конуса и забивке выпускного патрубка. Еще один недостаток аппаратов с коническим днищем заключается в том, что объем перемешиваемой среды ниже уровня расположения мешалки в них значительно больше, чем в аппаратах с днищами других типов. При опорожнении аппарата перемешивание прекращается после обнажения мешалки, что приводит к отложению большего количества осадка. Учитывая также повышенную металлоемкость и трудоемкость изготовления аппаратов с коническими днищами, их применение можно считать оправданным только в ограниченном числе специальных случаев (например, при необходимости декантации несмешивающихся жидкостей или суспензий низкой концентрации).

Корпуса аппаратов могут быть цельносварными или с отъемной крышкой. Применение отъемных крышек для корпусов большого диаметра считается нецелесообразным, прежде всего из-за повышенного расхода металла, трудоемкости изготовления фланцев большого диаметра и их уплотнения. Возможность внутреннего осмотра и чистки аппарата, а также сборки и разборки мешалок и внутренних устройств обеспечивается в этих случаях путем установки люков достаточно большого размера.

На крышке размещаются патрубки, предназначенные для подвода и отвода веществ, для установки контрольно-измерительных приборов и т. п. Размещение патрубков на корпусе аппарата менее желательно.

Для подвода или отвода теплоты корпуса аппаратов снабжаются теплообменными рубашками. Чаще всего используются гладкие рубашки, повторяющие форму корпуса аппарата (см. рис. 1.2). Наряду с приварными в отдельных случаях применяются съемные рубашки (например, стальные рубашки титановых аппаратов). При давлении теплоносителя >0,4 МПа в связи с недостаточной жесткостью гладких рубашек аппараты оборудуются рубашками из полутруб (рис. 1.4). В этом случае полутруба обычно приваривается только к цилиндрической части корпуса, а эллиптическое днище чаще всего снабжается наружным змеевиком из трубы полного сечения.

Приводом перемешивающего устройства практически всегда служит электродвигатель, соединенный с валом мешалки прямой или понижающей передачей. Прямая передача встречается сравнительно редко; основными областями ее применения являются аппараты малого объема (менее 1 м³), переносные мешалки и аппараты с экранированным электродвигателем.

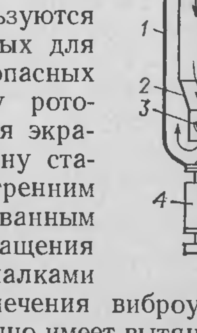


Рис. 1.5. Схема аппарата с циркуляционной трубой и экранированным электроприводом:

1 — корпус; *2* — циркуляционная труба; *3* — мешалка с наклонными или винтовыми лопастями; *4* — экранированный электродвигатель.

Экранированные электродвигатели используются в качестве привода аппаратов, предназначенных для перемешивания токсичных, взрыво- и пожароопасных веществ при повышенных давлениях. Между ротором и статором этих двигателей располагается экранирующая гильза, герметично отделяющая зону статора от полости ротора, соединенной с внутренним пространством аппарата. Аппараты с экранированным электроприводом имеют высокие частоты вращения вала (1500—3000 об/мин) и снабжаются мешалками небольшого диаметра. Вал мешалки для обеспечения виброустойчивости делают коротким; корпус аппарата обычно имеет вытянутую форму, внутри аппарата устанавливается направляющая труба (рис. 1.5). При расположении привода на крышке аппарата коэффициент заполнения аппарата должен быть близок к единице. Нижнее расположение экранированного привода позволяет эксплуатировать аппараты с малой высотой заполнения.

Для уменьшения частоты вращения мешалки по сравнению с валом электродвигателя применяются редукторы различных типов. В отечественной промышленности наиболее распространены редукторы с планетарной передачей, используемые в сочетании с фланцевыми электродвигателями (мотор-редукторы). Частота вращения выходного вала серийных мотор-редукторов достигает 315 об/мин, мощность — от 3 до 132 кВт. Достоинства планетарных редукторов — компактность и относительно небольшой вес. Однако подшипники выходного вала планетарных редукторов не приспособлены к восприятию значительных осевых и радиальных нагрузок и вал мешалки устанавливается на отдельных подшипниках, размещаемых в стойке привода. Соединение вала мешалки с валом мотор-редуктора осуществляется посредством упругой муфты. Обычно применяются консольные валы, опорами которых служат два подшипника стойки — радиально-упорный (верхний) и радиальный (нижний).

Одноопорные стойки используются в тех случаях, когда вал мешалки снабжен концевой опорой — подшипником скольжения, установленным на днище аппарата. Такой способ установки вала допустим при перемешивании сред, которые не содержат включений, вызывающих повышенный износ трущихся деталей. Материалом концевых опор скольжения могут служить чугун, бронза, фторопласт, резина и некоторые другие материалы с высокой износостойкостью.

Использование приводов рассмотренной выше конструкции, характеризующихся соосным размещением электродвигателя, редуктора и вала мешалки, вызывает увеличение общей высоты аппарата. Это создает определенные неудобства при обслуживании оборудования и приводит к увеличению высоты производственных помещений, потому в последние годы получают распространение приводы

с параллельным расположением осей вала двигателя (мотор-редуктора) и вала мешалки. Для передачи вращения к валу мешалки используется зубчатая или клиноременная передача.

Клиноременные редукторы обладают рядом достоинств, основными из которых являются бесшумность работы и простота обслуживания. Однако они применимы при низких передаточных отношениях. Кроме того, при их использовании необходимо принимать специальные меры по предотвращению образования статического электричества.

Герметизация аппаратов с мешалками осуществляется посредством торцевых, сальниковых и манжетных уплотнений, а также гидрозатворов.

Торцевыми уплотнениями снабжаются обычно аппараты, предназначенные для перемешивания токсичных и взрывоопасных сред. Основным узлом такого уплотнения служат два притертых кольца — подвижное (как правило, стальное) закрепленное на валу, и неподвижное (обычно из углеграфита), установленное в корпусе уплотнения. Непременным условием надежной работы уплотнения является непрерывная подача уплотняющей жидкости в зазор между кольцами. К уплотняющим жидкостям предъявляются два основных требования: 1) они должны соответствовать коррозионной стойкости материала уплотнения и 2) попадание небольших количеств жидкости в аппарат не должно оказывать отрицательного влияния на ход процесса или качество продуктов.

Аппараты для перемешивания нетоксичных и невзрывоопасных жидкостей при невысоких давлениях (до 0,6 МПа) снабжают сальниковыми уплотнениями, применяются также манжетные уплотнения и гидрозатворы. Отметим, что гидрозатворы допускают более высокие угловые и радиальные биения валов, чем уплотнения других типов.

Долговечность уплотнения аппарата и подшипников стойки привода во многом зависит от правильности выбора диаметра вала, качества его изготовления и монтажа. Опыт проектирования аппаратов показывает, что диаметр вала в большинстве случаев определяется не прочностью, а характеристиками виброустойчивости. Наиболее опасен режим работы, при котором частота вращения вала близка к частоте его свободных колебаний.* В зависимости от соотношения частоты вращения и собственной частоты валы перемешивающих устройств могут быть «гибкими» (частота вращения выше собственной) или «жесткими» (частота вращения ниже собственной).

Для аппаратов с мешалками традиционной конструкции наиболее характерно применение «жестких» валов. Отношение частоты вращения к собственной частоте таких валов не выше 0,7 [4, 5]. В отдельных случаях используются аппараты с нижним или боковым вводом вала. Такие конструкции применяют главным образом тогда, когда традиционное размещение привода по каким-либо причинам невозможно (например, в башнях для отбелки целлюлозы).

* Вопросы определения частоты свободных колебаний валов (собственной частоты) мешалок исследованы в работах [4, 5].

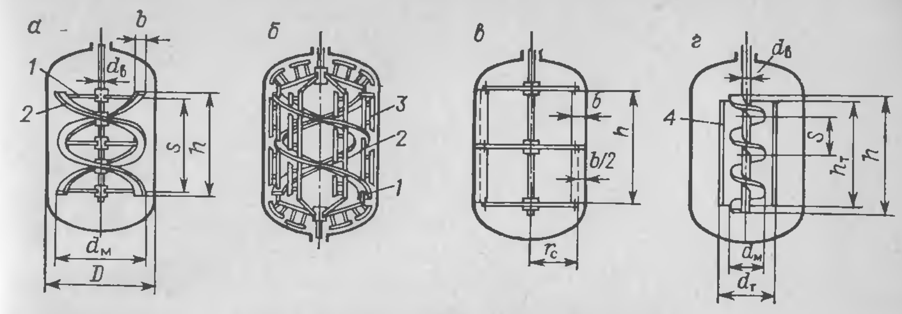


Рис. 1.6. Мешалки, используемые для перемешивания вязких сред:
а — ленточная; *б* — ленточная со скребками; *в* — скребковая; *г* — шнековая с направляющей трубой; *1* — штанга; *2* — лопасть; *3* — скребок; *4* — направляющая труба.

Конструктивным элементом, непосредственно предназначенным для приведения жидкости в вынужденное движение, служит мешалка. Конфигурации мешалки часто придается излишне важное значение, и это привело к большому разнообразию конструкций. В действительности же создание новых конструкций мешалок или их модификаций, как правило, нерационально. Практика показывает, что большинство задач перемешивания может быть успешно решено путем использования ограниченного числа конструкций мешалок. При этом для отдельных типов мешалок существуют наиболее характерные области применения и диапазоны геометрических соотношений. В частности, для перемешивания высоковязких сред при ламинарном режиме их течения применяются обычно шнековые, ленточные и скребковые мешалки (рис. 1.6). Шнековые мешалки могут применяться в сочетании с направляющей трубой. Скребковые мешалки используются почти исключительно для интенсификации теплообмена *; скребки закрепляют с помощью шарниров или пружин (рис. 1.7), обеспечивая тем самым плотное приле-

* Скребковые мешалки применяют также и при турбулентном режиме. В этих случаях используется преимущественно конструкция, показанная на рис. 1.6, *в*.

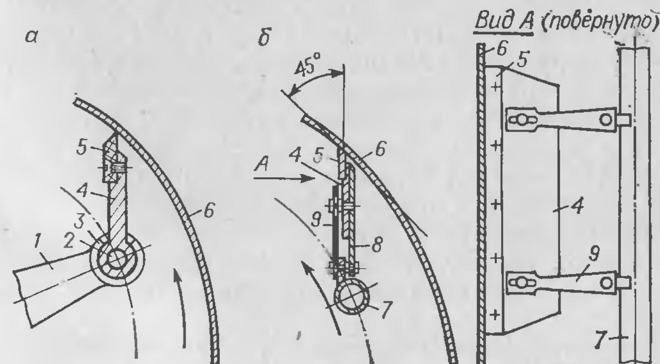


Рис. 1.7. Схемы крепления скребка:
а — шарнирные; *б* — на пружине; *1* — горизонтальная штанга; *2* — палец шарнира; *3* — выступ-ограничитель поворота скребка; *4* — пластина; *5* — скребок; *6* — стенка аппарата; *7* — вертикальная штанга; *8* — шарнирная подвеска; *9* — пружина.

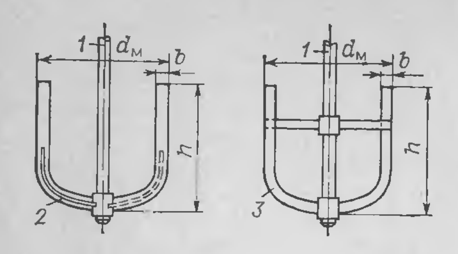


Рис. 1.8. Мешалки, используемые для перемешивания жидкостей средней вязкости:
1 — вал; *2* — якорная мешалка; *3* — рамная мешалка.

гание их кромок к стенке аппарата. В крупных аппаратах скребки устанавливают иногда в сочетании с ленточной мешалкой (рис. 1.6).

Конструктивные типы мешалок, применяемых для перемешивания сред малой и средней вязкости при турбулентном режиме, гораздо более многочисленны.

По величине отношения радиусов аппарата и мешалки $\overline{R} = R/r_0$ мешалки подразделяются на две категории. Якорные и рамные мешалки (рис. 1.8) применяются при значениях $\overline{R} = 1{,}05 \div 1{,}25$ *, их принято использовать для перемешивания жидкостей повышенной вязкости, особенно в случаях подвода или отвода теплоты через рубашку. Поскольку скорость жидкости вблизи стенки аппарата увеличивается с уменьшением $\overline{R}$ (см. раздел 2.1), одной из областей применения якорных и рамных мешалок является также перемешивание суспензий частиц, обладающих склонностью к налипанию на стенки.

Ко второй категории относятся лопастные, турбинные и другие мешалки, используемые обычно при $\overline{R} \geqslant 1{,}5$. На рис. 1.9 и 1.10 изображены мешалки, различающиеся способностью создавать меридиональное (осевое) циркуляционное течение. В аппаратах без внутренних устройств при равных значениях отношения окружной скорости края лопасти мешалки и обтекающей ее жидкости мешалки, изображенные на рис. 1.9, обеспечивают циркуляционный расход, приблизительно в два раза больший по сравнению с создаваемым мешалками, показанными на рис. 1.10. Следует, однако, иметь в виду, что указанное различие в большинстве случаев не имеет практического значения, так как скорость осевого потока в аппаратах с мешалками рассматриваемых групп на 1—2 порядка ниже, чем скорость окружного течения, играющего основную роль. В пределах каждой из групп детали конструкции не оказывают заметного влияния на структуру потока. При расчетах мощности, поля скоростей и т. д. оказывается достаточным использование коэффициента сопротивления мешалки **, который рассчитывается, исходя из геометрии лопастей, и в интегральной форме отражает особенности взаимодействия мешалки с потоком.

Это не значит, однако, что все задачи перемешивания могут быть решены при использовании мешалок одного типа. В связи с тем,

* В эмалированной аппаратуре мешалки этих типов применяют также и при соотношениях $\overline{R} = 1{,}5 \div 2$.

** Для мешалок, изображенных на рис. 1.9 и 1.10, коэффициент сопротивления составляет от 0,56 до 23,5. Более подробно этот вопрос рассматривается в разделе 2.1.

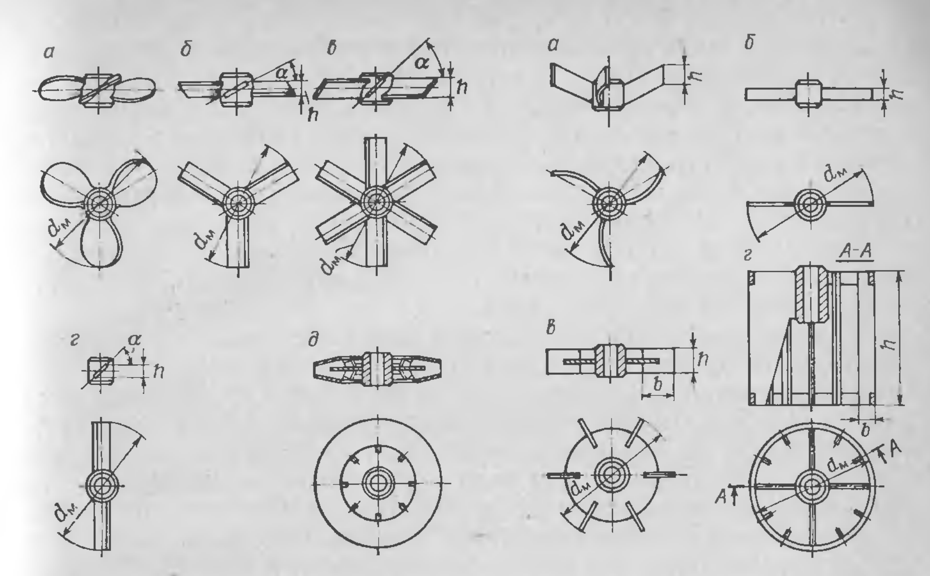
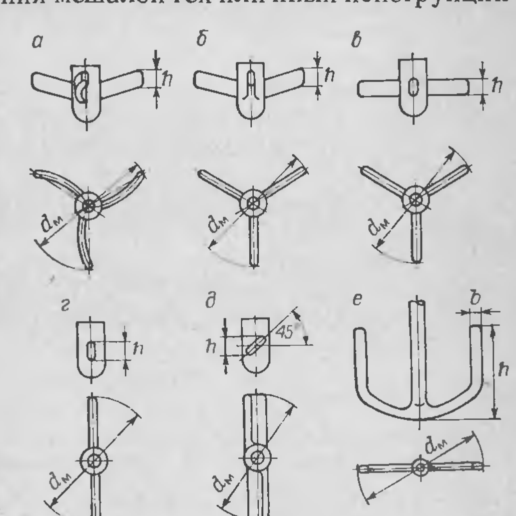


Рис. 1.9. Мешалки, используемые при отношениях $\overline{R} \geqslant 1{,}5$ и характеризующиеся большей циркуляционной производительностью:
а — винтовая (пропеллерная); *б* — трехлопастная; *в* — шестилопастная; *г* — двухлопастная; *д* — закрытая турбинная.

Рис. 1.10. Мешалки, используемые при отношениях $\overline{R} \geqslant 1{,}5$ и характеризующиеся меньшей циркуляционной производительностью:
а — импеллерная; *б* — двухлопастная с вертикальными лопастями; *в* — турбинная; *г* — клетьевая («беличье колесо»).

что набор стандартных частот вращения, мощностей и крутящих моментов приводов ограничен, оказывается целесообразным применение мешалок с различными значениями коэффициента сопротивления. Целесообразность использования мешалок тех или иных конструкций часто определяется также особенностями технологии изготовления. Например, при гуммировании или эмалировании мешалок наличие острых углов и кромок препятствует образованию надежного покрытия. Удобными для гуммирования оказываются лопастные мешалки (рис. 1.9, 1.10), а для эмалирования — мешалки из сплющенных труб (рис. 1.11).



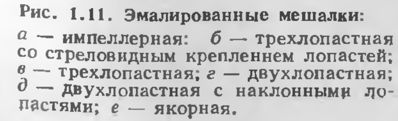


Рис. 1.11. Эмалированные мешалки:
а — импеллерная; *б* — трехлопастная со стреловидным креплением лопастей; *в* — трехлопастная; *г* — двухлопастная; *д* — двухлопастная с наклонными лопастями; *е* — якорная.

В промышленности используются и мешалки более узкого назначения. В последние годы получила распространение так называемая фрезерная мешалка (рис. 1.12), представляющая собой диск с лопастями в форме зубцов. Особенность таких мешалок — высокие значения разности скоростей лопастей мешалки и потока обтекающей их жидкости, основная область применения — приготовление тонкодисперсных композиций. Для проведения процессов растворения газов часто используются устройства, состоящие из мешалки (обычно — закрытая турбинная, рис. 1.9) и направляющего аппарата с воздушной трубой (рис. 1.13).

За последние двадцать лет в практику перемешивания из новых конструкций прочно вошли только фрезерные мешалки и эмалированные мешалки из сплющенных труб с изогнутыми лопастями (рис. 1.11), называемые иногда импеллерными. Следует заметить, что результаты экспериментальных работ, выполненных независимо в разных лабораториях, показали, что импеллерные мешалки по эффективности не отличаются от мешалок с прямыми лопастями.

Интенсивность перемешивания в значительной мере зависит от наличия тех или иных внутренних неподвижных устройств. По функциональному назначению эти устройства могут быть подразделены на три группы: 1) устройства для организации потока; 2) теплообменные устройства; 3) технологические трубопроводы, а также трубы для размещения контрольно-измерительных приборов.

Для организации потока наиболее часто используются отражательные перегородки (рис. 1.14). Целью установки отражательных перегородок служит изменение структуры поля скоростей — уменьшение окружной составляющей скорости при соответствующем увеличении осевой и радиальной составляющих. Преимущественно окружной характер движения перемешиваемой среды в аппаратах без внутренних устройств в ряде случаев ограничивает возможности интенсификации перемешивания вследствие образования воронки.

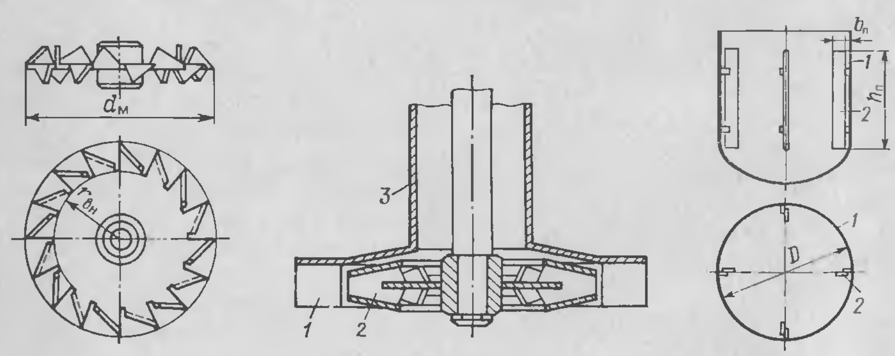


Рис. 1.12. Фрезерная мешалка.

Рис. 1.13. Устройство для всасывания и диспергирования газа:
1 — статор; *2* — ротор (закрытая турбинная мешалка); *3* — воздушная труба.

Рис. 1.14. Схема размещения отражательных перегородок в аппарате:
1 — корпус; *2* — отражательная перегородка.

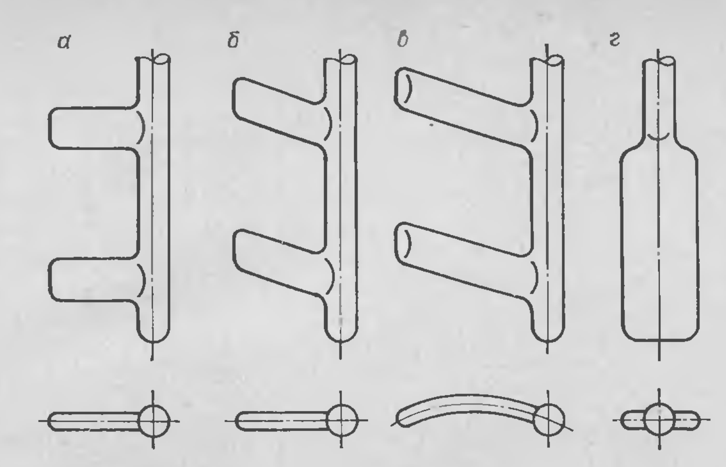


Рис. 1.15. Схемы отражателей:
а, б — с прямыми лопастями; *в* — с изогнутыми лопастями; *г* — веслообразный отражатель.

При перемешивании в системах газ—жидкость окружное движение приводит к сепарации пузырьков газа и скапливанию их в центральной зоне аппарата вблизи вала. Тяжелые твердые частицы также могут сепарироваться, скапливаясь у стенки аппарата.

Обычно отражательные перегородки представляют собой плоские пластины шириной около 0,1 диаметра аппарата, установленные осесимметрично на некотором расстоянии от стенки корпуса (0,2 ширины перегородки). В аппаратах с неметаллическими покрытиями (эмалированные, гуммированные и т. п.) роль отражательных перегородок выполняют отражатели (рис. 1.15), закрепляемые на крышке. Для повышения жесткости при действии гидродинамических нагрузок отражатели изготавливают из труб. Увеличение лобовой площади отражателей с целью усиления их воздействия на поток достигается как сплющиванием труб, так и приваркой к ним дополнительных элементов (рис. 1.15). В некоторых случаях отражатели вводят через сальник. С целью изменения лобовой площади отражатели в ряде случаев делают поворотными. Отметим, что изменение мощности в результате изменения угла установки отражателей обычно невелико и составляет ±10 %.

Направляющие трубы (диффузоры) служат для создания в аппарате преимущественной меридиональной циркуляции (рис. 1.5 и 1.6). Их применяют как при ламинарном, так и при турбулентном режиме перемешивания: в первом случае — в сочетании со шнековыми, а во втором — с пропеллерными (винтовыми) мешалками. Наиболее часто винтовые мешалки с направляющей трубой используются в аппаратах вытянутой формы с экранированными приводами (рис. 1.5), когда по требованиям виброустойчивости вала мешалку приходится устанавливать вблизи крышки или днища. В аппаратах обычной конструкции применение направляющих труб, как правило, нецелесообразно, поскольку оно приводит к существенному усложнению конструкции без повышения интенсивности перемешивания.

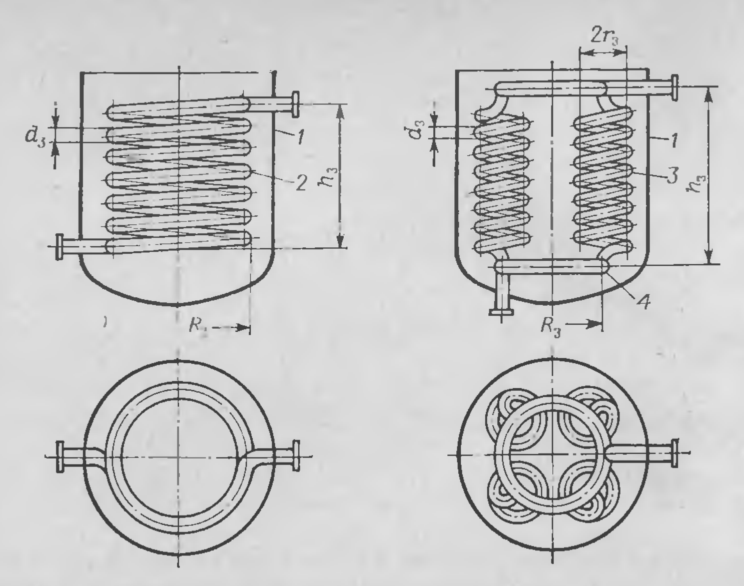


Рис. 1.16. Схемы теплообменных змеевиков:
1 — корпус; *2* — концентричный змеевик; *3* — секционный змеевик; *4* — коллектор.

В качестве внутренних теплообменных устройств в аппаратах с мешалками чаще всего применяют змеевики. В аппаратах объемом менее 5 $м^3$ змеевик обычно устанавливается соосно с валом перемешивающего устройства, в аппаратах большего объема чаще используются несколько периферийных змеевиков (рис. 1.16). Концентрическое расположение двух и более змеевиков нежелательно из-за ухудшения перемешивания и теплообмена в межтрубном пространстве. Патрубки для ввода и вывода теплоносителя из змеевиков могут располагаться на крышке, днище или стенках корпуса. В аппаратах с антикоррозионными покрытиями (футерованные, гуммированные и т. п.) ввод осуществляется через крышку. Жесткость змеевиков обеспечивается путем их крепления в специальных гребенках. Для сохранения достаточно равномерного перемешивания во всем объеме аппарата расстояние между витками змеевика обычно принимается близким к диаметру трубы.

Другой, менее распространенный тип внутренних теплообменных устройств — трубчатые перегородки, устанавливаемые радиально вблизи стенок аппарата. В отличие от змеевиков эти устройства трудоемки в изготовлении и менее надежны из-за большого числа сварных соединений.

К технологическим трубопроводам относятся трубы передавливания и устройства для ввода жидких или газообразных компонентов. Ввод газообразных реагентов осуществляется с помощью барботеров, устанавливаемых у днища под мешалками и представляющих собой перфорированные трубы, изогнутые в форме тора. Отверстия барботера имеют диаметр 20—30 мм; для предотвращения забивок их располагают на стороне трубы, обращенной к центру и

вниз. Суммарная площадь отверстий для выхода газа принимается в 1,5—2 раза больше площади поперечного сечения подводящего газопровода. Отметим, что размер отверстий для выхода газа не оказывает влияния на интенсивность массообмена в аппаратах промышленных размеров.

Конструкция внутренних устройств и узлов их крепления должна обеспечивать возможность внутреннего осмотра и чистки аппарата. Для снижения неуравновешенных нагрузок на вал перемешивающего устройства неподвижные внутренние устройства желательно располагать симметрично оси аппарата и на одной высоте. Предотвращение вибраций обеспечивается путем жесткого крепления внутренних устройств к корпусу аппарата.

1.3. ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА АППАРАТОВ С МЕШАЛКАМИ

Интенсификация перемешивания не во всех случаях приводит к интенсификации технологических процессов, но всегда связана с увеличением затрат энергии и стоимости оборудования. Поэтому выбору конструкции и расчету аппарата должно предшествовать уяснение роли и требований к интенсивности перемешивания в данном технологическом процессе.

Задача выявления роли перемешивания решается наиболее просто, когда проектируемый аппарат предназначается для получения смеси с заданной степенью однородности состава. Например, технологическим назначением аппаратов-суспензаторов, часто устанавливаемых в комплексе с фильтрами, является суспендирование осадка (поддержание частиц во взвешенном состоянии перед подачей пульпы на фильтры) путем перемешивания. Другим примером может служить усреднение раствора синтетического каучука, получаемого на нескольких параллельно работающих каскадах полимеризаторов, с целью уменьшения колебаний концентрации и молекулярно-массового распределения полимера. Эффективность усреднения при заданных объеме и производительности аппарата зависит только от интенсивности перемешивания.

В большинстве случаев необходим, однако, анализ особенностей технологического процесса и зависимости условий и скорости его протекания от интенсивности перемешивания.

Рассмотрим процесс обработки кислых сточных вод электрохимического производства щелочным раствором в реакторе периодического действия. Результат процесса — конечное значение pH и продолжительность нейтрализации — определяется концентрацией реагентов, режимом дозирования и временем созревания кристаллов образующегося в результате реакции осадка. Роль перемешивания ограничена распределением реагента в объеме аппарата, и это служит исходной посылкой при выборе типа мешалки, ее размеров и скорости вращения.

Несколько более сложен случай проведения экзотермической реакции поликонденсации в реакторе непрерывного действия

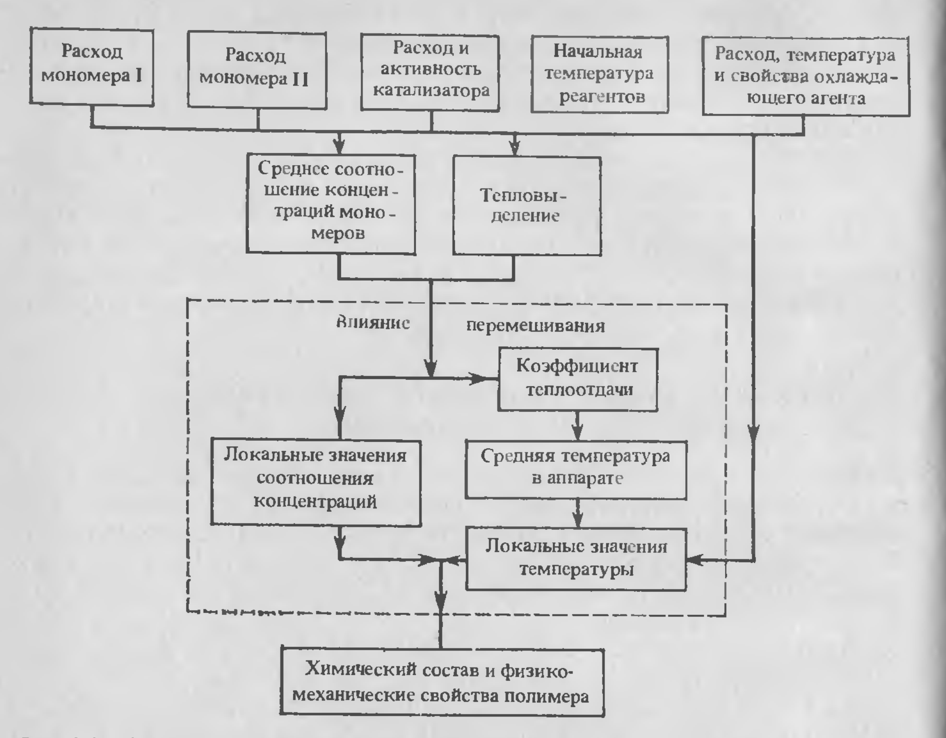


Рис. 1.17. Структурная схема процесса поликонденсации.

(рис. 1.17). Возможность получения полимера с заданными свойствами зависит прежде всего от соотношения расходов мономеров, определяющего средние по аппарату значения их концентраций, и скорости отвода теплоты. Недостаточная интенсивность перемешивания может привести, однако, к тому, что даже при требуемых средних значениях концентрации и температуры в аппарате их локальные значения в некоторых областях реакционного объема выйдут за допустимые пределы. Таким образом, задача перемешивания, наряду с интенсификацией теплообмена, состоит в обеспечении требуемой степени однородности полей концентраций и температуры в аппарате. Выбор условий перемешивания в данном случае проводится с учетом двух требований: 1) обеспечения необходимого коэффициента теплоотдачи от перемешиваемой среды и 2) достижения некоторой степени равномерности распределения концентраций реагентов и температуры в аппарате.

Для выполнения аналогичного анализа ряда типовых процессов с точки зрения целей перемешивания может быть полезна табл. 1.1.

После того как выявлены цели перемешивания, становится возможным выбор конструктивного типа аппарата и мешалки. Как было показано в разделе 1.2, все мешалки подразделяются на две основные группы по области их применения. Мешалки одной из этих групп (турбинные, лопастные, рамные и др.) предназначены

Таблица 1.1. **Области применения аппаратов с перемешивающими устройствами и цели перемешивания**

Технологическое назначение аппарата	Цель перемешивания					
	распределение растворенных веществ	распределение теплоты	распределение частиц дисперсной фазы	диспергирование капель и пузырьков	массообмен с частицами дисперсной фазы	теплообмен с рубашкой и внутренними устройствами
Приготовление смесей взаимно растворимых жидкостей	+					
Приготовление суспензий			+			
Приготовление эмульсий			+	+		
Растворение твердых частиц			+		+	
Экстрагирование из твердых частиц (выщелачивание)			+		+	
Жидкостная экстракция			+	+	+	
Абсорбция (десорбция) газов			+	+	+	
Кристаллизация из растворов			+		+	
Гомогенная реакция	+					
Гетерогенная реакция:						
жидкость — твердая фаза			+		+	
жидкость — жидкость			+	+	+	
газ — жидкость			+	+	+	
Нагревание или охлаждение:						
гомогенных жидкостей		+				+
суспензий		+	+			+
эмульсий		+	+	+		+
Эндотермическая или экзотермическая реакция:						
гомогенная	+	+				+
гетерогенная в системах						
жидкость — твердая фаза		+	+		+	+
жидкость—жидкость		+	+	+	+	+
газ—жидкость		+	+	+	+	+

преимущественно для перемешивания при турбулентном режиме, мешалки второй группы (шнековые, ленточные) — при ламинарном режиме течения перемешиваемой среды. Граница гидродинамических режимов определяется величиной критерия Рейнольдса, рассчитываемого по скорости потока, размерам аппарата и вязкости среды. Вопрос об определении значений критерия Рейнольдса, определяющих границу гидродинамических режимов, рассматривается в разделе 2.1. При предварительном выборе перемешивающих устройств можно исходить из приближенной оценки, полагая, что в аппаратах объемом менее 10 м³ турбулентный режим соответствует значениям вязкости среды менее 1 Па·с (1000 сП), а в аппаратах объемом 10—50 м³ — менее 2 Па·с (2000 сП).

Рекомендации, касающиеся областей применения мешалок различных типов при проведении наиболее распространенных процессов, даны в табл. 1.2.

Таблица 1.2. **Рекомендуемые типы мешалок в зависимости от технологического назначения аппарата**

Назначение аппарата	Гидродинамический режим	Рекомендуемый тип мешалки	Внутренние устройства
Смешение взаимно растворимых жидкостей, в том числе при наличии химической реакции	Турбулентный	Трехлопастная, шестилопастная, лопастная, клетьевая, турбинная, лопастная, трехлопастная с наклонными лопастями, эмалированные мешалки всех типов	Отсутствуют
	Ламинарный	Ленточная, шнековая, рамная, ленточная со скребками *, якорная эмалированная	Отсутствуют
		Шнековая	Циркуляционная труба
Перемешивание суспензий **, растворение, реакции в системе жидкость — твердая фаза	Турбулентный	Лопастная, шестилопастная, турбинная, клетьевая, эмалированные мешалки всех типов	Отсутствуют
		Турбинная, трехлопастная с наклонными лопастями, эмалированная лопастная и трехлопастная	Отражательные перегородки, отражатели
	Ламинарный	Ленточная, шнековая, ленточная со скребками *, якорная эмалированная	Отсутствуют
		Шнековая	Циркуляционная труба
Перемешивание несмешивающихся жидкостей, массообмен в системе жидкость—жидкость, в том числе при наличии химической реакции	Турбулентный	Турбинная, шестилопастная, клетьевая	Отражательные перегородки
		Эмалированная лопастная и трехлопастная	Отражатели
	Ламинарный	Шнековая, ленточная, рамная, якорная эмалированная	Отсутствуют
		Шнековая	Циркуляционная труба

Продолжение табл. 1.2

Назначение аппарата	Гидродинамический режим	Рекомендуемый тип мешалки	Внутренние устройства
Перемешивание и массообмен в системах газ—жидкость, в том числе при наличии химической реакции	Турбулентный	Турбинная	Отражательные перегородки
		Эмалированная лопастная и трехлопастная	Отражатели
	Ламинарный	Шнековая, ленточная, рамная, якорная эмалированная	Отсутствуют
		Шнековая *	Циркуляционная труба

* Рекомендуется только при наличии интенсивного теплообмена.

** Применение аппаратов без отражательных перегородок для суспендирования частиц, плотность которых меньше плотности среды, не рекомендуется.

Теоретические выводы и практические данные, рассматриваемые в последующих главах, показывают, что мешалки, перечисленные в каждой строке табл. 1.2, более или менее равноценны. Имеющиеся между ними различия практически всегда могут быть компенсированы за счет диаметра и частоты вращения. Например, для достижения одних и тех же условий распределения взвешенных частиц частота вращения турбинной мешалки должна быть существенно ниже частоты вращения трехлопастной мешалки того же диаметра.

Следует отметить, что на выбор типа мешалки могут влиять дополнительные соображения, связанные с особыми требованиями к конструкции аппарата. Это относится к аппаратам малого (менее 1 м^3) или очень большого (свыше 100 м^3) объема, к аппаратам из неметаллических материалов или с внутренними неметаллическими антикоррозионными покрытиями (эмалированные, гуммированные, футерованные), в которых невозможна приварка внутренних устройств, к аппаратам высокого давления и т. п. В большинстве случаев рекомендации, приведенные в табл. 1.2, выполнимы, и окончательный выбор типа мешалки осуществляется на основании результатов расчетной оценки различных вариантов с учетом стандартного ряда диаметров мешалок и номенклатуры приводов (мотор-редукторов). Критерием приемлемости того или иного предварительно выбранного варианта служит соответствие расчетных параметров перемешивания (максимально допустимой степени неоднородности смешения, величины теплового потока, среднего диаметра капель жидкости и т. д.) требованиям технологического процесса.

Обоснованность требований к однородности смешения во многом предопределяет технологическую работоспособность и экономическую эффективность проектируемого аппарата. Так, при кристаллизации в аппарате непрерывного действия недостаточно равномерное распределение частиц по высоте приводит к постепенному накапливанию крупных кристаллов в придонной части аппарата и умень-

шению эффективного объема и производительности. В то же время излишнее ужесточение требований к степени однородности сопряжено с необоснованным увеличением затрат энергии, например, уменьшение разности концентраций суспензии в верхней и нижней частях аппарата с 10 до 5 % может потребовать повышения мощности привода в 8 раз. Практика показывает, что при ясном понимании существа технологической операции количественная формулировка требований к перемешиванию не вызывает у инженера-технолога каких-либо затруднений. Однако иногда определение требований к перемешиванию связано с необходимостью изучения механизма и кинетики процесса и входит в число задач лабораторных или полупромышленных исследований.

В большинстве случаев наиболее экономичным оказывается применение аппаратов, серийно выпускаемых по каталогам [6, 7]. Подбор и проверка других вариантов конструктивного оформления целесообразна, когда серийные аппараты не могут быть использованы из-за несоответствия материального исполнения, рабочих пределов по температуре и давлению или из-за недостаточно высокой интенсивности перемешивания. Отметим, что в этих случаях конструирование специального аппарата не является единственным решением, нередко рациональным оказывается внесение изменений в технологию процесса, изменение объема аппарата и т. д. Например, при недостаточной величине площади поверхности рубашки необходимая производительность аппарата для проведения экзотермической реакции может быть обеспечена не только путем введения дополнительных теплообменных устройств, но и предварительным охлаждением исходных веществ перед вводом их в аппарат. При перемешивании суспензий в ряде случаев оказывается выгодней увеличить степень измельчения частиц, чем повышать частоту вращения и размеры мешалки для обеспечения поддержания крупных частиц во взвешенном состоянии.

Предварительный выбор аппаратов с мешалками позволяет перейти к выполнению расчетов с целью определения наиболее экономичного * варианта. Расчет заключается в определении характеристик поля концентраций и температуры, величины теплового потока, выхода продуктов реакции, продолжительности операции и т. п. и проверке соответствия расчетных величин требованиям технологии. Как следует из рис. 1.18 и примеров, приводимых далее (см. гл. 4—12), расчеты выполняются в несколько этапов. Первым этапом является гидродинамический расчет. Отметим, что сама по себе информация о величине и распределении скоростей перемешиваемой среды для оценки применимости аппарата обычно не требуется. Результаты гидродинамического расчета служат, однако, необходимыми исходными данными на последующих этапах при определении мощности, а также скорости протекания процессов переноса смешиваемых веществ и теплоты в аппарате.

---

* Цена серийно выпускаемых аппаратов и стоимость эксплуатации снижаются с уменьшением их массы и мощности привода.

Рис. 1.18. Укрупненная блок-схема инженерного расчета процесса перемешивания.

Учет гидродинамических характеристик потока необходим и для надежного переноса результатов лабораторных и полупромышленных экспериментов на промышленные объекты при осуществлении масштабного перехода.

Необходимость в масштабном переходе возникает, как правило, в тех случаях, когда данные о характеристиках обрабатываемых продуктов недостаточно полны. Кроме того, разработка новых технологических процессов, проводимых в аппаратах с мешалками, обычно включает в качестве одного из этапов стадию полупромышленной апробации и доводки.

В общем случае простой перенос результатов полупромышленных исследований на промышленные объекты путем сохранения постоянными каких-либо параметров невозможен. Поэтому пилотные эксперименты должны рассматриваться не как метод выбора типа мешалки и частоты ее вращения для данного процесса, а как способ получения недостающей исходной информации для расчета промышленного аппарата. Обычно такой информацией служат требования, предъявляемые к степени однородности поля концентраций и температур в аппарате, реже — физические свойства среды. Например, при массообмене в системе газ—жидкость эксперименты на моделях позволяют определить значение коэффициента пропорциональности в уравнении массопередачи для реальных веществ, содержащих случайные примеси, а при растворении твердых частиц— получить данные о кинетике процесса.

Наиболее надежные данные для проектирования могут быть получены, если масштабный переход осуществляется не «снизу вверх», т. е. от модельного аппарата к промышленному, а наоборот— «сверху вниз», т. е. когда выбор объема аппарата для исследований, его конструкции и условий перемешивания проводится на основании результатов предварительной расчетной оценки характеристик проектируемого объекта. В большинстве случаев такая оценка возможна, и недостаточность исходных данных о процессе не служит для нее препятствием.

Предварительный выбор промышленных вариантов позволяет оценить реально достижимые пределы скорости процессов, степени однородности поля концентраций и температуры и т. д. Задача пилотных экспериментов при таком подходе состоит в проверке возможности проведения изучаемого процесса в предварительно выбранном аппарате и в уточнении технологических параметров процесса и требований к перемешиванию.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Man A.* Pompei. Leipzig, 1908. 320 S.
2. *Лащинский А. А., Толчинский А. Р.* Основы конструирования и расчета химической аппаратуры. Л.: Машиностроение, 1970. 752 с.
3. *Васильцов Э. А., Ушаков В. Г.* Аппараты для перемешивания жидких сред. Л.: Машиностроение, 1979. 272 с.
4. *Мильченко А. И., Таганов Н. И., Кириллов В. М., Михалев М. Ф.* — Хим. и нефт. машиностр. 1965, № 10, с. 11—14.
5. *Мильченко А. И., Келка А. П., Таганов Н. И., Афонин О. Д., Васильев Б. А.* — Труды Ленниихиммаш. Л.: Машиностроение, 1967, вып. 2, с. 78—90.
6. Вертикальные стальные сварные аппараты с перемешивающими устройствами. Каталог. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1978. 27 с.
7. Малогабаритная химическая аппаратура. Каталог. Черновцы: Облполиграфиздат, 1982. 36 с.

Глава 2

ГИДРОДИНАМИКА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ

При турбулентном режиме течения перемешивание жидкостей представляет собой результат двух одновременно протекающих процессов: 1) конвективного переноса достаточно крупных элементов объема среды с направленным потоком жидкости и 2) накладывающихся на него пульсационных движений различного масштаба. Направление и скорость этих турбулентных движений переменны во времени и в пространстве.

Турбулентные пульсационные движения и их интенсивность непосредственно связаны с характеристиками осредненного течения *. В связи с этим одним из необходимых элементов математического моделирования процесса перемешивания является описание гидродинамики осредненного направленного течения жидкости в аппарате. Визуальные наблюдения и результаты многочисленных измерений свидетельствуют о том, что общая картина течения и конкретные особенности поля скоростей существенно зависят от типа мешалки, соотношений размеров корпуса, наличия и типа внутренних устройств. Тем не менее, существуют определенные общие закономерности, которые позволяют рассматривать характеристики течения перемешиваемой среды в различных условиях с единых позиций.

* Более подробно см. гл. 3.

Формирование поля скоростей в потоке жидкости определяется, во-первых, движущими силами, приложенными к жидкости извне и являющимися причиной вынужденного движения; во-вторых, уравновешивающим эти силы гидравлическим сопротивлением на неподвижных поверхностях, ограничивающих поток; в-третьих, обменом энергией между соседними слоями жидкости. Таким образом, система уравнений, описывающая поле скоростей в аппарате с мешалкой, включает уравнения, отражающие: 1) взаимосвязь между величиной движущих сил и гидравлическим сопротивлением при движении лопастей мешалки в потоке перемешиваемой среды; 2) наличие гидравлического сопротивления на границе поток — корпус аппарата и зависимость величины сопротивления от конструкции и размеров аппарата, а также от скорости потока; 3) механизм обмена энергией или характер распределения скоростей в потоке.

В инженерной практике такой подход к расчету поля скоростей реализуется в полуэмпирической форме; в нем предполагается использование коэффициентов гидравлического сопротивления и аппроксимирующих зависимостей, найденных на основании результатов измерений. Несмотря на неизбежные упрощения, этот подход отражает наиболее важные физические закономерности формирования потока. Его применение позволяет в простой и единообразной форме описать гидродинамику осредненного течения в аппаратах с мешалками применительно к большому числу конструктивных вариантов.

2.1. ПРОФИЛЬ ОКРУЖНОЙ СКОРОСТИ ЖИДКОСТИ В АППАРАТАХ БЕЗ ВНУТРЕННИХ УСТРОЙСТВ

В цилиндрических аппаратах без неподвижных внутренних устройств создается трехмерное течение жидкости. Многочисленные экспериментальные данные [1—6] свидетельствуют о том, что две из трех пространственных составляющих скорости (радиальная и осевая), как правило, во много раз меньше окружной скорости жидкости, значения которой почти не изменяются по высоте аппарата и практически не зависят от высоты расположения мешалки. Профили окружной скорости показаны на рис. 2.1.

Изменение окружной скорости v по радиусу r чаще всего описывают на основе модели «комбинированного вихря», (рис. 2.2) [2—8]. Объем жидкости при использовании этой модели представляют как совокупность объема вихревой зоны I, в которой угловая скорость жидкости постоянна и не изменяется по радиусу, и объема зоны потенциального течения II, для которой характерно изменение скорости обратно пропорционально радиусу. Для устранения разрыва непрерывности профиля модель дополняют третьей зоной — промежуточной, которая расположена в области максимума скорости [8]. Качественно эта модель вполне согласуется с экспериментальными данными.

Основой расчета скорости при использовании модели «комбинированного вихря» служат эмпирические соотношения, связывающие

угловую скорость вынужденного вихря $\omega_в$ и его радиус $r_в$ с характеристиками аппарата и мешалки, а также со свойствами среды [2—4, 7]. Альтернативное математическое описание течения жидкости основывается [9] на том, что при установившемся режиме должны выполняться условия равновесия всех приложенных к системе сил и моментов.

При вращательном движении жидкости относительно оси аппарата условие равновесия моментов может быть выражено в форме равенства крутящего момента, приложенного к жидкости при движении лопастей мешалки, и момента сопротивления на стенках и днище аппарата:

$$M_{кр} - M_{корп} = 0 \qquad (2.1.1)$$

где $M_{корп} = M_{ст} + M_{дн}$ — момент сопротивления корпуса, Н·м; $M_{кр}$ — крутящий момент, Н·м; $M_{ст}$ и $M_{дн}$ — момент сопротивления на стенках и днище корпуса аппарата, Н·м.

Крутящий момент на лопастях мешалки возникает как результат различия скоростей движения лопастей и жидкости и может быть определен [10] по усилиям, действующим на лопасти.

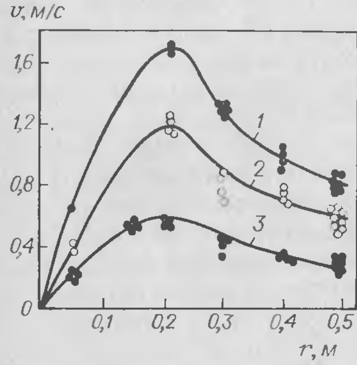
В наиболее простом случае, т. е. при вращении мешалки с вертикальными плоскими прямоугольными лопастями высотой $h_л$, расположенными радиально (например, двухлопастная или турбинная мешалка — см. рис. 1.10), к элементарному участку длины лопасти приложена сила

$$d\boldsymbol{P} = \zeta_л \frac{\rho u^2(r)}{2} h_л\, dr \qquad (2.1.2)$$

создающая крутящий момент

$$dM_{кр} = \zeta_л \frac{\rho u^2(r)}{2} h_л r\, dr \qquad (2.1.3)$$

где r — радиус, м; ρ — плотность среды, кг/м³; $u(r)$ — скорость обтекания участка лопасти на радиусе r, м/с; $\zeta_л$ — коэффициент гидравлического сопротивления лопасти.



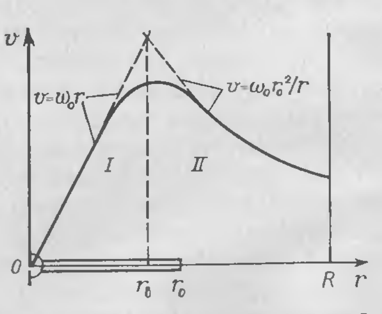


Рис. 2.1. Профили окружной скорости жидкости в аппарате диаметром 1 м с лопастной мешалкой диаметром 0,6 м [1].
Частота вращения мешалки (в об/с): 1 — 1,5; 2 — 1,05; 3 — 0,52. Сплошные линии — расчет по уравнениям (2.1.29) и (2.1.38).

Рис. 2.2. Схема модели «комбинированного вихря»:
I — вихревая зона; II — зона потенциального течения.

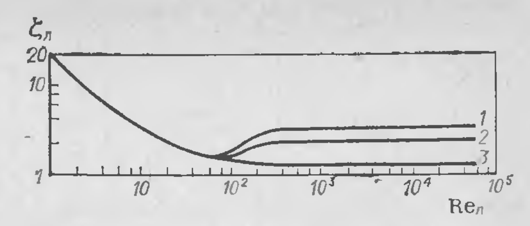


Рис. 2.3. Зависимость $\zeta_л$ от $Re_л$:
1 — открытая турбинная мешалка; 2 — лопастные мешалки; 3 — обтекание пластины.

Выразим скорость обтекания как разность скоростей лопасти и окружного потока на радиусе r

$$u(r) = \omega_0 r - v(r) \qquad (2.1.4)$$

и введем обозначения:

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0}; \qquad \bar{v}(r) = \frac{v(r)}{\omega_0 r_0} \qquad (2.1.5)$$

Здесь ω_0 — угловая скорость мешалки, рад/с, $v(r)$ — окружная скорость жидкости на радиусе r, м/с; r_0 — радиус мешалки, м.

Если пренебречь взаимным влиянием лопастей, суммарный крутящий момент может быть выражен, согласно (2.1.3)—(2.1.5), как

$$M_{кр} = z_м z_л \frac{\rho h_л \omega_0^2 r_0^4}{2} \int_{\bar{r}_{вн}}^{1} \zeta_л [\bar{r} - \bar{v}(\bar{r})]^2 \bar{r}\, d\bar{r} \qquad (2.1.6)$$

где $r_{вн}$ — радиус внутренних кромок лопастей, м; $z_м$ — число мешалок на валу; $z_л$ — число лопастей мешалки *; $\bar{r}_{вн} = r_{вн}/r_0$.

Входящий в уравнение (2.1.6) коэффициент сопротивления лопасти мешалки $\zeta_л$ является аналогом коэффициентов сопротивления при поперечном обтекании пластин или других тел плохо обтекаемой формы. Известно, что при развитом турбулентном режиме ($Re = ul/\nu > 300$, где l — характерный линейный размер тела, м) коэффициент сопротивления тела определенной геометрии является постоянной величиной и практически не зависит от скорости обтекания. Это позволяет вынести $\zeta_л$ в уравнении (2.1.6) за знак интеграла:

$$M_{кр} = z_м z_л \zeta_л \frac{\rho h_л \omega_0^2 r_0^4}{2} \int_{\bar{r}_{вн}}^{1} [\bar{r} - \bar{v}(\bar{r})]^2 \bar{r}\, d\bar{r} \qquad (2.1.7)$$

Правомерность подобного преобразования подтверждается также тем, что $\zeta_л$ не зависит от критерия Рейнольдса, выраженного через высоту лопасти мешалки $h_л$ и скорость ее обтекания (рис. 2.3)

$$Re_л = \rho u(r_0) h_л/\mu$$

где μ — динамическая вязкость среды, Па·с.

* Уравнение (2.1.6) распространяется на мешалки с $z_л \leq 8$ при расстоянии между соседними мешалками (по высоте) не менее $^1/_2$ диаметра мешалки. При большем числе лопастей и малых расстояниях между мешалками взаимное влияние лопастей приводит к снижению коэффициента сопротивления. Это, по-существу, аналогично известному явлению снижения сопротивления трубок при их размещении в тесных пучках [11].

Таблица 2.1. **Характеристики мешалок распространенных типов**

Тип мешалки	Номер рисунка	Число лопастей	Угол наклона лопастей, град	$\bar{h}_л = \frac{h_л}{r_0}$	$\bar{b} = \frac{b}{r_0}$	$\zeta_л$	$\zeta_м$
Трехлопастная	1.9, *б*	3	30	0,154	—	1,15	0,54
Турбинная	1.10, *в*	6	90	0,4	0,5	3,5	8,4
Шестилопастная	1.9, *в*	6	45	0,25	—	2,0	3,0
Клетьевая	1.10, *г*	12	90	3,0	—	—	23,5
Лопастная	1.10, *б*	2	90	0,2	—	2,2	0,88
Рамная	1.8	2	90	2,0	0,14	2,2	1,28
Лопастная эмалированная	1.11, *г*	2	90	0,2	—	2,2	0,88
Трехлопастная эмалированная	1.11, *а, б, в*	3	90	—	—	—	2,3
Лопастная с наклонными лопастями, эмалированная	1.11, *д*	2	45	0,22	—	2,2	1,0
Якорная эмалированная	1.11, *е*	2	90	1,2	0,2	2,2	1,1
Скребковая	1.6, *в*	1—6	—	—	0,04—0,2	2,2	—
Фрезерная	1.12	18	—	—	—	—	1,5
Пропеллерная	1.9, *а*	3	—	—	—	—	0,56

Примечание: b — ширина лопасти.

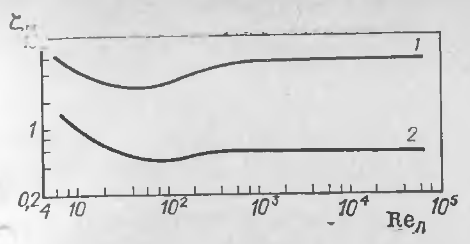
Значения $\zeta_л$, определенные по уравнению (2.1.7) на основании измеренных окружных скоростей жидкости и крутящих моментов, приведены в табл. 2.1.

Как следует из уравнения (2.1.7), для учета влияния конструкции мешалки нет необходимости отдельно рассматривать такие ее характеристики, как число и высота лопастей; их можно заменить интегральной характеристикой — коэффициентом сопротивления мешалки $\zeta_м$:

$$M_{кр} = z_м \zeta_м \rho \frac{\omega_0^2 r_0^5}{2} \int_{\bar{r}_{гн}}^{1} [\bar{r} - \bar{v}(r)]^2 \, \bar{r} \, d\bar{r} \qquad (2.1.8)$$

Уравнение (2.1.8), в отличие от (2.1.7), в равной мере применимо как для радиально-лопастных мешалок с вертикальными лопастями (в том числе, с переменной высотой лопасти), так и для мешалок других конструкций (например, пропеллерных). Входящая в него величина $\zeta_м$ — однозначная характеристика мешалок данного конструктивного типа. При турбулентном режиме перемешивания величина $\zeta_м$ постоянна и не зависит от конструкции аппарата, его размеров и критерия Рейнольдса (рис. 2.4). Для радиально-лопастных мешалок с лопастями постоянной высоты при $z_л \leqslant 8$:

$$\zeta_м = \zeta_л z_л \frac{h_л}{r_0} \varphi_\alpha \qquad (2.1.9)$$



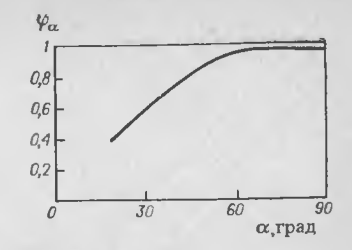


Рис. 2.4. Зависимость $\zeta_м$ от $Re_л$:

1 — открытая турбинная мешалка; *2* — пропеллерная мешалка.

Рис. 2.5. Поправка, учитывающая угол наклона лопастей.

Для радиально-лопастных мешалок без разделяющего диска $\zeta_л = 2{,}2$, с разделяющим диском $\zeta_л = 3{,}5$.

Коэффициент φ_α в уравнении (2.1.9) учитывает угол наклона лопастей к горизонтальной плоскости (α). Его зависимость от α приведена на рис. 2.5. Значения коэффициентов сопротивления для мешалок некоторых наиболее распространенных типов, рассчитанные по формуле (2.1.9) или найденные по результатам измерения профиля скорости и крутящего момента, приведены в табл. 2.1.

Момент сил гидравлического сопротивления на цилиндрической стенке аппарата определяется как

$$M_{ст} = 2\pi H R^2 \tau \qquad (2.1.10)$$

где H — высота заполнения аппарата, м; R — радиус аппарата, м; τ — касательное напряжение, Па.

Величина τ может быть выражена в данном случае через окружную скорость жидкости:

$$\tau = c_f \rho \frac{v^2}{2} \qquad (2.1.11)$$

где c_f — коэффициент гидравлического сопротивления корпуса аппарата.

Значения окружной скорости жидкости изменяются по радиусу (см. рис. 2.1), поэтому коэффициент c_f может быть различным в зависимости от того, какое значение скорости принято в качестве характерного. Чтобы избежать неопределенности, связанной с выбором того или иного локального значения, используем, по аналогии со случаями течения в трубах, в качестве характерной величину средней скорости потока:

$$v_{ср} = \frac{1}{R} \int_0^R v(r) \, dr \qquad (2.1.12)$$

Тогда в соответствии с (2.1.10) и (2.1.11)

$$M_{ст} = \pi c_f \rho H R^2 v_{ср}^2 \qquad (2.1.13)$$

Момент сопротивления днища аппарата $M_{дн}$, строго говоря, должен определяться интегрированием выражения

$$dM_{дн} = \pi \rho c_f v^2(r) \, r^2 \, dr \qquad (2.1.14)$$

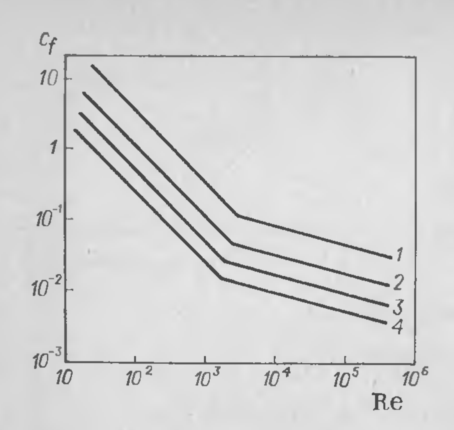


Рис. 2.6. Зависимость c_f от Re:

1 — $\overline{R} = 1$ (скребковая мешалка); *2* — $\overline{R} = 1{,}05$; *3* — $\overline{R} = 1{,}33$; *4* — $\overline{R} \geqslant 2$.

в пределах от 0 до R с учетом кривизны или уклона днища (для аппаратов с днищем эллиптической или конической конфигурации). Из рис. 2.1 следует, однако, что область высоких окружных скоростей сосредоточена в центральной части аппарата. Создаваемые этими скоростями высокие касательные напряжения приложены на малых радиусах и приводят к сравнительно небольшим моментам. При отношениях высоты заполнения аппарата к его радиусу порядка единицы и более момент сопротивления днища не превышает $^1/_4$ общего момента сопротивления *. В связи с этим целесообразно выразить момент сопротивления днища через среднюю скорость:

$$M_{\text{дн}} \simeq \frac{\pi}{4} \rho c_f R^3 v_{\text{ср}}^2 \qquad (2.1.15)$$

Суммарный момент сопротивления корпуса:

$$M_{\text{корп}} = M_{\text{ст}} + M_{\text{дн}} = \frac{\pi}{4} \gamma c_f \rho \omega_0^2 r_0^5 \overline{R}^3 \overline{v}_{\text{ср}}^2 \qquad (2.1.16)$$

где $\overline{v}_{\text{ср}} = v_{\text{ср}}/(\omega_0 r_0)$; $\overline{R} = \Gamma_D = R/r_0$.

Для аппаратов со свободным уровнем жидкости

$$\gamma = 4H/R + 1 \qquad (2.1.17а)$$

а для целиком заполненных аппаратов

$$\gamma = 4H/R + 2 \qquad (2.1.17б)$$

Коэффициент c_f, входящий в уравнение (2.1.16), не зависит от типа мешалки и является функцией только критерия Рейнольдса и соотношения радиусов аппарата и мешалки [14—16]. Критерий Рейнольдса в данном случае выражается, по аналогии с течением в трубах и каналах, через среднюю скорость потока и его характерный размер:

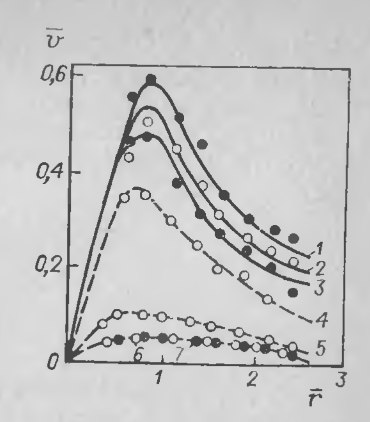
$$\text{Re} = \rho v_{\text{ср}} R/\mu \qquad (2.1.18)$$

Экспериментальная зависимость c_f от Re показана на рис. 2.6. Как следует из приведенных данных, при турбулентном режиме

* Этим объясняется отсутствие влияния формы днища аппарата на распределение скоростей применительно к аппаратам стандартной конфигурации. Для случаев перемешивания в сооружениях с $H/R \leqslant 0{,}5$ следует использовать более точное решение, приведенное в [13].

Рис. 2.7. Зависимость окружной скорости $\overline{v} = v/(\omega_0 r_0)$ от радиуса $\overline{r} = r/r_0$ при различных значениях вязкости среды (турбинная мешалка, $\overline{R} = 2{,}4$). Сплошные линии — по уравнениям (2.1.29) и (2.1.38).

Кривая	μ, Па·с	$\text{Re}_{\text{ц}}$
1	0,001	$4{,}5 \cdot 10^4$
2	0,015	$3 \cdot 10^3$
3	0,045	$1 \cdot 10^3$
4	0,055	$8{,}2 \cdot 10^2$
5	0,357	$1{,}26 \cdot 10^2$
6	1,17	$3{,}84 \cdot 10^1$
7	8,14	9,3



(Re = 1500÷2 000 000) эта зависимость может быть аппроксимирована выражением

$$c_f = \lambda_{\text{т}} \text{Re}^{-0{,}25} \qquad (2.1.19а)$$

а при ламинарном режиме (Re < 1500)

$$c_f = \lambda_{\text{л}} \text{Re}^{-1} \qquad (2.1.19б)$$

Коэффициенты $\lambda_{\text{т}}$ и $\lambda_{\text{л}}$ не зависят от типа мешалки. При $\overline{R} \geqslant 2$ величина $\lambda_{\text{т}}$ постоянна и равна 0,095 [15], при меньших значениях $\overline{R}$ она увеличивается с уменьшением расстояния между лопастями мешалки и стенкой аппарата и может быть рассчитана по аппроксимационному уравнению

$$\lambda_{\text{т}} = \overline{R}/(20{,}35\overline{R} - 19{,}1); \qquad 1{,}05 \leqslant \overline{R} \leqslant 2 \qquad (2.1.20)$$

Для аппаратов со скребковыми мешалками, т. е. при отсутствии зазора между лопастью и стенкой, $\lambda_{\text{т}} = 0{,}8$ [16].

Совместный анализ кривых $\zeta_{\text{л}} = f(\text{Re}_{\text{л}})$, $\zeta_{\text{м}} = f(\text{Re}_{\text{л}})$ и $c_f = f(\text{Re})$ (рис. 2.3, 2.4 и 2.6) позволяет объяснить сложный характер влияния вязкости и, соответственно, критерия Рейнольдса $\text{Re}_{\text{ц}} = \rho n d_{\text{м}}^2/\mu$ на скорость жидкости. Как следует из рис. 2.7 и 2.8, при повышении вязкости среды, т. е. при уменьшении $\text{Re}_{\text{ц}}$, вначале наблюдается сравнительно небольшое снижение значений скорости. Форма профиля скорости при этом сохраняется неизменной. Начиная с $\text{Re}_{\text{ц}}$ порядка 1000, скорость резко понижается, что сопровождается изменением характера

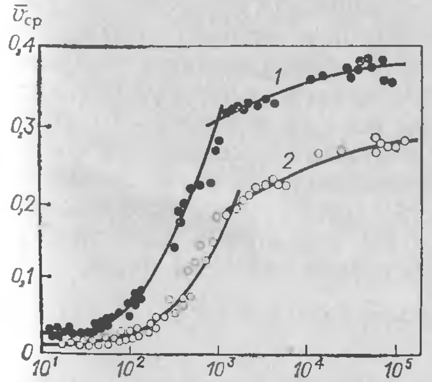


Рис. 2.8. Зависимость окружной скорости $\overline{v}_{\text{ср}} = v_{\text{ср}}/(\omega_0 r_0)$ от критерия Рейнольдса $\text{Re}_{\text{ц}}$:

1 — турбинная мешалка; $\overline{R} = 2{,}4$; *2* — лопастная мешалка, $\overline{R} = 2$.

распределения (уменьшается угол наклона кривой $\bar{v}(\bar{r})$ при $\bar{r} \to 0$). При еще меньших значениях $\mathrm{Re_ц}$ (порядка 50—100) влияние вязкости вновь ослабевает.

Для удобства анализа приравняем выражения моментов (2.1.8) и (2.1.16) и решим полученное уравнение относительно величины $\zeta_м/c_f$:

$$\frac{\zeta_м}{c_f} = 0{,}157\,\frac{\gamma}{z_м}\,\frac{\bar{v}_{ср}^2}{\int\limits_{\bar{r}_{вн}}^{1} [\bar{r} - \bar{v}(\bar{r})]^2\,\bar{r}\,d\bar{r}} \qquad (2.1.21)$$

При одинаковой степени влияния вязкости среды на коэффициенты сопротивления мешалки и корпуса правая часть уравнения (2.1.21), характеризующая распределение окружной скорости, должна оставаться постоянной и не зависеть от вязкости. Как следует из сопоставления кривых на рис. 2.3 и 2.6, одинаковая степень зависимости c_f и $\zeta_л$ (или $\zeta_м$) от вязкости имеет место при ламинарном режиме и этим объясняется отсутствие влияния вязкости при значениях $\mathrm{Re_ц} \leqslant 50$. При развитом турбулентном режиме характер влияния вязкости на коэффициенты сопротивления различается, но незначительно. Поэтому при значениях $\mathrm{Re_ц} \geqslant 1000$ (условия турбулентного обтекания стенки и лопастей мешалки) увеличение вязкости приводит к незначительному уменьшению скорости потока. Области промежуточных значений $\mathrm{Re_ц} = 50 \div 1000$ соответствуют $\mathrm{Re_л} = 6 \div 500$ и $\mathrm{Re} = 10 \div 1500$. В этих условиях поток в основной части аппарата еще остается ламинарным *, а режим обтекающего лопасти потока отвечает переходной области. Степень влияния вязкости на c_f и $\zeta_л$ в этой области существенно различается, а скорость потока резко изменяется с вязкостью перемешиваемой среды.

Уравнения (2.1.8) и (2.1.16), дополненные функцией, характеризующей изменение скорости по радиусу аппарата, отражают взаимодействие потока с мешалкой и корпусом аппарата и могут служить основой при расчете профиля скорости.

Представим объем аппарата состоящим из двух областей (рис. 2.9), которые различаются характером переноса момента импульса **. В центральной области I имеет место обмен моментом импульса между слоями жидкости, между жидкостью и лопастями мешалки, а также между жидкостью и днищем корпуса аппарата. В периферийной области II обмен моментом импульса осуществляется только между слоями жидкости и между жидкостью и корпусом. Поскольку профиль окружной скорости в области I представляет собой плавную непрерывную функцию, представим его описание в виде ряда по степеням $\bar{r} = r/r_0$. Ограничимся четырьмя членами ряда:

$$v_1(r) = \omega_0 r\,(\psi_1 \bar{r}^3 + \psi_2 \bar{r}^2 + \psi_3 \bar{r} + \psi_4); \qquad 0 \leqslant \bar{r} \leqslant 1 \qquad (2.1.22)$$

* Об этом можно судить по характеру зависимости $c_f = f(\mathrm{Re})$ на рис. 2.6.

** Более подробно этот вопрос рассматривается в разделе 2.6.

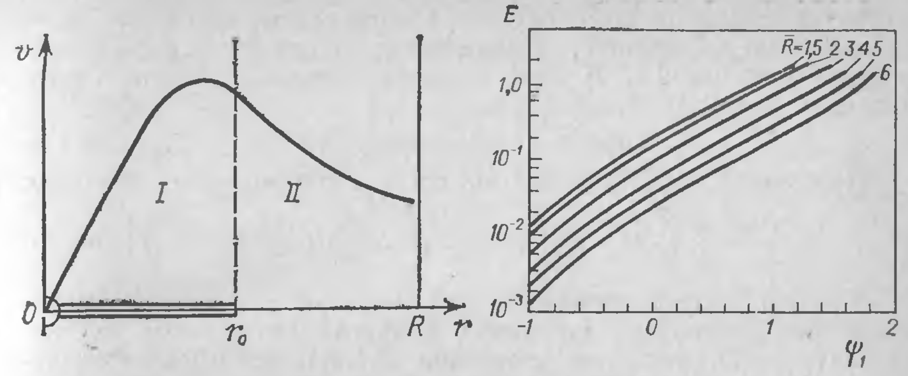


Рис. 2.9. Схема двухзонной модели профиля скорости: $I - v = \omega_0 r\,(\psi_1 \bar{r}^3 + \psi_2 \bar{r}^2 + \psi_3 \bar{r} + \psi_4)$; $II - v = \omega_0 r_0^2/r$.

Рис. 2.10. Параметр распределения скорости $\psi_1 = f(E)$ для мешалок с горизонтальным расположением лопастей при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$.
Значения ψ_2 находятся по уравнению (2.1.29в).

Для описания распределения скорости в области II применительно к аппаратам с $D/d_м \geqslant 1{,}5$ (D — диаметр аппарата, $d_м$ — диаметр мешалки), как и в модели «комбинированного вихря», используем выражение

$$v_2(r) = v(r_0)/r \qquad \text{при} \quad 1 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{R} \qquad (2.1.23)$$

где $v(r_0)$ — окружная скорость жидкости на радиусе r_0, м/с.

Значения коэффициентов полинома и величину $v(r_0)$ определим, исходя из условий на границах. Полагая

$$\omega/\omega_0 = 1 \qquad \text{и} \qquad d\omega/dr = 0 \qquad \text{при} \quad r = 0 \qquad (2.1.24)$$

и учитывая, что $\omega = v(r)/r$, найдем:

$$\psi_3 = 0; \qquad \psi_4 = 1 \qquad (2.1.25)$$

Далее, используя условие сопряженности профилей скорости (2.1.22) и (2.4.23) на границе двух областей

$$v_1(r) = v_2(r) \qquad \text{и} \qquad \frac{dv_1}{dr} = \frac{dv_2}{dr} \qquad \text{при} \quad r = r_0 \qquad (2.1.26)$$

получим:

$$v(r_0) = (1 + \psi_1 + \psi_2)\,\omega_0 r_0 \qquad (2.1.27)$$

$$\psi_2 = -0{,}5 - 1{,}25\psi_1 \qquad (2.1.28)$$

Таким образом, уравнения профиля скорости приобретают вид

$$\bar{v}_1(\bar{r}) = \bar{r}\,(\psi_1 \bar{r}^3 + \psi_2 \bar{r}^2 + 1) \qquad \text{при} \quad 0 \leqslant \bar{r} \leqslant 1 \qquad (2.1.29а)$$

$$\bar{v}_2(\bar{r}) = (1 + \psi_1 + \psi_2)/\bar{r} \qquad \text{при} \quad 1 < \bar{r} \leqslant \bar{R} \qquad (2.1.29б)$$

$$\psi_2 = -0{,}5 - 1{,}25\psi_1 \qquad (2.1.29в)$$

Как следует из уравнений (2.1.29), для полного описания профиля скорости в рассматриваемой форме достаточно одного пара-

метра ψ_1. Значения этого параметра определяют, исходя из полученных выше выражений для моментов при подстановке в них значений скорости из (2.1.29). Так, скорость обтекания лопасти в соответствии с (2.1.4) будет равна:

$$\bar{u}(\bar{r}) = \bar{r} - \bar{v}_1(\bar{r}) = -\psi_1 \bar{r}^3 - \psi_2 \bar{r}^2 \qquad (2.1.30)$$

Подставляя (2.1.30) в (2.1.8), после интегрирования находим:

$$M_{кр} = \frac{z_м \zeta_м \rho \omega_0^2 r_0^5}{2} \left[\frac{\psi_1^2}{10}\left(1 - \bar{r}_{вн}^{10}\right) + \frac{2\psi_1\psi_2}{9}\left(1 - \bar{r}_{вн}^{9}\right) + \frac{\psi_2^2}{8}\left(1 - \bar{r}_{вн}^{8}\right) \right] \qquad (2.1.31)$$

Учитывая, что величина $\bar{r}_{вн}$ для мешалок с горизонтальными лопастями (лопастных, турбинных и других аналогичных им) составляет $\leqslant 0,5$, упростим уравнение (2.1.31), пренебрегая значениями $\bar{r}_{вн}$ в высоких степенях:

$$M_{кр} = \frac{z_м \zeta_м \rho \omega_0^2 r_0^5}{2} \left(0,1\psi_1^2 + 0,222\psi_1\psi_2 + 0,125\psi_2^2\right) \qquad (2.1.32)$$

Аналогичным образом должно быть преобразовано уравнение для момента сопротивления (2.1.16). С этой целью, используя выражения (2.1.12) и (2.1.29), выразим среднюю скорость $\bar{v}_{ср}$ как

$$\bar{v}_{ср} = \frac{1}{\bar{R}} \left[\int_0^1 \bar{v}(\bar{r})\, d\bar{r} + \int_1^{\bar{R}} \bar{v}(\bar{r})\, d\bar{r} \right] = \frac{B_1}{2\bar{R}} \qquad (2.1.33)$$

где

$$B_1 = 1 + 0,4\psi_1 + 0,5\psi_2 + 2(1 + \psi_1 + \psi_2) \ln \bar{R} \qquad (2.1.34)$$

Отсюда, согласно (2.1.16) и (2.1.19), находим

$$M_{корп} = \frac{\pi}{16} \frac{\lambda_т}{Re^{0,25}} \rho \omega_0^2 r_0^5 \gamma \bar{R} B_1^2 \qquad (2.1.35)$$

и, выражая критерий Рейнольдса с учетом (2.1.33) как

$$Re = \rho v_{ср} R/\mu = 0,785 B_1 Re_ц \qquad (2.1.36)$$

имеем:

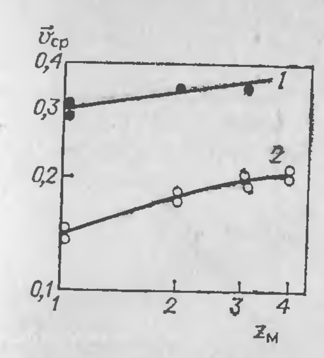
$$M_{корп} = \frac{\pi}{15} \lambda_т \rho \omega_0^2 r_0^5 \gamma \bar{R} B_1^{1,75} / Re_ц^{0,25} \qquad (2.1.37)$$

Здесь $Re_ц = \rho n d_м^2/\mu$.

Приравнивая в соответствии с (2.1.1) полученные выражения для крутящего момента и момента сопротивления, находим:

$$E = \frac{\gamma}{z_м \zeta_м Re_ц^{0,25}} = 2,4 \frac{0,1\psi_1^2 + 0,222\psi_1\psi_2 + 0,125\psi_2^2}{\lambda_т \bar{R} \left[1 + 0,4\psi_1 + 0,5\psi_2 + 2(1 + \psi_1 + \psi_2) \ln \bar{R}\right]^{1,75}} \qquad (2.1.38)$$

Уравнение (2.1.38) связывает параметры распределения окружной скорости ψ_1 и ψ_2 с геометрическими характеристиками аппарата и мешалки, а также со свойствами среды. Решение этого уравнения совместно с (2.1.28), выполняемое численным или графическим (рис. 2.10) методом, позволяет определить значения ψ_1 и ψ_2 и далее рассчитать профиль окружной скорости по уравнениям (2.1.29а и 2.1.29б).



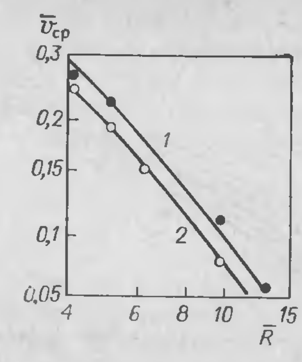


Рис. 2.11. Зависимость окружной скорости от числа турбинных мешалок на валу:
1 — $\bar{R}$ = 2,67; *2* — $\bar{R}$ = 5,33. Сплошные линии — расчет по уравнениям (2.1.29) и (2.1.38).

Рис. 2.12. Зависимость окружной скорости от соотношения размеров аппарата и мешалки:
1 — турбинная мешалка; *2* — закрытая турбинная мешалка. Сплошные линии — расчет по уравнениям (2.1.29) и (2.1.38).

Изложенная методика расчета проверена экспериментально в работах [14, 15] при значениях $\bar{R} = 1,5 \div 15$; $z_м = 1 \div 4$; $Re_ц = 800 \div 2\,000\,000$ для отношений высоты заполнения аппарата к его диаметру $H/D = 0,6 \div 2,5$, т. е. практически во всем рабочем диапазоне, характерном для аппаратов с мешалками. Уровень точности расчета иллюстрируется рис. 2.1, 2.7, 2.11 и 2.12. Зависимости для расчета профиля скорости при отношениях $H/D < 0,6$ и $\bar{R} > 15$, характерных не столько для аппаратов с мешалками, сколько для сооружений очистки сточных вод, приведены в работе [13].

Уравнение (2.1.38) распространяется на мешалки всех типов, у которых продольные оси лопастей расположены горизонтально, т. е. перпендикулярно оси вала (турбинные, лопастные, пропеллерные и т. п.). В случае мешалок с вертикально установленными лопастями, для которых отношение $(r_0 - r_{вн})/h_л$ существенно меньше единицы, т. е. для клетьевых (см. рис. 1.1.10), якорных * (см. рис. 1.8) и аналогичных им мешалок, это уравнение должно быть несколько изменено. Поскольку ширина b лопастей мешалок этих типов не превышает $0,2r_0$, скорость обтекания лопастей может быть с достаточным приближением выражена как

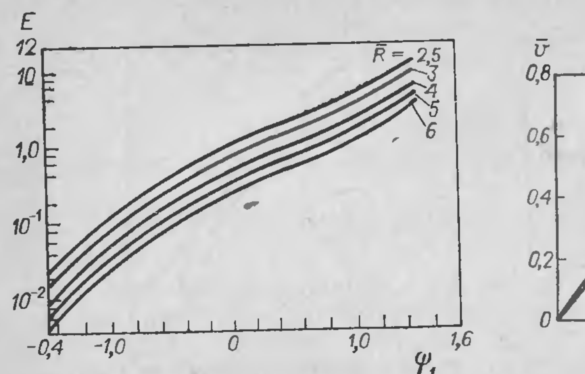
$$u = \omega_0 r_0 - v(r_0) \qquad (2.1.39)$$

или в соответствии с (2.1.30)

$$u = -\omega_0 r_0 (\psi_1 + \psi_2) \qquad (2.1.40)$$

---

* Якорные и рамные мешалки применяются, как правило, при $\bar{R} < 1,5$. В эмалированной аппаратуре они иногда используются и при $\bar{R} = 1,5 \div 2$. Влияние горизонтальных элементов конструкции стандартных якорных и рамных мешалок на гидродинамику течения при турбулентном режиме пренебрежимо мало [15].



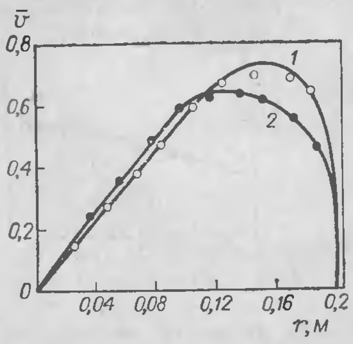


Рис. 2.13. Параметр распределения скорости $\psi_1 = f(E)$ для мешалок с вертикальным расположением лопастей при $\overline{R} > 1,5$.
Значения ψ_2 находятся по уравнению (2.1.29в).

Рис. 2.14. Профили окружной скорости в аппарате с рамной мешалкой:
1 — $\overline{R} = 1,05$; *2* — $\overline{R} = 1,33$. Сплошные линии — расчет по уравнениям (2.1.27), (2.1.45) и (2.1.52).

Крутящий момент, приложенный к лопастям мешалки, в данном случае можно определить следующим образом:

$$M_{\text{кр}} = z_{\text{м}}\zeta_{\text{л}}h_{\text{л}}z_{\text{л}}br_0\frac{\rho u^2}{2} \qquad (2.1.41)$$

или в соответствии с (2.1.40)

$$M_{\text{кр}} = z_{\text{м}}\zeta_{\text{м}}\rho\frac{\omega_0^2 r_0^5}{2}(\psi_1+\psi_2)^2 \qquad (2.1.42)$$

Коэффициент сопротивления мешалок рассматриваемого типа:

$$\zeta_{\text{м}} = \zeta_{\text{л}}z_{\text{л}}\bar{h}_{\text{л}}\bar{b} \qquad (2.1.43)$$

где $\bar{h}_{\text{л}} = h_{\text{л}}/r_0$; $\bar{b} = b/r_0$; $b = r_0 - r_{\text{вн}}$ — ширина лопасти, м.

Значение $\zeta_{\text{л}}$ для вертикальных лопастей при $\bar{b} \leqslant 0,2$ и $\bar{h}_{\text{л}} \geqslant 0,5$ может приниматься [15] равным 2,2 (см. табл. 2.1).

Сопоставляя выражения (2.1.42) и (2.1.37), получаем уравнение для определения параметров распределения скорости

$$E = 2,4\frac{(\psi_1+\psi_2)^2}{\lambda_{\text{т}}\overline{R}\,[1+0,4\psi_1+0,5\psi_2+2\,(1+\psi_1+\psi_2)\,\ln\overline{R}]^{1,75}} \qquad (2.1.44)$$

аналогичное выражению (2.1.38). Расчет параметра ψ_1, а затем радиального профиля окружной скорости проводится по графику (рис. 2.13) и уравнениям (2.1.29) в том же порядке, что и для мешалок с горизонтальными лопастями. Значение $\zeta_{\text{м}}$ для рамных и якорных мешалок с лопастями шириной $b = 0,14r_0$ составляет 1.28 (см. табл. 2.1).

Распределение скоростей при $\overline{R} = 1,05 \div 1,33$. Результаты измерений [15, 17] показывают, что форма профиля скорости, соответ-

ствующая изображенной на рис. 2.1 и 2.7, характерна только для аппаратов с $\overline{R} \geqslant 1,5$. При меньших значениях $\overline{R}$ в области радиусов $r_0 \leqslant r \leqslant R$ наблюдается изменение характера зависимости $\bar{v}(r)$ и при $\overline{R}$ около 1,3 кривые $\bar{v}(r)$ приобретают отрицательную кривизну (рис. 2.14). Для аппроксимации такого профиля может быть использовано выражение

$$v_2(r) = v(r_0)\left(\frac{R-r}{R-r_0}\right)^{1/7}; \qquad r_0 \leqslant r \leqslant R \qquad (2.1.45)$$

аналогичное применяемому для описания профиля скорости на плоской пластине [18]. Следует заметить, что применение «профиля $^1/_7$» в данном случае, в отличие от пластины, не вытекает из каких-либо теоретических посылок; эта зависимость используется только в качестве аппроксимационного выражения. Для аппаратов с радиально-лопастными мешалками такая аппроксимация вполне удовлетворительно описывает измеренный профиль. Применительно к рамным и якорным мешалкам выражение (2.1.45) характеризует только осредненную картину течения, при этом не учитываются местные возмущения, возникающие вблизи лопастей мешалки [17].

В области $0 \leqslant r \leqslant r_0$ профиль скорости, как и в предыдущем случае, описывается полиномом (2.1.27), а соотношение между параметрами ψ_1 и ψ_2 определяется из условий (2.1.24). Подставляя $v_2(r_0)$ из (2.1.45) и выражение

$$\left.\frac{dv_2(r)}{dr}\right|_{r=r_0} = -\frac{\omega_0}{7}\,\frac{1+\psi_1+\psi_2}{\overline{R}-1} \qquad (2.1.46)$$

в (2.1.24) и (2.1.27), получаем:

$$\psi_2 = -S_1 - S_2\psi_1 \qquad (2.1.47)$$

где

$$S_1 = \frac{7\,(\overline{R}-1)+1}{21\,(\overline{R}-1)+1}; \qquad S_2 = \frac{28\,(\overline{R}-1)+1}{21\,(\overline{R}-1)+1} \qquad (2.1.48)$$

Величина средней скорости в рассматриваемом случае:

$$\bar{v}_{\text{ср}} = B_2/(2\overline{R}) \qquad (2.1.49)$$

где в соответствии с (2.1.12), (2.1.27) и (2.1.45)

$$B_2 = 1+0,4\psi_1+0,5\psi_2+1,75\,(1+\psi_1+\psi_2)\,(\overline{R}-1) \qquad (2.1.50)$$

Используя соотношение (2.1.49) в уравнении (2.1.16) и учитывая (2.1.19а), имеем:

$$M_{\text{корп}} = \frac{\pi}{15}\lambda_{\text{т}}\rho\omega_0^2 r_0^5 B_2^{1,75}\overline{R}\gamma/\text{Re}_{\text{ц}}^{0,25} \qquad (2.1.51)$$

Поскольку выражения, описывающие профиль скорости в области $0 \leqslant r \leqslant r_0$ при $\overline{R} \geqslant 1,5$ и $\overline{R} = 1,05 \div 1,33$, совпадают, при

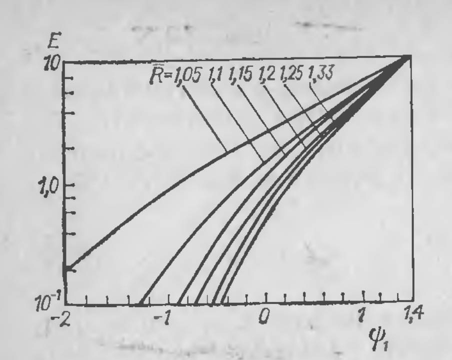


Рис. 2.15. Параметр распределения скорости $\psi_1 = f(E)$ для мешалок с вертикальным расположением лопастей (якорные, рамные и т. п.) при $\bar R \leqslant 1,33$.

определении крутящего момента мешалок с горизонтально и вертикально расположенными лопастями в данном случае могут быть использованы уравнения (2.1.32) и (2.1.42). Применяя закон сохранения момента, для мешалок с горизонтальными лопастями имеем

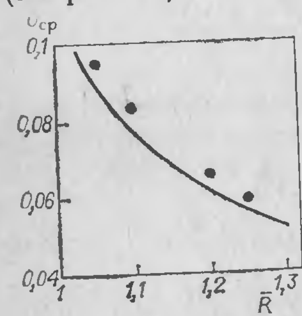
$$E = \frac{\gamma}{z_м \zeta_м Re_ц^{0,25}} = 2,4\frac{0,1\psi_1^2 + 0,222\psi_1\psi_2 + 0,125\psi_2^2}{\lambda_т \bar R\,[1 + 0,4\psi_1 + 0,5\psi_2 + 1,75\,(1 + \psi_1 + \psi_2)\,(\bar R - 1)]^{1,75}} \quad (2.1.52)$$

а для мешалок с вертикальными лопастями

$$E = 2,4\frac{(\psi_1 + \psi_2)^2}{\lambda_т \bar R\,[1 + 0,4\varphi_1 + 0,5\varphi_2 + 1,75\,(1 + \psi_1 + \psi_2)\,(\bar R - 1)]^{1,75}} \quad (2.1.53)$$

Расчет по уравнениям (2.1.52) и (2.1.53) как и в предыдущих случаях, осуществляется численным методом. Применительно к рамным и якорным мешалкам, для которых рассматриваемые здесь соотношения наиболее характерны, можно воспользоваться графиком, приведенным на рис. 2.15.

Удовлетворительная точность рассматриваемого метода расчета профиля скорости иллюстрируется сопоставлением расчетных и опытных данных на рис. 2.14 и 2.16. Как следует из этих рисунков, увеличение размера мешалки (т. е. уменьшение $\bar R$) всегда сопровождается повышением окружной скорости потока, несмотря на увеличение коэффициента гидравлического сопротивления корпуса (см. рис. 2.5).



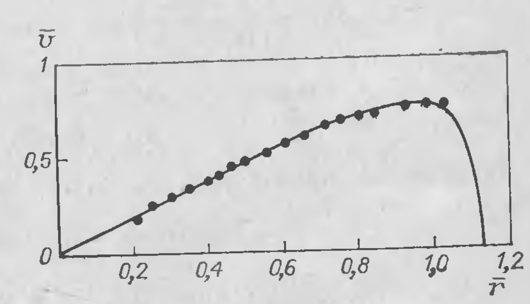


Рис. 2.16. Зависимость окружной скорости от соотношения размеров аппарата и мешалки (двухрядная лопастная мешалка, $\zeta_М = 2,6$; $Re_ц = 2,5 \cdot 10^4$).

Сплошная линия — расчет по уравнениям (2.1.29) и (2.1.38).

Рис. 2.17. Профиль окружной скорости в аппарате со скребковой мешалкой ($R = 0,25$ м; $\bar R = 1,13$; $z_л = 2$; $\mu = 0,001$ Па·с.

Сплошная линия — расчет по уравнениям (2.1.58) и (2.1.67).

Распределение скоростей в аппаратах со скребковыми мешалками. В разделе 1.2 указывалось, что для проведения процессов, сопровождающихся большим выделением или поглощением теплоты, часто используются аппараты со скребковыми мешалками. Зазор между стенкой корпуса и лопастью мешалки (скребком) в таких аппаратах отсутствует, и радиус мешалки r_0 практически равен радиусу аппарата R. Профиль скорости в основной части объема аппарата со скребковыми мешалками (рис. 2.17) близок по характеру к профилю в аппаратах с мешалками других типов и может быть аппроксимирован полиномом

$$v_1(r) = \omega_0 r\,(\psi_1 \bar r^3 + \psi_2 \bar r^2 + 1); \qquad 0 \leqslant r \leqslant r_С \quad (2.1.54)$$

Здесь $\bar r = r/r_С$; $r_С$ — радиус расположения оси скребков, м.

Вблизи стенки профиль скорости также аппроксимируется [16] полиномом:

$$v_2(\bar r) = v(r_С)\,(\alpha_1 + \alpha_2 \bar r + \alpha_3 \bar r^2); \qquad 1 \leqslant \bar r \leqslant \bar R \quad (2.1.55)$$

Как следует из опытных данных [15], при $\bar R \to 1$ максимум на кривой $v(r)$ располагается в зоне, непосредственно ометаемой лопастями. Поэтому, учитывая, что $b \ll R$, примем в первом приближении:

$$\frac{dv_1(r)}{dr} = \frac{dv_2(r)}{dr}; \qquad v_1(r) = v_2(r) \qquad при \quad r = r_С \quad (2.1.56)$$

В результате совместного решения уравнений (2.1.54)—(2.1.56) с учетом условия на стенке корпуса

$$v = 0 \qquad при \quad r = R \quad (2.1.57)$$

получаем:

$$\bar v_1(\bar r) = \bar r\,(\psi_1 \bar r^3 + \psi_2 \bar r^2 + 1) \qquad 0 \leqslant \bar r \leqslant 1 \quad (2.1.58а)$$

$$\bar v_2(\bar r) = (1 + \psi_1 + \psi_2)\left[1 - \left(\frac{\bar r - 1}{\bar R - 1}\right)^2\right] \qquad 1 \leqslant \bar r \leqslant \bar R \quad (2.1.58б)$$

$$\psi_2 = -0,33 - 1,33\psi_1 \quad (2.1.58в)$$

Здесь

$$\bar R = R/r_С \quad (2.1.59)$$

Для определения параметра ψ_1 выразим крутящий момент, приложенный к скребкам (число скребков $z_л$, высота и ширина * скребков, соответственно, $h_л$ и b), как

$$M_{кр} = \zeta_л z_л h_л b r_С \frac{\rho u^2}{2} \quad (2.1.60)$$

---

* Под шириной скребка понимается ширина проекции скребка на меридиональную плоскость.

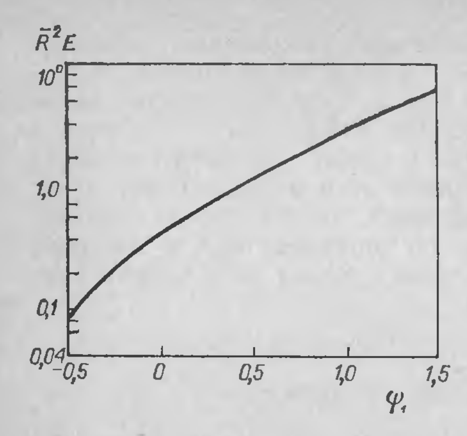


Рис. 2.18. Параметр распределения скорости $\psi_1 = f(E)$ для скребковых мешалок. Значение ψ_2 находится по уравнению (2.1.58в).

Полагая

$$u = \omega_0 r_c - v(r_c) = -\omega_0 r_c (\psi_1 + \psi_2) \quad (2.1.61)$$

и учитывая, что

$$\zeta_м = \zeta_л z_л \bar{h}_л б \quad (2.1.62)$$

имеем:

$$M_{кр} = \zeta_м \rho \omega_0^2 r_c^5 (\psi_1 + \psi_2)^2/2 \quad (2.1.63)$$

где $\bar{h}_л = h_л/r_c$; $б = b/r_c$.

В соответствии с (2.1.12) и (2.1.58)

$$\bar{v}_{ср} = B_3/(2\bar{R}) \quad (2.1.64)$$

$$M_{корп} = \frac{\pi}{15} \lambda_т \rho \omega_0^2 r_c^5 \gamma \bar{R} B_3^{1,75}/\mathrm{Re}_ц^{0,25} \quad (2.1.65)$$

где

$$B_3 = 1 + 0,4\psi_1 + 0,5\psi_2 + 1,33(1 + \psi_1 + \psi_2)(\bar{R} - 1) \quad (2.1.66)$$

Отсюда, по аналогии с (2.1.44):

$$E = \frac{\gamma}{\zeta_м \mathrm{Re}_ц^{0,25}} = 3,0 \frac{(\psi_1 + \psi_2)^2}{\bar{R}\,[1 + 0,4\psi_1 + 0,5\psi_2 + 1,33(1 + \psi_1 + \psi_2)(\bar{R} - 1)]^{1,75}} \quad (2.1.67)$$

Определение параметров распределения скорости ψ_1 и ψ_2 в аппаратах со скребковыми мешалками осуществляется путем численного решения уравнения (2.1.67) или с использованием графика (рис. 2.18). При расчете $\zeta_м$ коэффициент сопротивления скребков $\zeta_л$ принимается [16] равным 2,2.

2.2. СКОРОСТЬ ЖИДКОСТИ В АППАРАТАХ С НЕПОДВИЖНЫМИ ВНУТРЕННИМИ УСТРОЙСТВАМИ

Установка в аппарате неподвижных внутренних устройств (отражательных перегородок, труб передавливания, отражателей и т. д.) приводит к уменьшению скорости окружного течения. Одновременно с этим происходит увеличение радиальной и осевой составляющих скорости. Распределение скоростей в данном случае зависит главным образом от величины гидравлического сопротивления, оказываемого внутренними устройствами при их обтекании окружным потоком. В тех случаях, когда момент сопротивления внутренних устройств невелик и существенно не превышает момента сопротивления корпуса аппарата, характер распределения окружной скорости аналогичен рассмотренному в предыдущем разделе, а осевая и радиальная составляющие по-прежнему остаются много меньше

окружной. По мере увеличения сопротивления внутренних устройств наблюдается все более значительное уменьшение окружных скоростей.

В аппаратах с отражательными перегородками, обладающими весьма высоким сопротивлением, все пространственные составляющие скорости оказываются близкими по величине [19], а меридиональная циркуляция становится важнейшим элементом гидродинамической обстановки [20]. Одной из наиболее существенных особенностей потока в этих условиях является визуально наблюдаемая [21] нестационарность поля скоростей, периодическое возникновение и затухание крупных вихрей.

Измерения отдельных составляющих скорости потока в аппаратах с перегородками осуществлялись в ряде работ, приведенных в [22]. Известны также попытки теоретического исследования этого случая течения [23]. Однако достаточно полное описание поля скоростей, даже в форме эмпирических зависимостей, пока не получено из-за большой сложности картины течения, и единственно реальным в настоящее время представляется качественное описание характера распределения скоростей на основе упрощенных моделей. В частности, оценка характера распределения осевой составляющей скорости по радиусу аппарата при размещении мешалки вблизи днища может быть сделана на основе следующих допущений [24]: 1) влияние окружного потока на профиль скорости осевого течения пренебрежимо мало; 2) поворот осевого потока в радиальном направлении от центра к периферии происходит в основном вблизи плоскости мешалки, обратный поворот (от периферии к центру) — в непосредственной близости от поверхности жидкости и, следовательно, осевая составляющая скорости сохраняется постоянной по высоте.

В рамках рассматриваемой упрощенной схемы течения профиль осевой скорости нисходящего потока описывается уравнением

$$-\rho \frac{d}{dr}\left(\nu_т r \frac{dw(r)}{dr}\right) = \Delta p r \quad (2.2.1)$$

где $\nu_т$ — турбулентная вязкость, м²/с; Δp — перепад давления, Па/м; $w(r)$ — осевая скорость жидкости на радиусе r, м/с.

Если, следуя [24], предположить, что турбулентная вязкость постоянна и не зависит от радиуса, общее решение уравнения (2.2.1) можно получить в виде

$$w(r) = C_1 \ln r + C_2 + \frac{\Delta p\, r^2}{4\rho\nu_т} \quad (2.2.2)$$

Задавая условия

$$dw/dr = 0 \quad \text{при} \quad r = 0 \quad (2.2.3)$$

и на границе нисходящей и восходящей ветвей циркуляционного контура

$$w = 0 \quad \text{при} \quad r = r_ц \quad (2.2.4)$$

найдем:

$$w_1(r) = \frac{\Delta p}{4\rho\nu_т}(r^2 - r_ц^2) \quad (2.2.5)$$

Далее, выражая циркуляционный расход q через локальные значения скорости

$$q = 2\pi \int_0^{r_ц} |w_1(r)|\, r\, dr \qquad (2.2.6)$$

имеем:

$$\Delta p = q \frac{8\rho\nu_т}{\pi r_ц^4} \qquad (2.2.7)$$

Общее решение для внешней части контура, т. е. для восходящего потока, также имеет вид (2.2.2). Используя условие сопряжения кривых $w_1(r)$ и $w_2(r)$ на границе зон

$$w_1 = w_2 = 0 \quad \text{и} \quad \frac{dw_1}{dr} = \frac{dw_2}{dr} \quad \text{при} \quad r = r_ц \qquad (2.2.8)$$

и учитывая, что из условия неразрывности

$$q = 2\pi \int_{r_ц}^{R} |w_2(r)|\, r\, dr \qquad (2.2.9)$$

найдем *:

$$w(r) = \frac{4q}{\pi R^2}\left(2\frac{r^2}{R^2} - 1\right); \qquad 0 \leqslant r \leqslant R \qquad (2.2.10)$$

$$r_ц = R/\sqrt{2} \qquad (2.2.11)$$

Несмотря на сугубо приближенный характер исходных посылок ($w \neq 0$ при $r = R$), уравнения (2.2.10) и (2.2.11) удовлетворительно отражают качественный характер распределения осевой составляющей скорости. Эти уравнения могут быть использованы и для количественных оценок, исходя из известного значения циркуляционного расхода q. Определение величины q вызывает, однако, серьезные затруднения. Экспериментально установлено [22], что циркуляционный расход в аппаратах с отражательными перегородками связан с характеристиками мешалки уравнением

$$q \approx 2k_q n d_м^3 \qquad (2.2.12)$$

где n — частота вращения мешалки, об/с; $d_м$ — диаметр мешалки, м.

Коэффициент расхода k_q, входящий в уравнение (2.2.12), изменяется в широких пределах [22] и зависит от типа мешалки, соотношений ее размеров, а также, по данным отдельных авторов, от размеров аппарата [25] и свойств среды [26]. Как следует из результатов экспериментальных измерений, выполненных различными методами (прямое измерение скоростей жидкости, измерение времени выравнивания концентраций и др. [22]), для турбинных

* На область в непосредственной близости от стенки уравнение (2.2.10) не распространяется.

мешалок $k_q = 0{,}5 \div 1$, а для пропеллерных $k_q = 0{,}2 \div 0{,}6$. Для большинства конструкций мешалок и аппаратов значения k_q неизвестны.

Расчетная оценка окружной составляющей скорости связана с меньшими затруднениями и, как правило, может быть выполнена на основе данных о геометрии аппарата и коэффициенте сопротивления мешалки без дополнительной экспериментальной информации. В аппаратах с внутренними устройствами, как и в гладкостенных аппаратах, характеристики окружного потока должны удовлетворять требованию равновесия моментов (2.1.1). При этом выражение для момента сопротивления должно быть дополнено [27] слагаемым, учитывающим гидравлическое сопротивление внутренних устройств при их обтекании окружным потоком:

$$M_{кр} = M_{сопр} = M_{корп} + M_{вн} \qquad (2.2.13)$$

Здесь

$$M_{вн} = \sum_{z_{вн}} M_i \qquad (2.2.14)$$

где M_i — момент сопротивления i-го внутреннего устройства, Н·м; $z_{вн}$ — число внутренних устройств.

В тех случаях, когда ширина проекции внутреннего устройства на радиальную плоскость не превышает 0,3 радиуса аппарата, можно пренебречь изменением скорости на участке радиуса, занятом внутренним устройством. Тогда

$$M_i = \zeta_i f_i r_i \rho \frac{v^2(r_i)}{2} \qquad (2.2.15)$$

где ζ_i — коэффициент сопротивления при поперечном обтекании i-го внутреннего устройства; f_i — площадь проекции i-го устройства на меридиональную плоскость, м²; r_i — радиус установки i-го устройства, м; $v(r_i)$ — окружная скорость жидкости на радиусе r_i, м/с.

Строго говоря, условием применимости выражения (2.2.15) является также постоянство значений окружной скорости жидкости по высоте аппарата. Опытные данные [19] свидетельствуют о том, что в основной части объема это условие выполняется. Некоторое увеличение окружных скоростей наблюдается только в узкой области вблизи мешалки (в зоне радиальной струи, отбрасываемой лопастями).

В большинстве случаев внутренние устройства представляют собой цилиндрические или плоские элементы (трубы, пластины, сплюснутые трубы), для которых значения коэффициентов сопротивления ζ_i заключены в пределах 1—2 (табл. 2.2).

Выражая крутящий момент $M_{кр}$ по уравнению (2.1.8), а момент сопротивления корпуса аппарата — по уравнению (2.1.16) с учетом (2.2.14) и (2.2.15), после преобразования получаем:

$$z_м \zeta_м \int_{r_{вн}}^{1} [\bar r - \bar v(r)]^2\, \bar r\, d\bar r = \frac{\pi}{2}\gamma c_f \bar R^3 \bar v_{ср}^2 + \sum_{z_{вн}} \zeta_i \frac{f_i r_i}{r_0^3} \bar v^2(r_i) \qquad (2.2.16)$$

Уравнение (2.2.16) содержит величины $\bar v(r)$, $\bar v_{ср}$ и $\bar v(r_i)$, и для его решения необходима функция, характеризующая форму про-

Таблица 2.2. **Коэффициенты гидравлического сопротивления**

Тип внутренних устройств	Схема	Соотношение размеров	Коэффициент сопротивления ζ_i
Одиночный цилиндр, труба [28]		$h/d =$ 1	0,63
		2	0,68
		5	0,74
		10	0,82
		40	0,98
		∞	1,2
Одиночная пластина [28]		$h/s =$ 1	1,1
		2	1,15
		4	1,19
		10	1,29
		18	1,4
		∞	2
Пластина у стенки, отражательные перегородки		$\frac{h_п}{b_п} = 5 \div 10$	2
Отражатель		—	1,5

филя окружной составляющей скорости. В условиях, когда число и площадь неподвижных внутренних устройств невелики $\left(\sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i < 0{,}5RH\right)$, момент их сопротивления $M_{вн}$ не превышает удвоенного момента сопротивления корпуса аппарата, а форма профиля скорости не претерпевает существенных изменений по сравнению с формой профиля в аппаратах без внутренних устройств. В этих случаях для описания зависимости $v(r)$ можно пользоваться [27] аппроксимирующими уравнениями, приведенными в разделе 2.1. Так, при перемешивании мешалками с горизонтальными лопастями для $\bar{R} \geqslant 1{,}5$ распределение скорости в аппаратах с внутренними устройствами малого сечения (например, с трубой передавливания) описывается уравнением (2.1.29). Подставляя значения $\bar{v}_1(r)$ и $\bar{v}_2(r)$ из этих уравнений в равенство (2.2.16) и используя соответствующее условию $\bar{R} \geqslant 1{,}5$ выражение (2.1.37), для случая установки внутренних устройств имеем в области радиусов $r_i \geqslant r_0$

$$z_м\zeta_м\left(0{,}1\psi_1^2 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2\right) = \frac{2\pi}{15}\lambda_т\gamma\bar{R}\frac{B_1^{1,75}}{\mathrm{Re}_ц^{0,25}} + (1+\psi_1+\psi_2)^2\bar{R}\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_i}{Rr_i} \quad (2.2.17)$$

Численное решение уравнения (2.2.17) совместно с (2.1.29в) позволяет определить значения ψ_1 и ψ_2 и далее по уравнениям (2.1.29а) и (2.1.29б) осуществить приближенный расчет профиля окружной скорости в аппарате. Значения коэффициентов сопротивления мешалок $\zeta_м$ приведены в табл. 2.1, значения $\lambda_т$ рассчитываются по формуле (2.1.20).

Аналогичные уравнения могут быть получены и для других типов мешалок и соотношений $\bar{R}$, рассмотренных в разделе 2.1.

При увеличении сопротивления внутренних устройств снижение локальных значений окружной скорости сопровождается также сглаживанием профиля, т. е. выравниванием значений окружных скоростей жидкости на разных радиусах [27]. При $\sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i > 0{,}5RH$ различие между локальными значениями окружной скорости в основной части объема аппарата (в области значений $r \geqslant 0{,}5r_0$) не превышает 10—15 %. Это позволяет при расчете принять в первом приближении

$$\bar{v}(r) \approx \bar{v}_{ср} \quad (2.2.18)$$

и отсюда в соответствии с (2.2.16) получить

$$z_м\zeta_м\frac{0{,}25 - 0{,}67\bar{v}_{ср} + 0{,}5\bar{v}_{ср}^2}{\bar{v}_{ср}^2\bar{R}^3} = \frac{\gamma_т\lambda\pi}{2{,}2\,(\bar{R}\bar{v}_{ср}\,\mathrm{Re}_ц)^{0,25}} + \sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_i r_i}{R^3} \quad (2.2.19)$$

В тех случаях, когда

$$\sum_{z_{вн}}\zeta_i f_i > 0{,}5RH \quad (2.2.20)$$

момент сопротивления внутренних устройств оказывается значительно больше момента сопротивления корпуса аппарата, и уравнение (2.2.19) может быть использовано в упрощенной форме, отражающей только сопротивление внутренних устройств:

$$z_м\zeta_м\left(0{,}25 - 0{,}67\bar{v}_{ср} + 0{,}5\bar{v}_{ср}^2\right) \approx \bar{v}_{ср}^2\bar{R}^3\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_i r_i}{R^3} \quad (2.2.21)$$

Отсюда

$$\bar{v}_{ср} = \frac{0{,}33 - \sqrt{0{,}11 - 0{,}25\,(0{,}5 - K_{вн})}}{0{,}5 - K_{вн}} \quad (2.2.22)$$

где

$$K_{вн} = \frac{\bar{R}^3}{z_м\zeta_м}\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_i r_i}{R^3} \quad (2.2.23)$$

Уравнения (2.2.19) и (2.2.22) — ориентировочные, поскольку описывают только осредненные характеристики распределения окружной скорости и не отражают локальных особенностей поля скоростей вблизи внутренних устройств. Тем не менее, они учитывают влияние основных конструктивных характеристик аппарата и не требуют использования дополнительных опытных данных *. Как

* Значения коэффициентов сопротивления внутренних устройств определяются по справочной литературе, например по [28] или по табл. 2.2.

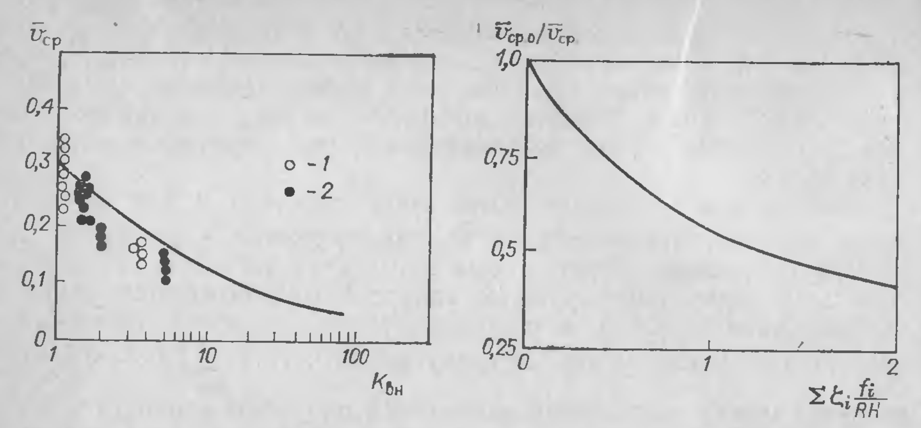


Рис. 2.19. Зависимость окружной скорости от характеристик внутреиних устройств. Кривая — расчет по уравнению (2.2.19), точки — экспернментальные данные [27]. Диаметр аппарата (в м): *1*—0,3; *2*—1,2.

Рис. 2.20. Завнснмость среднего значения окружной скорости от сопротивлеиия внутренних устройств (аппарат с турбинной мешалкой: $R = 3$; $\zeta_М z_М = 8,4$; $r_i = 0,9R$; $\gamma = 9$; $Re_ц = 10^6$; $\bar{v}_{ср}$, $\bar{v}_{ср0}$ — средние значеиия окружной скорости при отсутствии и при наличии внутренних устройств, соответственно).

следует из рис. 2.19, расчетные оценки в достаточной мере согласуются с результатами измерений.

Расчеты по уравнениям, полученным в настоящем разделе, а также данные измерений указывают на то, что при установке в аппарате неподвижных устройств окружная скорость обычно существенно снижается (рис. 2.20). Даже наличие трубы передавливания $\left(\sum \zeta_i \frac{f_i}{RH} = 0,1 \div 0,2\right)$ может приводить к уменьшению средней скорости жидкости на 10—15 %, причем это влияние усиливается с повышением $Re_ц$, т. е. с уменьшением коэффициента сопротивления корпуса аппарата c_f.

Необходимо отметить, что на неподвижные устройства, установленные в аппарате, действуют гидродинамические силы. Расчет этих сил может осуществляться с использованием значений окружной скорости жидкости $v(r_i)$, определяемых по приведенным выше уравнениям. Сила, действующая на i-е устройство:

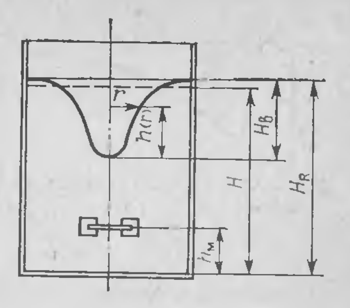
$$P_i = \frac{M_i}{r_i} = \rho\zeta_i \frac{f_i v^2(r_i)}{2} \qquad (2.2.24)$$

Погрешность расчета P_i составляет 15—20 %.

2.3. ОБРАЗОВАНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ВОРОНКИ

При вращательном движении жидкости в аппаратах с мешалками наблюдается образование центральной воронки, сопровождающееся подъемом жидкости у стенки аппарата (рис. 2.21). Если угловая скорость перемешиваемой среды высока, глубина воронки становится

Рис. 2.21. Центральная воронка в аппарате с турбинной мешалкой.



сопоставимой с глубиной установки мешалки или даже превышает ее. При большом радиусе поверхности воронки на уровне расположения мешалки в жидкость погружены только концы лопастей. Это равноценно уменьшению площади лопастей и, как следует из уравнения (2.1.7), приводит к уменьшению величины крутящего момента, приложенного к жидкости. Одновременно наблюдается увлечение воздуха в жидкость, его диспергирование и образование газожидкостной смеси в зоне, непосредственно ометаемой лопастями. Следовательно, локальная плотность среды, обтекающей лопасти, оказывается ниже средней ее плотности в аппарате, что также вызывает уменьшение крутящего момента.

В условиях, когда объем воронки велик, ее образование приводит к повышению уровня жидкости вблизи стенки аппарата, т. е. в соответствии с (2.1.10) к увеличению гидравлического сопротивления корпуса. Поскольку высота подъема жидкости обычно относительно невелика, заметного увеличения крутящего момента не происходит, а при достижении поверхностью воронки внутренних кромок лопастей мешалки наблюдается существенное снижение мощности*.

При строгом совпадении оси вращения мешалки с осью аппарата влияние воронки должно было бы ограничиваться рассмотренными выше явлениями. На практике, однако, имеют место эллиптичность корпусов, эксцентриситет, биение вала и т. д. Поэтому в реальных условиях, особенно при наличии в аппарате неподвижных внутренних устройств, ось воронки совершает прецессирующее движение относительно оси аппарата, а ее глубина и, следовательно, скорость жидкости и крутящий момент на валу колеблются. Возникающие при этом неуравновешенные динамические нагрузки отрицательно сказываются на работоспособности подшипников и уплотнений (известны даже случаи изгиба или поломки валов мешалок).

Рассматриваемые отрицательные воздействия, связанные с образованием воронки, практически исключаются, если вершина воронки располагается выше ступицы мешалки. Такое условие, являющееся, по-существу, одним из требований к применимости аппарата** с перемешивающим устройством, можно записать следующим образом:

$$H_R - H_в \geqslant h_м$$

---

* Это может служить объяснением отмечавшейся в ранних работах, например в [29], зависимости мощности от критерия Фруда $Fr = n^2 d_м / g$.

** Учитывая погрешность расчета глубины воронки, а также возможные колебания уровня жидкости, допустнмое значение глубины воронки следует задавать с известным запасом.

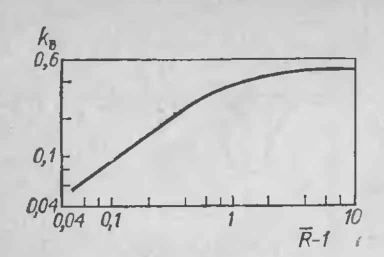


Рис. 2.22. Расчетный график для определения глубины воронки.

где H_R — высота уровня жидкости у стенки аппарата, м; $H_в$ — глубина воронки, м; $h_м$ — высота размещения мешалки над днищем, измеряемая до середины высоты лопастей и составляющая обычно $(1 \div 2)\, r_0$, м.

Если аппарат снабжен переливным патрубком и эксплуатируется при непрерывном режиме, величина H_R, т. е. максимальная высота уровня жидкости, постоянна и определяется высотой размещения патрубка. В остальных случаях она зависит от объема воронки. Для аппаратов с плоским днищем H_R определяется из соотношения

$$H_R = \frac{V_ж + V_в}{\pi R^2} \tag{2.3.2}$$

где $V_ж$ — объем жидкости в аппарате, м³; $V_в$ — объем воронки, м³.

Для аппаратов с эллиптическими днищами:

$$H_R = h_{дн} + \frac{V_ж + V_в - V_{дн}}{\pi R^2} \tag{2.3.3}$$

Здесь $h_{дн}$ — высота днища, м; $V_{дн}$ — объем днища [30]:

$$V_{дн} = 0{,}166 \pi R^3 \tag{2.3.4}$$

Исходной посылкой при расчете глубины и объема воронки служит условие равновесия элемента жидкости [2, 3]:

$$\rho g\, dh = \frac{\rho v^2(r)}{r}\, dr \tag{2.3.5}$$

где g — ускорение свободного падения, м/с²; h — вертикальная координата, м.

Решение уравнения (2.3.5) возможно [9] на основе уравнений профиля окружной скорости, приведенных в предыдущих разделах.

Для области радиусов $0 \leqslant r \leqslant r_0$ выражение, описывающее форму воронки, может быть получено интегрированием уравнения (2.3.5) с использованием уравнения профиля скорости (2.1.29а):

$$h(r) = \frac{\omega_0^2 r_0^2}{g} \int_0^{\bar r} \frac{\bar v_1^2(r)}{\bar r}\, d\bar r = \frac{\omega_0^2 r_0^2}{g} \left(\frac{1}{8} \psi_1^2 \bar r^7 + \frac{1}{6} \psi_2^2 \bar r^6 + \frac{1}{2} \bar r^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{7} \psi_1 \psi_2 \bar r^7 + \frac{2}{5} \psi_1 \bar r^5 + \frac{1}{2} \psi_2 \bar r^4 \right) \tag{2.3.6}$$

Для радиусов $r > r_0$ из уравнения (2.1.29б) при $\overline{R} \geqslant 1{,}5$ имеем

$$h(r) = h_{r_0} + \frac{\omega_0^2 r_0^2}{g} \left(1 - \frac{1}{\bar r^2}\right) (1 + \psi_1 + \psi_2)^2 \tag{2.3.7}$$

а при $\overline{R} \leqslant 1{,}33$

$$h(r) = h_{r_0} + \frac{\omega_0^2 r_0^2}{g} \overline{R}^{2/7} (1 + \psi_1 + \psi_2)^2 \left\{ \ln \frac{\bar r - 1}{\overline{R}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{{}^2/_7 ({}^2/_7 - 1)({}^2/_7 - 2) \ldots ({}^2/_7 - k + 1)}{k!\,k} \left[\left(\frac{\bar r}{\overline{R}} \right)^k - \left(\frac{1}{\overline{R}} \right)^k \right] \right\} \tag{2.3.8}$$

Здесь $h(r)$ — вертикальная координата поверхности воронки на радиусе r, отсчитываемая от нижней точки воронки, м; h_{r_0} — координата поверхности воронки на радиусе r_0, м:

$$h_{r_0} = \frac{\omega_0^2 r_0^2}{g} \int_0^1 \frac{\bar v_1(r)}{\bar r}\, d\bar r = \frac{\omega_0^2 r_0^2}{2g} \left(1 + \frac{1}{4} \psi_1^2 + \frac{1}{3} \psi_2^2 + \frac{4}{7} \psi_1 \psi_2 + \frac{4}{5} \psi_1 + \psi_2 \right) \tag{2.3.9}$$

Общая глубина воронки:

$$H_в = h_{r_0} + \frac{\omega_0^2 r_0^2}{g} (1 + \psi_1 + \psi_2)^2 k_в \tag{2.3.10}$$

где при $\overline{R} \geqslant 1{,}5$

$$k_в = 1 - \frac{1}{\overline{R}^2} \tag{2.3.11}$$

и при $\overline{R} \leqslant 1{,}33$

$$k_в = \overline{R}^{2/7} \left\{ \ln \left(1 - \frac{1}{\overline{R}} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{{}^2/_7 ({}^2/_7 - 1)({}^2/_7 - 2) \ldots ({}^2/_7 - k + 1)}{k!\,k} \times \right.$$

$$\left. \times \left[1 - \left(\frac{1}{\overline{R}} \right)^k \right] \right\} \tag{2.3.12}$$

Для упрощения расчетов на рис. 2.22 приведена зависимость $k_в$ от соотношения радиусов аппарата и мешалки.

Объем, занимаемый воронкой, можно определить интегрированием уравнения

$$dV_в = \pi r^2\, dh \tag{2.3.13}$$

Определяя dh в соответствии с (2.3.5) как

$$dh = \frac{v^2(r)}{gr}\, dr \tag{2.3.14}$$

имеем:

$$V_в = \frac{\pi \omega_0^2 r_0^4}{g} \left[\int_0^1 \bar v_1^2(r)\, \bar r\, d\bar r + \int_1^{\overline{R}} \bar v_2^2(r)\, \bar r\, d\bar r \right] \tag{2.3.15}$$

После интегрирования уравнения (2.3.15) с учетом (2.1.29) и (2.1.45) получаем при $\overline{R} \geqslant 1,5$

$$V_в = \frac{\pi\omega_0^2 r_0^4}{g}\left[\frac{1}{4} + \frac{2}{7}\psi_1 + \frac{1}{3}\psi_2 + \frac{2}{9}\psi_1\psi_2 + \frac{1}{10}\psi_1^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{8}\psi_2^2 + (1 + \psi_1 + \psi_2)^2 \ln \overline{R}\right] \qquad (2.3.16)$$

и при $\overline{R} \leqslant 1,33$

$$V_в = \frac{\pi\omega_0^2 r_0^4}{g}\left[\frac{1}{4} + \frac{2}{7}\psi_1 + \frac{1}{3}\psi_2 + \frac{2}{9}\psi_1\psi_2 + \frac{1}{10}\psi_1^2 + \frac{1}{8}\psi_2^2 + \right.$$

$$\left. + (1 + \psi_1 + \psi_2)^2 (\overline{R} - 1)(0,44 - 0,34\overline{R})\right] \qquad (2.3.17)$$

Уравнения (2.3.6)—(2.3.12) и (2.3.15)—(2.3.17) позволяют проводить расчет воронки, образующейся в аппаратах без внутренних устройств и в аппаратах с симметрично установленными внутренними устройствами при $\sum_{z_{вн}} f_i\zeta_i \leqslant 0,5RH$ [т. е. в пределах применимости уравнения (2.1.29а) (см. раздел 2.2)]. Необходимые для расчета значения ψ_1 и ψ_2 определяются по методикам, изложенным в разделах 2.1 и 2.2.

Из полученных уравнений следует, что в геометрически подобных аппаратах при близких значениях ψ_1 глубина и форма воронки зависят главным образом от соотношения $\omega_0^2 r_0^2/g$. В этом случае относительную глубину воронки можно представить как

$$\frac{H_в}{H} \sim \frac{\omega_0^2 r_0}{g} \qquad (2.3.18)$$

С увеличением объема аппаратов частота вращения, а следовательно, величина $\omega_0^2 r_0/g$ и относительная глубина воронки уменьшаются, и влияние воронки, наиболее заметное в аппаратах малых размеров, при переходе к промышленным масштабам ослабевает. Это обстоятельство накладывает определенные ограничения на физическое моделирование процессов, проводимых при перемешивании. В частности, во многих случаях интенсивность перемешивания, необходимая и легко обеспечиваемая в промышленном аппарате без внутренних устройств, оказывается недостижимой в лабораторной или полупромышленной модели вследствие образования воронки. Поэтому, несмотря на более широкое распространение в промышленности аппаратов без внутренних устройств, экспериментальные исследования проводятся преимущественно в аппаратах с перегородками.

2.4. МОЩНОСТЬ, ПОТРЕБЛЯЕМАЯ НА ПЕРЕМЕШИВАНИЕ

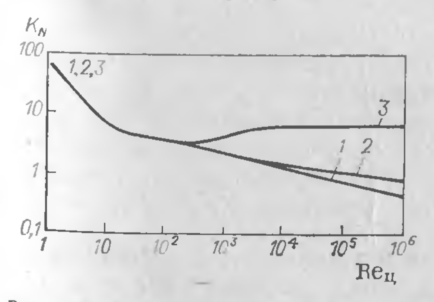
Приведение жидкости в вынужденное движение требует непрерывного подвода энергии. Связь между энергией, затрачиваемой в единицу времени (мощностью) и условиями перемешивания принято выражать [22, 31—33] в форме зависимости

$$N = K_N \rho n^3 d_м^5 \qquad (2.4.1)$$

где N — мощность, Вт.

Коэффициент K_N, называемый часто критерием мощности и иногда рассматриваемый как аналог критерия Эйлера [34], в общем случае является переменной величиной. Он зависит от типа мешалки, размеров и конструкции аппарата, а также от свойств среды. Для наиболее изученных конструктивных вариантов в литературе [4, 5, 22, 31—33] приводятся экспериментальные кривые зависимости K_N от $Re_ц = \rho n d_м^2/\mu$. Для некоторых мешалок эти кривые показаны на рис. 2.23—2.25. Применительно к условиям, достаточно близко воспроизводящим условия экспериментов (полное геометрическое подобие, соответствие диапазонов значений $Re_ц$, воронка не достигает ступицы мешалки), метод расчета мощности с использованием таких кривых вполне надежен и обеспечивает требуемую точность. В большинстве случаев, однако, промышленные аппараты отличаются от упрощенных лабораторных установок и даже небольшие конструктивные отличия (например, изменение соотношения высоты и диаметра аппарата, установка в аппарате неподвижных внутренних устройств, изменение размеров или числа лопастей мешалки) могут приводить к значительным отклонениям мощности от расчетной. Степень влияния тех или иных конструктивных различий оказывается переменной* [4, 5] и зависит от условий перемешивания и

* Например, влияние высоты заполнения аппарата обычно усиливается с увеличением значения критерия Рейнольдса и в промышленных аппаратах сказывается сильнее, чем в лабораторных.



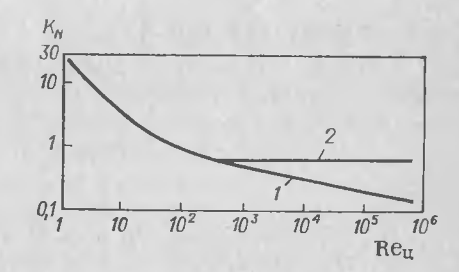


Рис. 2.23. Экспериментальные кривые $K_N = f(Re_ц)$ для аппаратов с турбинными мешалками при $H = 2R$:

1 — аппарат без перегородок, $\overline{R} = 3$; 2 — аппарат без перегородок, $\overline{R} = 4$; 3 — аппарат с отражательными перегородками, $\overline{R} = 3 \div 4$.

Рис. 2.24. Экспериментальные кривые $K_N = f(Re_ц)$ для аппаратов с лопастными мешалками при $H = 2R$ и $\overline{R} = 1,5$:

1 — аппарат без отражательных перегородок; 2 — аппарат с отражательными перегородками.

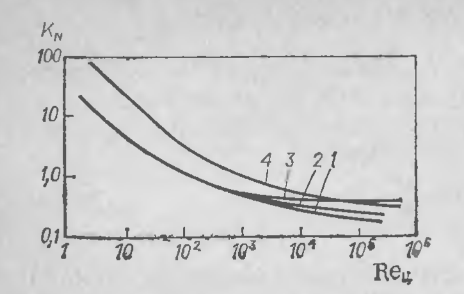


Рис. 2.25. Экспериментальные кривые $K_N = f(Re_ц)$ для аппаратов с трехлопастными и рамными мешалками при $H = 2R$.

Кривая	Мешалка	Аппарат	$\bar{R}$
1	Трехлопастная	Без отражательных перегородок	3
2	То же	То же	4
3	»	С отражательными перегородками	3—4
4	Рамная	Без отражательных перегородок	1,15

свойств жидкости. Попытки учета отклонений от геометрического подобия путем введения экспериментальных поправок приводят [35] к сложным эмпирическим уравнениям с узким диапазоном применимости. В связи с этим предпочтительнее использовать метод расчета, основанный на непосредственном учете взаимодействия между мешалкой и потоком перемешиваемой среды [10, 15, 16].

Мощность, потребляемую на перемешивание, можно выразить как произведение угловой скорости мешалки ω_0 на крутящий момент $M_{кр}$, приложенный к лопастям:

$$N = \omega_0 M_{кр} \tag{2.4.2}$$

Очевидно, что возникновение крутящего момента вызывается наличием разности скоростей между лопастями мешалки и жидкостью и крутящий момент равен моменту сил гидравлического сопротивления лопастей при их обтекании. Связь между величиной $M_{кр}$ и распределением окружной скорости описывается зависимостью (2.1.8).

Подставляя (2.1.8) в (2.4.2) и учитывая, что $\omega_0 = 2\pi n$, имеем

$$N = 3{,}87 z_м \zeta_м \rho n^3 d_м^5 \int_{\bar{r}_{вн}}^{1} [\bar{r} - \bar{v}(\bar{r})]^2 \bar{r}\, d\bar{r} \tag{2.4.3}$$

и в соответствии с (2.4.1) *

$$K_N = 3{,}87 z_м \zeta_м k_N \tag{2.4.4}$$

где

$$k_N = \int_{\bar{r}_{вн}}^{1} [\bar{r} - \bar{v}(\bar{r})]^2 \bar{r}\, d\bar{r} \tag{2.4.5}$$

В уравнениях (2.4.3), (2.4.4), как и в уравнениях распределения скоростей, рассмотренных в предыдущих разделах, все конструктивные особенности мешалок учитываются значениями коэффициента сопротивления $\zeta_м$, которые приведены в табл. 2.1 или рассчитываются по формуле (2.1.9). Величина $\zeta_м$ для мешалок данной геометрии при турбулентном режиме сохраняется постоянной, и

* Разумеется, мощность можно рассчитывать и непосредственно по уравнению (2.4.3), т. е. без использования K_N.

задача состоит в определении коэффициента k_N, связывающего мощность с характеристиками окружного течения жидкости в аппарате. Таким образом, расчет мощности оказывается продолжением гидродинамического расчета аппарата.

Как показано в разделах 2.1 и 2.2, связь между скоростью обтекания лопастей и профилем окружной скорости в аппарате устанавливается из условия равновесия крутящего момента и момента сопротивления корпуса аппарата и внутренних устройств:

$$M_{кр} = M_{корп} + M_{вн} \tag{2.4.6}$$

Выражая крутящий момент в соответствии с (2.1.8) и (2.4.5)

$$M_{кр} = z_м \zeta_м \rho \frac{\omega_0^2 r_0^5}{2} k_N \tag{2.4.7}$$

и используя выражения для моментов сопротивления корпуса (2.1.16) и внутренних устройств (2.2.14), имеем с учетом (2.1.19а):

$$z_м \zeta_м k_N = \frac{\pi}{2{,}2} \frac{\lambda_т}{Re_ц^{0,25}} \gamma \bar{R}^{2,75} \bar{v}_{ср}^{1,75} + \bar{R}^3 \sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i \frac{\bar{v}^2(r_i)\, r_i}{R^3} \tag{2.4.8}$$

Величины k_N, $\bar{v}(r_i)$ и $\bar{v}_{ср}$, в уравнении (2.4.8) являются функциями распределения окружной скорости жидкости. Как было показано в разделах 2.1 и 2.2, распределение скорости в аппаратах с мешалками однозначно описывается посредством одного параметра. В аппаратах без внутренних устройств или с устройствами, обладающими незначительным гидравлическим сопротивлением, таким параметром* служит ψ_1. При наличии внутренних устройств с большим гидравлическим сопротивлением роль параметра распределения скорости выполняет $\bar{v}_{ср}$. Таким образом, значения k_N, $\bar{v}_{ср}$ и $\bar{v}(r_i)$, входящие в уравнение (2.4.8), могут быть выражены через один и тот же параметр. Решение уравнения (2.4.8) позволяет определить этот параметр, а затем найти k_N по уравнению (2.4.5) и потребляемую мешалкой мощность по уравнениям (2.4.4) и (2.4.1). Поскольку слагаемые уравнения (2.4.8) включают величины, отражающие все основные особенности конструкции аппарата и мешалки, а также свойства перемешиваемой среды (через значение $Re_ц$), такой метод расчета мощности охватывает практически все основные случаи перемешивания при турбулентном режиме. Применение изложенного метода для наиболее распространенных конструкций аппаратов с мешалками более подробно рассматривается ниже. Выражения для определения k_N, $\bar{v}_{ср}$ и $\bar{v}(r_i)$, необходимые при расчетах, приведены в табл. 2.3.

* В уравнения профиля скорости входят параметры ψ_1 и ψ_2. Однако они связаны линейной зависимостью (2.1.29в) или (2.1.58в), и, следовательно, величина $\bar{v}(r_i)$ может рассматриваться как функция одного параметра.

Таблица 2.3. **Выражения для определения k_N, $\bar{v}_{ср}$ и $\bar{v}(r_i)$ при расчете мощности**

Конструктивные характеристики мешалок и аппарата	k_N	$\bar{v}_{ср}$	$\bar{v}(r_i)$
Мешалки с горизонтальными лопастями при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$, $r_i \geqslant r_0$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$	$0{,}1\psi_1^2 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2$	$\dfrac{1+0{,}4\psi_1+0{,}5\psi_2+2\,(1+\psi_1+\psi_2)\ln\bar{R}}{2\bar{R}}$	$\dfrac{1+\psi_1+\psi_2}{\bar{r}_i}$
Мешалки с горизонтальными лопастями при $\bar{R} \leqslant 1{,}33$, $r_i > r_0$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$	$0{,}1\psi_1^2 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2$	$\dfrac{1+0{,}4\psi_1+0{,}5\psi_2+1{,}75\,(1+\psi_1+\psi_2)\times(\bar{R}-1)}{2\bar{R}}$	$\dfrac{1+\psi_1+\psi_2}{2}$
Мешалки с горизонтальными лопастями при $r_i \geqslant 0{,}5r_0$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i > 0{,}5RH$	$0{,}25-0{,}67\bar{v}_{ср} + 0{,}5\bar{v}_{ср}^2$	Уравнение (2.4.15)	$\bar{v}_{ср}$
Мешалки с вертикальными лопастями при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$, $r_i > r_0$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$	$(\psi_1 + \psi_2)^2$	$\dfrac{1+0{,}4\psi_1+0{,}5\psi_2+2\,(1+\psi_1+\psi_2)\ln\bar{R}}{2\bar{R}}$	$\dfrac{1+\psi_1+\psi_2}{\bar{r}_i}$
Мешалки с вертикальными лопастями при $\bar{R} < 1{,}33$, $r_i > r_0$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$	$(\psi_1 + \psi_2)^2$	$\dfrac{1+0{,}4\psi_1+0{,}5\psi_2+1{,}75\,(1+\psi_1+\psi_2)\times(\bar{R}-1)}{2\bar{R}}$	$\dfrac{1+\psi_1+\psi_2}{2}$
Мешалки с вертикальными лопастями при $r_i \geqslant 0{,}5r_0$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i > 0{,}5RH$	$(1 - \bar{v}_{ср})^2$	Уравнение (2.4.26)	$\bar{v}_{ср}$

Мешалки с горизонтальными лопастями ($r_{вн} \leqslant 0{,}5r_0$) при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$. Применительно к мешалкам с горизонтально расположенными лопастями (турбинные, лопастные, листовые, пропеллерные, импеллерные и т. п.) профиль скорости в области $0 \leqslant r \leqslant r_0$ описывается полиномом (2.1.29а), а величина k_N может быть выражена через параметры распределения скорости ψ_1 и ψ_2:

$$k_N = 0{,}1\psi_1^2 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2 \qquad (2.4.9)$$

При $\bar{R} \geqslant 1{,}5$, т. е. в условиях, соответствующих пределам применимости уравнения профиля скорости (2.1.29б), параметры ψ_1 и ψ_2 связаны между собой линейной зависимостью (2.1.29в). Средняя окружная скорость $\bar{v}_{ср}$ при различных выражениях профиля скорости определяется через параметры ψ_1 и ψ_2 по уравнению (2.1.33) (см. также табл. 2.3), а скорость обтекания внутренних устройств, установленных на окружности радиуса $r_i \geqslant r_0$, находится в соответствии с (2.1.29б) как

$$\bar{v}(r_i) = (1 + \psi_1 + \psi_2)/\bar{r}_i \qquad (2.4.10)$$

Подставляя выражения для определения k_N, $\bar{v}_{ср}$ и $\bar{v}(r_i)$ в равенство (2.4.8), получаем:

$$z_м\zeta_м\left(0{,}1\psi_1^2 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2\right) = \frac{2\pi}{15}\,\frac{\lambda_т}{\mathrm{Re}_ц^{0,25}}\,\gamma\bar{R}\,[1 + 0{,}4\psi_1 + 0{,}5\psi_2 + $$

$$+ 2\,(1 + \psi_1 + \psi_2)\ln\bar{R}]^{1,75} + (1 + \psi_1 + \psi_2)^2\,\bar{R}\sum_{z_{вн}}\zeta_i\,\frac{f_i}{R r_i} \qquad (2.4.11)$$

Численное решение уравнения (2.4.11) совместно с (2.1.29в) позволяет определить значения ψ_1 и ψ_2, а затем осуществить расчет K_N и мощности, потребляемой при данных условиях перемешивания. Решение осуществляется на ЭВМ или вручную, путем подбора значения ψ_1 (в пределах от -2 до $+2$), при котором разность правой и левой частей уравнения (2.4.11) не превышает $0{,}05\,z_м\zeta_м k_N$. Значения коэффициента сопротивления внутренних устройств ζ_i определяются по табл. 2.2 или по справочной литературе (например, [28]).

При отсутствии в аппарате внутренних устройств крутящий момент равен моменту сопротивления корпуса. В этих условиях при данной величине $z_м\zeta_м$ значение ψ_1 зависит только от сопротивления корпуса аппарата: возрастанию сопротивления (т. е. увеличению γ и $\bar{R}$) или вязкости среды соответствует повышение ψ_1, уменьшение скорости потока и, следовательно, увеличение k_N и K_N. Эта зависимость описывается уравнением (2.1.38), которое связывает параметр ψ_1 с величиной $E = \gamma/(z_м\zeta_м\,\mathrm{Re}_ц^{0,25})$. Для удобства расчетов на рис. 2.13 приведена зависимость $\psi_1 = f(E/\bar{R})$, а на рис. 2.26 — зависимость $k_N = f(\psi_1)$.

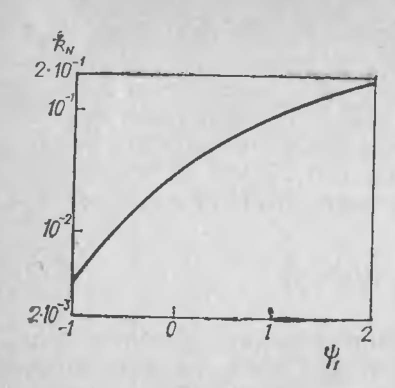


Рис. 2.26. Зависимость $k_N = f(\psi_1)$ для мешалок с горизонтальными лопастями.

Блок-схема расчета представлена на рис. 2.27.

При наличии в аппарате отражательных перегородок или других внутренних устройств с большой лобовой площадью ($\sum\zeta_i f_i \geqslant 0{,}5\,RH$) наблюдается выравнивание значений окружной скорости по радиусу аппарата, и в области радиусов $r \geqslant 0{,}5 r_0$ скорость можно полагать в первом приближении постоянной и равной $v_{\text{ср}}$. Применительно к этим условиям величина k_N может быть выражена, согласно (2.4.5), как

$$k_N = \int\limits_{\bar{r}_{\text{вн}}}^{1} (\bar{r} - \bar{v}_{\text{ср}})^2\, \bar{r}\, d\bar{r} \qquad (2.4.12)$$

или приближенно

$$k_N \approx \int\limits_{0}^{1} (\bar{r} - \bar{v}_{\text{ср}})^2\, \bar{r}\, d\bar{r} = \frac{1}{4} - \frac{2}{3}\bar{v}_{\text{ср}} + \frac{1}{2}\bar{v}_{\text{ср}}^2 \qquad (2.4.13)$$

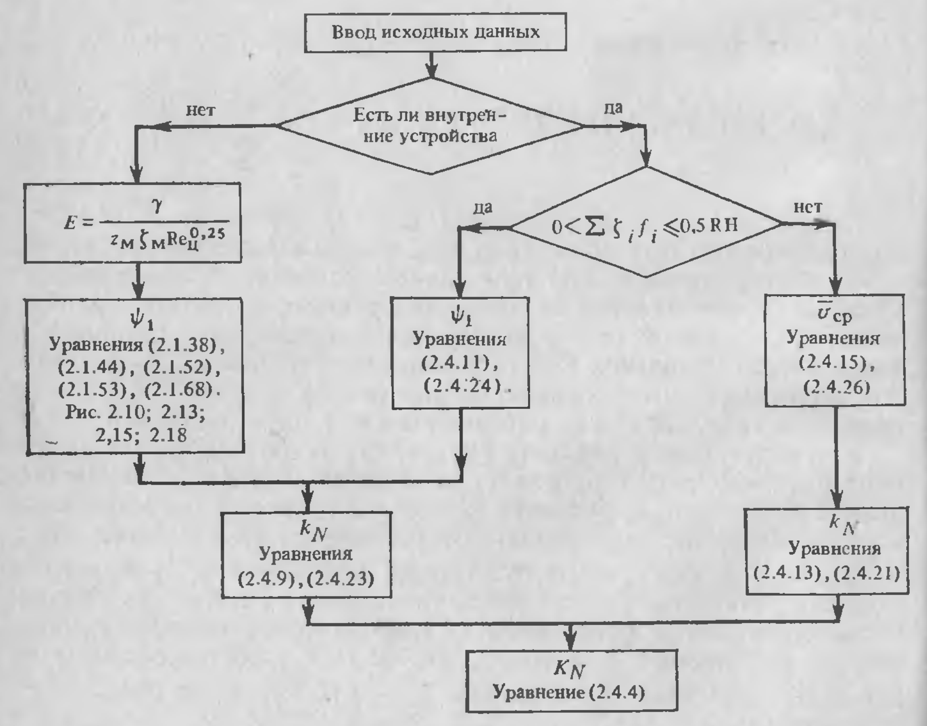


Рис. 2.27. Блок-схема расчета мощности при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$.

Для момента сопротивления корпуса аппарата в первом приближении* можно принять выражение, входящее в правую часть (2.4.8). Момент сопротивления внутренних устройств при $\bar{v}(r_i) = \bar{v}_{\text{ср}}$:

$$M_{\text{вн}} = \rho \frac{\omega_0^2 r_0^5}{2} \bar{v}_{\text{ср}}^2 \bar{R}^3 \sum_{z_{\text{вн}}} \zeta_i \frac{f_i r_i}{R^3} \qquad (2.4.14)$$

Отсюда в соответствии с (2.4.8)

$$\zeta_{\text{м}} z_{\text{м}} \left(0{,}25 - 0{,}67\bar{v}_{\text{ср}} + 0{,}5\bar{v}_{\text{ср}}^2\right) = \frac{\pi}{2{,}2} \frac{\lambda_{\text{т}}}{\text{Re}^{0,25}} \gamma \bar{R}^{2,75} \bar{v}_{\text{ср}}^{1,75} + \bar{R}^3 \bar{v}_{\text{ср}}^2 \sum_{z_{\text{вн}}} \zeta_i \frac{f_i r_i}{R^3} \qquad (2.4.15)$$

Величина k_N рассчитывается по уравнению (2.4.13) с использованием значения $\bar{v}_{\text{ср}}$, определяемого путем численного решения уравнения (2.4.15).

Расчетные оценки и результаты измерений показывают, что в данном случае основное влияние на мощность оказывает сопротивление внутренних устройств, а вклад сопротивления корпуса, как правило, незначителен. Это позволяет использовать упрощенный метод расчета, не требующий решения уравнения (2.4.15). Существо метода состоит в определении интервала, в котором заключено значение k_N для рассматриваемых условий. Нижний предел этой величины — значение $k_{N\,\text{мин}}$ — рассчитывается по уравнению (2.4.13) на основании значения $\bar{v}_{\text{ср. макс}}$, определяемого по уравнению (2.2.22) или по рис. 2.19. Заметим, что для расчета $k_{N\,\text{мин}}$ можно, согласно (2.2.21), пользоваться формулой

$$k_{N\,\text{мин}} = K_{\text{вн}} \bar{v}_{\text{ср. макс}}^2 \qquad (2.4.16)$$

Значение $K_{\text{вн}}$ определяется по уравнению (2.2.23).

Верхний предел величины K_N и соответствующее ему значение $k_{N\,\text{макс}}$ определяется по уравнению (2.4.8) при подстановке в его правую часть найденного значения $\bar{v}_{\text{ср. макс}}$

$$k_{N\,\text{макс}} = \frac{\pi \lambda_{\text{т}} \gamma \bar{R}^{2,75} \bar{v}_{\text{ср. макс}}^{1,75}}{2{,}2 z_{\text{м}} \zeta_{\text{м}} \text{Re}_{\text{ц}}^{0,25}} + K_{\text{вн}} \bar{v}_{\text{ср. макс}}^2 \qquad (2.4.17)$$

или

$$k_{N\,\text{макс}} = k_{N\,\text{мин}} (1 + \Delta), \qquad (2.4.18)$$

где

$$\Delta = \frac{M_{\text{корп}}}{M_{\text{вн}}} = \frac{\lambda_{\text{т}} \pi \gamma}{2{,}2 (\bar{R} \bar{v}_{\text{ср. макс}} \text{Re}_{\text{ц}})^{0,25} \sum_{z_{\text{вн}}} \zeta_i \frac{f_i r_i}{R^3}} \qquad (2.4.19)$$

---

* Как следует из результатов, изложенных в разделе 2.6, повышение интенсивности турбулентности в потоке, вызываемое установкой внутренних устройств, может приводить к повышению коэффициента сопротивления корпуса c_f. В рассматриваемом случае это не приведет, однако, к заметным погрешностям, поскольку $M_{\text{корп}} \ll M_{\text{вн}}$.

В условиях, когда момент сопротивления корпуса мал по сравнению с моментом сопротивления внутренних устройств, величины $k_{N\,мин}$ и $k_{N\,макс}$ различаются незначительно. Расчеты показывают, что даже в аппаратах небольшого размера при относительно высокой вязкости среды, т. е. при низких значениях критерия Рейнольдса, величина Δ не превышает 0,2. Для промышленных аппаратов при $Re_ц \geqslant 10^4$ расхождение между значениями мощности, найденными по уравнению (2.4.8) с использованием табл. 2.3 и приближенным методом, не превышает 10 %. В аппаратах с отражательными перегородками или змеевиками величина $k_{N\,макс}$ оказывается обычно в пределах 0,18—0,22, а значение Δ составляет менее 3 %. Теоретический верхний предел мощности соответствует условиям вращения мешалки в невращающейся жидкости ($\bar{v}_{ср} = 0$).

Согласно (2.4.12) и (2.4.4) в этом случае

$$k_{N\,пр} = \int_0^1 \bar{r}^3\,d\bar{r} = 0{,}25 \qquad (2.4.20а)$$

$$K_{N\,пр} = 0{,}97\zeta_м z_м \qquad (2.4.20б)$$

Рассматриваемые условия встречаются на практике редко, особенно при использовании мешалок с высоким коэффициентом сопротивления. Для турбинных мешалок наибольшее измеренное значение K_N составляло 7,5 (при $K_{N\,пр} = 8{,}15$). Это значение было зафиксировано, когда в аппарате непосредственно над и под лопастями мешалки были установлены четыре радиальные пластины шириной равной R и высотой около 0,5 R каждая. В аппаратах с четырьмя отражательными перегородками шириной $(0{,}16 \div 0{,}25)R$ для расчета мощности горизонтально-лопастных мешалок с $\zeta_м z_м \leqslant 10$ можно пользоваться приближенными уравнениями [10]

$$k_N \approx 0{,}17 \qquad (2.4.21а)$$

$$K_N \approx 0{,}7\zeta_м z_м \qquad (2.4.21б)$$

Уравнения для расчета мощности при наличии внутренних устройств выведены в предположении, что обтекание каждого из имеющихся в аппарате неподвижных конструктивных элементов происходит независимо и их взаимное влияние отсутствует. В тех случаях, когда расстояния в радиальном направлении между обтекаемыми элементами малы и сравнимы с шириной каждого из них, может наблюдаться некоторое увеличение коэффициентов гидравлического сопротивления. Так, для трубчатых элементов при величине зазора порядка половины диаметра элемента коэффициент сопротивления увеличивается в 1,3—1,5 раза. При малых расстояниях между обтекаемыми телами в тангенциальном направлении имеет место обратное явление — уменьшение коэффициентов сопротивления, отнесенных к каждому из тел [28], поскольку каждый последующий элемент находится в гидродинамическом следе предыдущего. Это служит объяснением снижения мощности при увеличении

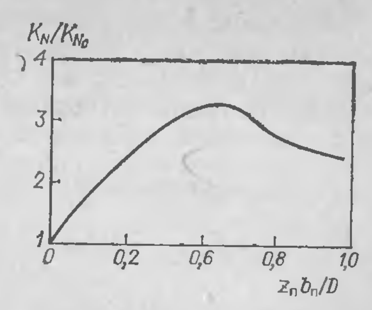


Рис. 2.28. Зависимость мощности лопастной мешалки от числа $z_п$ и ширины $b_п$ отражательных перегородок (K_{N0} — значение K_N, соответствующее аппарату без внутренних устройств) [22].

суммарной площади отражательных перегородок (рис. 2.28), обнаруженного в ряде экспериментальных работ [22, 36, 37].

Мешалки с вертикальными лопастями при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$ (клетьевые, якорные, рамные и т. п.). При соотношениях $\bar{R} \geqslant 1{,}5$ профиль окружной скорости в аппаратах с мешалками рассматриваемых типов подобен профилю скорости в аппаратах с горизонтально-лопастными мешалками и аппроксимируется аналогичными уравнениями. Вследствие этого выражения для моментов сопротивления корпуса аппарата и внутренних устройств в уравнении равновесия моментов сохраняются такими же, как и в случаях горизонтально-лопастных мешалок (см. табл. 2.3), и правая часть уравнения равновесия моментов идентична правой части уравнения (2.4.15). В то же время выражение для крутящего момента в левой части уравнения (2.4.15) существенно изменяется. Как было показано в разделе 2.1, при отношениях

$$b/r_0 = (r_0 - r_{вн})/r_0 \leqslant 0{,}2 \qquad (2.4.22)$$

характерных для мешалок с вертикальными лопастями, скорость обтекания лопастей может быть с достаточным приближением выражена через значения скоростей лопасти и жидкости на радиусе* r_0, а выражение для k_N, согласно (2.1.40), имеет вид

$$k_N = (\psi_1 + \psi_2)^2 \qquad (2.4.23)$$

Взаимосвязь между параметрами ψ_1 и ψ_2 при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$ выражается линейным соотношением (2.1.29в).

При отсутствии в аппарате неподвижных внутренних устройств ($M_{вн} = 0$) крутящий момент, рассчитываемый по уравнениям (2.4.7) и (2.4.23), равен моменту сопротивления корпуса аппарата [уравнение (2.1.35)], и определение значений параметров ψ_1 и ψ_2, необходимых для расчета K_N и мощности, может осуществляться по уравнению (2.1.44) или по расчетному графику $\psi_1 = f(E)$, приведенному на рис. 2.13]. В аппаратах с внутренними устройствами уравнение равновесия моментов дополняется слагаемым, учитывающим момент сопротивления внутренних устройств. В соответствии с табл. 2.3 при $\sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$

$$z_м\zeta_м(\psi_1 + \psi_2)^2 = \frac{2\pi\lambda_т\gamma\bar{R}}{15\,Re_ц^{0{,}25}}[1 + 0{,}4\psi_1 + 0{,}5\psi_2 + 2(1 + \psi_1 + \psi_2)\ln\bar{R}] + \bar{R}(1 + \psi_1 + \psi_2)^2\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_i}{Rr_i} \qquad (2.4.24)$$

* Аналогичное допущение использовалось и при обработке экспериментальных данных с целью нахождения значений $\zeta_л$ для этих мешалок [15].

Значения ψ_1 и ψ_2, необходимые для расчета k_N, определяются путем численного решения уравнения (2.4.24) совместно с (2.1.29в) вручную или на ЭВМ.

При большом сопротивлении внутренних устройств

$$k_N = (1 - \bar{v}_{cp})^2 \tag{2.4.25}$$

Тогда уравнение равновесия моментов (2.4.8) приобретает вид

$$z_м \zeta_м \left(1 - \bar{v}_{cp}\right)^2 = \frac{\pi \lambda_т \gamma}{2{,}2\, \mathrm{Re}_ц^{0,25}} \bar{R}^{2,75} \bar{v}_{cp}^{1,75} + \bar{R}^3 \bar{v}_{cp}^2 \sum_{z_{вн}} \zeta_i \frac{f_i r_i}{R^3} \tag{2.4.26}$$

Определить k_N в рассматриваемом случае можно также упрощенным методом, аналогичным использованному выше для горизонтально-лопастных мешалок. Он заключается в расчете верхнего и нижнего пределов величины k_N по уравнениям (2.4.16)—(2.4.19), в которых

$$\bar{v}_{ср.\,макс} = 1/(1 + \sqrt{K_{вн}}) \tag{2.4.27}$$

Мешалки с вертикальными лопастями при $\bar{R} \leqslant 1{,}33$. В рассматриваемых условиях профиль скорости в зоне между лопастью и стенкой аппарата ($r_0 \leqslant r \leqslant R$) приближенно описывается «законом $^1/_7$». Подстановка значения $\bar{v}_{cp}$ для данного случая (табл. 2.3) в уравнение (2.4.8) при отсутствии в аппарате внутренних устройств приводит к уравнению (2.1.53). Это уравнение или соответствующий ему график (см. рис. 2.15) в сочетании с (2.1.47) и (2.1.48) позволяет найти ψ_1 и ψ_2 и далее по уравнению (2.4.23) рассчитать значения k_N.

При установке внутренних устройств с малым сопротивлением (труба передавливания и т. п.) в зазоре между лопастями мешалки и стенкой скорость обтекания $\bar{v}(r_i)$, используемая в выражении для момента сопротивления $M_{вн}$, может быть рассчитана по уравнению (2.1.45). Однако, учитывая малую величину зазора, можно упростить расчет, приняв в первом приближении

$$\bar{v}(r_i) = \bar{v}(r_0)/2 \tag{2.4.28}$$

Тогда уравнение равновесия моментов приобретает вид

$$z_м \zeta_м (\psi_1 + \psi_2)^2 = \frac{2\pi \lambda_т \gamma \bar{R}}{15\, \mathrm{Re}_ц^{0,25}} [1 + 0{,}4\psi_1 + 0{,}5\psi_2 + 1{,}75(1 + \psi_1 + \psi_2)(\bar{R} - 1)]^{1,75} + \frac{(1 + \psi_1 + \psi_2)^2}{4} \bar{R}^3 \sum_{z_{вн}} \zeta_i \frac{f_i r_i}{R^3} \tag{2.4.29}$$

и значения ψ_1 и ψ_2, необходимые для расчета k_N, определяются путем его численного решения совместно с (2.1.47). Пределы значений ψ_1 при численном решении могут быть найдены из условий

$$\frac{S_1}{1 - S_2} \leqslant \psi_1 \leqslant \frac{S - 1}{1 - S_2} \tag{2.4.30}$$

где S_1 и S_2 находятся по уравнению (2.1.48).

В аппаратах с якорными мешалками в отдельных случаях внутренние устройства (чаще всего датчики КИП) могут устанавливаться в центральной части (в зоне $r < r_0$), иногда они располагаются под углом к оси аппарата. Метод расчета мощности при этом аналогичен рассмотренным выше, однако используемые выражения для момента сопротивления внутренних устройств отличаются от приведенных и должны отражать конкретные особенности расположения обтекаемых элементов и скорости в зоне их расположения. Отметим, что, несмотря на малую лобовую площадь внутренних устройств, их влияние на мощность может быть существенным.

Скребковые мешалки. Особенность уравнений, описывающих профиль скорости в аппаратах со скребковыми мешалками, заключается в том, что границей сопряжения двух частей профиля, аппроксимируемых различными выражениями, служит не радиус мешалки r_0, который в данном случае равен радиусу аппарата R, а радиус расположения оси скребка * $r_c = R - b/2$, и безразмерные величины $\bar{r}$ и $\bar{v}(r)$ в уравнениях (2.1.58) представлены как $\bar{r} = r/r_c$ и $\bar{v}(r) = v(r)/(\omega_0 r_c)$. Кроме того, крутящий момент может быть выражен через момент силы гидравлического сопротивления (при обтекании скребков со скоростью $u = \omega_0 r_c - v(r_c)$), приложенной к скребкам на радиусе r_c:

$$M_{кр} = \zeta_м \omega_0^2 r_c^5 k_N \tag{2.4.31}$$

Отношение ширины скребков b к радиусу аппарата R обычно удовлетворяет условию

$$b/R = 2(R - r_c)/R \leqslant 0{,}2 \tag{2.4.32}$$

и величина k_N может быть определена, как и в случае якорных и рамных мешалок, по уравнению (2.4.23). Зависимость между параметрами распределения скорости ψ_1 и ψ_2 устанавливается уравнением (2.1.58в). Поскольку диаметр скребковых мешалок равен диаметру аппарата ($d_м = 2R$), а в качестве характерного размера в выражении момента их сопротивления (2.4.31) используется радиус расположения оси скребков r_c, величина коэффициента мощности определяется следующим образом [16]:

$$K_N = 7{,}74 \zeta_м k_N / \bar{R}^5 \tag{2.4.33}$$

где

$$\bar{R} = R/r_c = R/(R - b/2) \tag{2.4.34}$$

В аппаратах со скребковыми мешалками внутренние устройства обычно отсутствуют, и момент гидравлического сопротивления аппарата равен моменту сопротивления корпуса, определяемому по уравнению (2.1.66). Уравнение равновесия моментов применительно к этому случаю имеет вид (2.1.67). Значения параметров распределения скорости, необходимые для расчета k_N и мощности, находятся

* Этот прием позволяет упростить математическое описание распределения скорости.

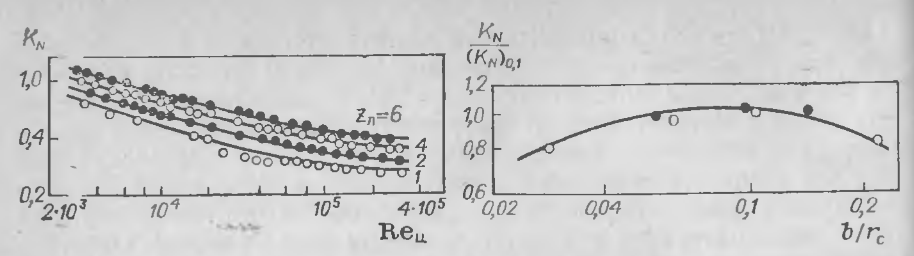


Рис. 2.29. Зависимость $K_N = f\,(\mathrm{Re_ц})$ для скребковых мешалок с разным числом скребков; сплошные линии — расчет по уравнению (2.4.33).

Рис. 2.30. Зависимость мощности от ширины скребков, $(K_N)_{0,1}$ — значение K_N при $b/r_c = 0,1$; сплошная линия — расчет по уравнению (2.4.33).

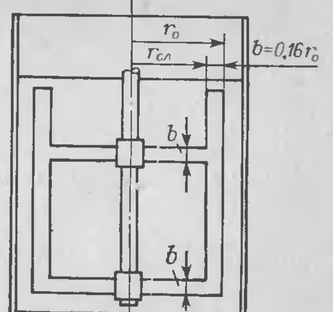
путем численного решения уравнения (2.1.67) или с помощью графика, приведенного на рис. 2.18. Зависимость K_N от $\mathrm{Re_ц}$, а также от некоторых конструктивных характеристик скребковых мешалок (число скребков $z_л$, их ширина b) иллюстрируется рис. 2.29 и 2.30.

В связи с тем, что высота скребков $h_л$ обычно равна высоте заполнения аппарата жидкостью, а гидравлическое сопротивление днища аппарата мало по сравнению с сопротивлением стенок корпуса, мощность, потребляемая скребковыми мешалками, изменяется прямо пропорционально $h_л$, тогда как влияние ширины скребков b оказывается относительно слабым. При малой ширине скребков ее увеличение приводит к некоторому повышению K_N, но дальнейшее возрастание b вызывает снижение мощности. На первый взгляд, такой характер зависимости представляется парадоксальным, тем не менее он следует из уравнений (2.4.33) и (2.1.65) и подтверждается измерениями (рис. 2.30). Это объясняется тем, что увеличение ширины скребка приводит к уменьшению радиуса приложения равнодействующей сил гидравлического сопротивления скребков.

Выражения (2.1.43) и (2.1.62) для коэффициента сопротивления мешалок с вертикальными лопастями, как и соответствующее выражение (2.4.33) для K_N, отражают взаимодействие потока только с вертикальными лопастями мешалок. Влияние горизонтальных (радиальных) конструктивных элементов этими уравнениями не учитывается, и расчетные значения мощности мешалок (например, якорных и рамных), отличающихся количеством горизонтальных элементов, оказываются одинаковыми. Нетрудно убедиться, что влияние радиальных элементов на мощность в данном случае невелико и их наличие для мешалок стандартной конструкции действительно может не приниматься во внимание.

Оценим крутящие моменты, приложенные к вертикальным лопастям и горизонтальным перекладинам рамной мешалки (рис. 2.31). Соотношения размеров мешалки соответствуют приведенным в табл. 2.1, коэффициент сопротивления равен 1,46. Расчет по уравнению (2.1.53), выполненный применительно к аппарату с $\gamma = 9$ и $\bar{R} = 1{,}2$ при $\mathrm{Re_ц} = 10^6$, приводит к значениям $\psi_1 = -0{,}5$ и $\psi_2 = 0{,}175$.

Рис. 2.31. Схема рамной мешалки.



В соответствии с (2.4.7) и (2.4.23) крутящий момент, приложенный к вертикальным лопастям мешалки будет равен

$$M_{кр} = 1{,}46\rho\,\frac{\omega_0^2 r_0^5}{2}\,(0{,}325)^2 = 0{,}0771\rho\omega_0^2 r_0^5 \qquad (2.4.35)$$

Теперь определим момент сил гидравлического сопротивления, приложенных к горизонтальным перекладинам, рассматривая их как двухрядную двухлопастную мешалку со следующими характеристиками:

$$r_{0л} = 0{,}84 r_0 \qquad (2.4.36)$$

$$\zeta_{м.л} = 2{,}2 z_л \frac{h_л}{r_{0л}} = 2{,}2\cdot 2\,\frac{0{,}16 r_0}{0{,}84 r_0} = 0{,}84 \qquad (2.4.37)$$

Эта мешалка вращается в потоке, профиль окружной скорости в котором соответствует уравнению (2.1.29а) и найденным значениям ψ_1 и ψ_2. Приложенный к ней момент может быть выражен в соответствии с (2.1.8) и (2.4.36) следующим образом:

$$M_{кр.л} = z_{м.л}\zeta_{м.л}\rho\,\frac{\omega_0^2 r_0^5}{2}\int\limits_0^{0,84}[\bar{r} - \bar{v}(r)]^2\,\bar{r}\,d\bar{r} = z_{м.л}\zeta_{м.л}\times$$

$$\times\,\rho\,\frac{\omega_0^2 r_0^5}{2}\left(0{,}0175\psi_1^2 + 0{,}0462\psi_1\psi_2 + 0{,}031\psi_2^2\right) \qquad (2.4.38)$$

Отсюда при $\psi_1 = -0{,}5$ и $\psi_2 = 0{,}175$ имеем:

$$M_{кр.л} = 2\cdot 0{,}84\rho\,\frac{\omega_0^2 r_0^5}{2}\,0{,}00128 = 0{,}001075\rho\omega_0^2 r_0^5 \qquad (2.4.39)$$

Таким образом, крутящий момент, приложенный к горизонтальным перекладинам, составляет менее 2 % момента, приложенного к вертикальным лопастям*. Очевидно, что взаимодействие между потоком перемешиваемой среды и горизонтальными перекладинами при таком соотношении моментов ничтожно и не может оказывать влияния на поле скоростей в аппарате и потребляемую мощность.

Каждое из уравнений, приведенных в настоящем разделе, относится к определенной группе конструкций и геометрических соотношений аппаратов и мешалок (см. табл. 2.3). Область применения метода в целом распространяется на все случаи, когда возможно математическое описание профиля скорости и гидравлического сопротивления аппарата и мешалки.

* Заметим, что речь идет только о моменте сил гидравлического сопротивления. При расчете мешалки на прочность следует учитывать, что горизонтальные перекладины воспринимают весь крутящий момент, приложенный к мешалке.

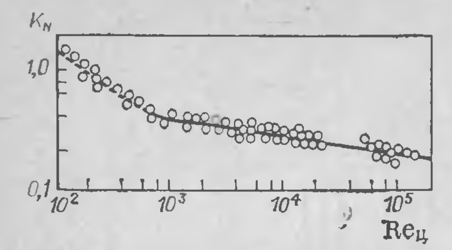


Рис. 2.32. Сопоставление расчетной (сплошная линия) и опытной зависимостей $K_N = f(Re_ц)$ для трехлопастной мешалки, ($\zeta_м = 0,56$; $\bar{R} = 3$).

Для мешалок стандартных конструкций коэффициент сопротивления рассчитывается по формулам (2.1.9), (2.1.43) или (2.1.62). Применительно к мешалкам со сложной конструкцией лопастей определение $\zeta_м$ возможно на основе минимального объема экспериментальной информации (например, мощности, измеренной при произвольных, но известных условиях). Расчеты для других условий перемешивания (или для аппаратов другой геометрии и другого масштаба) могут выполняться без дополнительных опытных данных. При использовании этого метода отпадает необходимость получения экспериментальных кривых $K_N = f(Re_ц)$ и сложных эмпирических зависимостей, характеризующих влияние изменения отдельных конструктивных характеристик аппарата и мешалки на мощность [33, 35]. Сопоставление кривых $K_N = f(Re_ц)$, полученных расчетным путем, с экспериментальной зависимостью, приведено на рис. 2.32, а также в работе [10].

Из полученных уравнений следует, в частности, что с увеличением соотношения $\bar{R}$ его влияние на величину K_N ослабевает. При $\bar{R} \to \infty$, т. е. в условиях, когда площадь стенок и днища аппарата (сооружения) велика, окружная скорость жидкости становится ничтожно малой по сравнению со скоростью лопастей и величины k_N и K_N приобретают некоторые предельные для данной мешалки значения*, близкие к измеренным в аппаратах с отражательными перегородками [22]. В частности, для пропеллерной мешалки, работающей в бесконечном объеме жидкости, значение K_N было экспериментально найдено [8] равным 0,42, а в аппаратах с перегородками для этих мешалок $K_N = 0,4$.

Это иллюстрирует общую закономерность, которая состоит в том, что K_N тем сильнее зависит от условий перемешивания, чем меньше разность скоростей лопасти мешалки и обтекающей ее жидкости. Одним из проявлений этой закономерности является также влияние вязкости среды на мощность, выражаемое обычно в форме зависимости K_N от $Re_ц$. При малых значениях $\bar{R}$ окружная скорость перемешиваемой среды в области $r \leqslant r_0$ сравнительно близка к скорости лопастей мешалки. В этих условиях небольшое изменение скорости жидкости за счет вязкости может приводить к существенному изменению разности скоростей среды и лопастей и, следовательно, величины K_N. При больших $\bar{R}$ значения $\bar{v}(r_0)$ малы по сравнению со скоростью лопастей и изменение вязкости жидкости приводит к слабому

* Как следует из уравнений (2.1.29), (2.4.4) и (2.4.9), условию $v_{r_0}/\omega_0 r_0 \to 0$ соответствуют значения $\psi_1 = 2$, $\psi_2 = -3$, $k_N \simeq 0,19$ и $K_N \approx 0,7\zeta_м z_м$.

воздействию на скорость обтекания. Соответственно влияние критерия Рейнольдса на K_N оказывается более слабым. Именно такой характер влияния отмечается в экспериментальных работах [32].

Совершенно аналогично и влияние высоты заполнения аппарата жидкостью. Увеличение высоты заполнения во всех случаях приводит к возрастанию гидравлического сопротивления корпуса и уменьшению окружной скорости потока. В аппаратах без внутренних устройств это влечет за собой значительное повышение K_N — для лопастных мешалок расчет по полученным выше уравнениям приводит к зависимости $K_N \sim (H/D)^{0,5}$ (по опытным данным [31] в этих условиях $K_N \sim (H/D)^{0,6}$). В аппаратах с отражательными перегородками влияние высоты заполнения незначительно и, как правило, может не приниматься во внимание. Заметным оно становится только для мешалок с высокими коэффициентами сопротивления. В частности, в аппаратах с турбинной мешалкой увеличение высоты заполнения от $H = D$ до $H = 2D$ приводит к повышению мощности приблизительно на 5 %, для клетьевых мешалок ($\zeta_м = 23,5$ табл. 2.1) это изменение составляет 30 %.

Здесь проявляется еще одна закономерность: влияние изменения сопротивления корпуса на мощность тем сильнее, чем выше коэффициент сопротивления мешалки, и наоборот, влияние числа мешалок и коэффициента их сопротивления (т. е. числа лопастей и их высоты) на мощность тем больше, чем выше сопротивление корпуса аппарата. Примером может служить изменение мощности при установке отражательных перегородок. Для мешалок с малым коэффициентом сопротивления, например пропеллерных ($\zeta_м = 0,56$), установка в аппарате четырех перегородок шириной $0,1D$ при $\bar{R} = 3$ и $Re_ц = 10^5$ вызывает увеличение мощности приблизительно в два раза, тогда как для турбинной мешалки отношение соответствующих значений K_N составляет около 6.

Расчетные уравнения, приведенные в настоящем разделе, относятся к вертикальным цилиндрическим аппаратам традиционной конструкции с расположением вала перемешивающего устройства по оси корпуса аппарата. Использованный подход может быть применен и для других конструкций аппаратов с мешалками (например, для аппаратов с несколькими мешалками на эксцентрично расположенных вертикальных валах [39]).

2.5. МОЩНОСТЬ, ПОТРЕБЛЯЕМАЯ В ПЕРИОД ПУСКА

Материалы, изложенные в предыдущих разделах относятся к гидродинамически установившемуся режиму перемешивания, т. е. к условиям, когда скорость течения жидкости постоянна, а частота вращения мешалки соответствует номинальной частоте вращения вала привода. При пуске мешалки в неподвижной жидкости происходит, во-первых, увеличение скорости движения и вращательного момента вала, мешалки и движущихся частей привода, и, во-вторых, изменение скорости обтекания лопастей жидкостью от сравнительно больших величин (при $v(r_0) = 0$) до значений, соответствующих стацио-

3*

нарному режиму. Это обусловливает резкое увеличение мощности в начальный период вращения мешалки, т. е. так называемые «пусковые перегрузки».

Как показано в [40], у асинхронных электродвигателей, применяемых обычно в качестве приводов перемешивающих устройств, в пусковой период из-за увеличения силы тока сверх номинального значения происходит интенсивное выделение теплоты, что создает опасность перегрева двигателя и выхода его из строя или снижения срока службы. Поэтому допустимая длительность пускового периода — промежутка времени, за которое происходит снижение мощности до номинального значения мощности двигателя — определяется, с одной стороны, относительной величиной перегрузок, а с другой — массой, начальной температурой и условиями охлаждения двигателя. В среднем, однако, для трехфазных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором мощностью от 0,6 до 100 кВт при двух повторных пусках в холодном состоянии или при одном повторном пуске при рабочей температуре допустимая продолжительность пускового периода $T_п$ составляет 12 с [41] и одним из условий при выборе привода перемешивающего устройства является выполнение неравенства

$$T_п \leqslant 12 \text{ с} \tag{2.5.1}$$

Способ учета пусковых перегрузок при проектировании аппаратов с мешалками состоит в том, что при выборе привода значение мощности, соответствующее установившемуся режиму, умножают на поправочный коэффициент $k_п$. Таким образом, требуемую номинальную мощность привода определяют как

$$N_{пр} \geqslant \frac{1}{\eta} k_п N \tag{2.5.2}$$

где η — к. п. д. привода.

Значения $k_п$, приводимые в литературе [42, 43], равны $1 \div 4$.

Точный метод расчета изменения мощности в пусковой период или поправки $k_п$, необходимой для выбора привода, должен отражать одновременно режим разгона жидкости в аппарате и режим увеличения скорости вращения ротора двигателя в зависимости от изменения момента сопротивления, т. е. характеристику электродвигателя. Расчетные оценки [41] показывают, однако, что при условиях, удовлетворяющих ограничению (2.5.1), частота вращения ротора двигателя уже через 2 с оказывается близкой к номинальному значению. Это позволяет ограничиться упрощенным анализом нестационарного течения жидкости и представить период пуска состоящим из двух частей — периода разгона мешалки, принимаемого равным 2 с, и периода разгона жидкости при постоянной угловой скорости мешалки.

Основой анализа изменения мощности в пусковой период*, как и при рассмотрении установившегося течения, служит условие сохранения момента (2.1.1), дополненное в данном случае слагаемым, учитывающим увеличение собственного вращательного момента Λ жидкости в аппарате:

$$\frac{d\Lambda}{d\tau} + M_{сопр}(\tau) - M_{кр}(\tau) = 0 \tag{2.5.3}$$

где τ — время.

Вращательный момент кольцевого элемента жидкости высотой H, заключенного между цилиндрическими поверхностями радиуса r и $r + dr$, выражается как

$$d\Lambda = 2\pi\rho H v(r) r^2 dr \tag{2.5.4}$$

Отсюда

$$\Lambda(\tau) = \int_0^{\bar{R}} d\Lambda = 2\pi\rho\bar{H}\omega_0 r_0^5 L(\tau) \tag{2.5.5}$$

Здесь

$$L = \int_0^{\bar{R}} \bar{v}(\bar{r}) \bar{r}^2 d\bar{r} \tag{2.5.6}$$

$$\bar{H} = H/r_0 \tag{2.5.7}$$

Подставляя выражение вращательного момента жидкости (2.5.5) в (2.5.3) и выражая $M_{сопр}(\tau)$ и $M_{кр}(\tau)$ по уравнениям (2.2.13) и (2.4.7), получаем:

$$2\pi\bar{H}\frac{dL}{d\bar{\tau}} + \frac{\pi}{4}c_f\gamma\bar{R}^3\bar{v}_{ср}^2(\bar{\tau}) + \frac{1}{2}\bar{R}^3\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_i r_i}{R^3}v^2(r_i, \bar{\tau}) - \frac{1}{2}z_м\zeta_м k_N(\bar{\tau}) = 0 \tag{2.5.8}$$

где

$$\bar{\tau} = \omega_0\tau \tag{2.5.9}$$

Начальные условия для решения уравнения (2.5.8), соответствующие моменту начала разгона жидкости (через 2 с после пуска), имеют вид:

$$\omega = \omega_0; \qquad \bar{v}(r) = 0 \qquad \text{и} \qquad L = 0 \qquad \text{при} \quad \bar{\tau} = 0 \tag{2.5.10}$$

Рассмотрим случай перемешивания мешалками с горизонтальными лопастями при $\bar{R} \geqslant 1,5$, когда профиль скорости описывается уравнениями (2.1.29). При этом для удобства выразим параметры распределения скорости ψ_1 и ψ_2, а затем величины $dL/d\bar{\tau}$, $\bar{v}_{ср}$, $\bar{v}(r_i)$ и k_N через $\bar{v}_0$ — значение скорости жидкости на радиусе r_0:

$$\frac{dL}{d\bar{\tau}} = \varkappa_1\frac{d\bar{v}_0(\bar{\tau})}{d\bar{\tau}} \tag{2.5.11}$$

$$\bar{v}_{ср} = \varkappa_2 + \varkappa_3\bar{v}_0(\bar{\tau}) \tag{2.5.12}$$

$$\bar{v}(r_i, \bar{\tau}) = \bar{v}_0(\bar{\tau})/r_i \tag{2.5.13}$$

$$k_N(\bar{\tau}) = 0,193 - 0,466\bar{v}_0(\bar{\tau}) + 0,285\bar{v}_0^2(\bar{\tau}) \tag{2.5.14}$$

Здесь

$$\varkappa_1 = (\overline{R^2} - 0,476)/2 \tag{2.5.15}$$

$$\varkappa_2 = 0,3/(2\bar{R}) \tag{2.5.16}$$

$$\varkappa_3 = (0,9 + 2\ln\bar{R})/(2\bar{R}) \tag{2.5.17}$$

* Излагаемый ниже метод расчета разработан авторами совместно с О. М. Здасюком и В. В. Ярошенко.

Преобразуем выражение (2.5.8):

$$\frac{d\bar{v}_0(\bar{\tau})}{d\bar{\tau}} = t_1\left[0,193 - 0,466\bar{v}_0(\bar{\tau}) + 0,285\bar{v}_0^2(\bar{\tau})\right] -$$

$$- t_2\left[\varkappa_2^2 + 2\varkappa_2\varkappa_3\bar{v}_0(\bar{\tau}) + \varkappa_3^2\bar{v}_0^2(\bar{\tau})\right] - t_3\bar{v}_0^2(\bar{\tau}) \qquad (2.5.18)$$

где

$$t_1 = \frac{z_м\zeta_м}{4\pi\bar{H}\varkappa_1} \qquad (2.5.19)$$

$$t_2 = \frac{c_f\gamma\bar{R}^3}{8\bar{H}\varkappa_1} \qquad (2.5.20)$$

$$t_3 = \frac{\bar{R}\sum\limits_{z_{вн}}\zeta_i\,\dfrac{f_i}{Rr_i}}{4\pi\bar{H}\varkappa_1} \qquad (2.5.21)$$

Далее

$$\frac{d\bar{v}_0(\bar{\tau})}{d\bar{\tau}} = a_1\bar{v}_0^2(\bar{\tau}) + a_2\bar{v}_0(\bar{\tau}) + a_3 \qquad (2.5.22)$$

Здесь

$$a_1 = 0,285t_1 - \varkappa_3^2t_2 - t_3;$$

$$a_2 = -2\varkappa_2\varkappa_3t_2 - 0,466t_1;$$

$$a_3 = 0,193t_1 - \varkappa_2^2t_2 \qquad (2.5.23)$$

Решение уравнения (2.5.22) осложняется тем, что в выражение t_2 входит величина коэффициента сопротивления c_f, которая, как следует из уравнения (2.1.19а), зависит от средней скорости потока $\bar{v}_{ср}$. Однако, учитывая малую степень этого изменения, можно определить величину c_f по уравнению (2.1.19а), приняв величину $\bar{v}_{ср}$ постоянной и равной средней скорости окружного потока при установившемся режиме*. Расчет средней скорости проводится по уравнениям, приведенным в разделах 2.1 и 2.2. Проинтегрировав выражение (2.5.22), получим уравнение, которое приближенно описывает изменение окружной скорости жидкости $\bar{v}_0(\tau)$ в период выхода на стационарный режим:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}}\ln\frac{\left(2a_1\bar{v}_0(\bar{\tau}) + a_2 - \sqrt{-\Delta}\right)\left(a_2 + \sqrt{-\Delta}\right)}{\left(2a_1\bar{v}_0(\bar{\tau}) + a_2 + \sqrt{-\Delta}\right)\left(a_2 - \sqrt{-\Delta}\right)} \qquad (2.5.24)$$

где

$$\Delta = 4a_1a_3 - a_2^2 \qquad (2.5.25)$$

В сочетании с (2.5.9) и (2.5.14) уравнение (2.5.24) позволяет рассчитать изменение мощности в период пуска (рис. 2.33).

* Такое упрощение не вызывает существенных ошибок, а в аппаратах с неподвижными внутренними устройствами практически вообще не сказывается на результатах расчета.

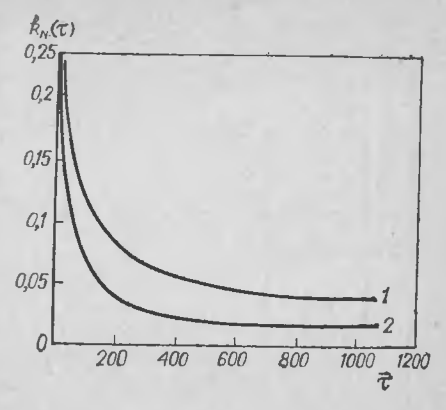


Рис. 2.33. Характер изменения мощности в пусковой период (аппарат с турбинной мешалкой, $Re_ц = 10^6$);
Значение $\sum\limits_{z_{вн}}\zeta_i f_i$: *1* — 0,125 *RH*; *2* — 0.

Если в качестве $\bar{v}_0(\tau)$ в уравнении (2.5.24) использовать значение $\bar{v}_{0\,пр}$, соответствующее номинальной мощности привода, а затем подставить найденное значение $\bar{\tau}_{пр}$ в уравнение

$$T_п = 2 + \frac{\bar{\tau}_{пр}}{\omega_0} \qquad (2.5.26)$$

то можно определить продолжительность пускового периода — время достижения мощности, соответствующей номинальной мощности привода.

Связь между $\bar{v}_{0\,пр}$ и мощностью привода выражается формулой

$$\bar{v}_{0\,пр} \approx 0,82 - \sqrt{3,51k_{N\,пр}} \qquad (2.5.27)$$

которая получена в результате решения уравнения (2.5.14) относительно $\bar{v}_0(\bar{\tau})$.

Характеристики привода учитываются при этом величиной $k_{N\,пр}$, определяемой в соответствии с (2.4.2) и (2.4.7) как

$$k_{N\,пр} = \frac{2N_{пр}\eta}{z_м\zeta_м\rho\omega_0^3r_0^5} \qquad (2.5.28)$$

Последовательность выполнения расчета показана на рис. 2.34.

Уравнение (2.5.24) может быть распространено на другие типы мешалок и соотношения размеров аппаратов, рассмотренные в предыдущих разделах. Выражения промежуточных параметров для этих случаев приводятся в табл. 2.4.

Расчеты по уравнению (2.5.24), так же как и результаты измерений, показывают, что пусковая мощность в ряде случаев может существенно (в 3—5 раз) превосходить величину, характерную для установившегося режима. Для анализа закономерностей изменения мощности в пусковой период

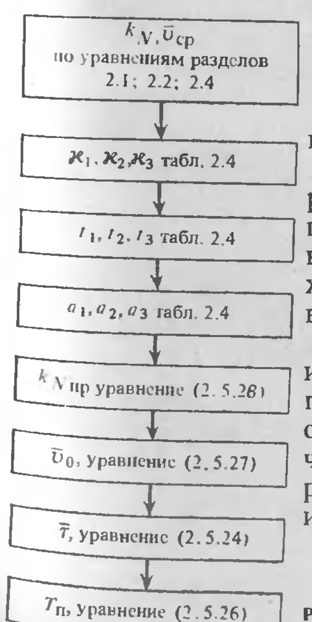


Рис. 2.34. Блок-схема расчета продолжительности пускового периода.

Таблица 2.4. **Выражения, используемые при расчете продолжительности пускового периода**

Величина	Мешалки с горизонтальными лопастями при $\bar R > 1{,}5$, $r_i > r_0$ и $\sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$	Мешалки с вертикальными лопастями при $\bar R \leqslant 1{,}33$, $r_i > r_0$ и $\sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i \leqslant 0{,}5RH$	Мешалки с горизонтальными лопастями при $r_i > 0{,}5r_0$ и $\sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i > 0{,}5RH$	Мешалки с вертикальными лопастями при $r_i > 0{,}5r_0$ и $\sum_{z_{вн}} \zeta_i f_i > 0{,}5RH$
$\varkappa_1$	$\frac{\bar R^2 - 0.476}{2}$	$\frac{0{,}143 - 0{,}167S_2}{1 - S_2} + (\bar R - 1)\left[\frac{7}{8}\bar R^2 - \frac{14}{15}\times \bar R(\bar R - 1) + \frac{7}{22}(\bar R - 1)^2\right]$	$\frac{\bar R^3}{3}$	$\frac{\bar R^3}{3}$
$\varkappa_2$	$\frac{0{,}3}{2\bar R}$	$\frac{0{,}6 - 0{,}1S_1 + 0{,}5S_2}{2\bar R(1 - S_2)}$	0	0
$\varkappa_3$	$\frac{0{,}9 + 2\ln \bar R}{2\bar R}$	$\frac{0{,}4 - 0{,}5S_2}{2\bar R(1 - S_2)} + \frac{1{,}75(\bar R - 1)}{2\bar R}$	1	1
t_1	$\frac{z_м\zeta_м}{4\pi\bar H\varkappa_1}$	$\frac{z_м\zeta_м}{4\pi\bar H\varkappa}$	$\frac{z_м\zeta_м}{4\pi\bar H\varkappa_1}$	$\frac{z_м\zeta_м}{4\pi\bar H\varkappa_1}$
t_2	$\frac{c_f\gamma\bar R^3}{8\bar H\varkappa_1}$	$\frac{c_f\gamma\bar R^3}{8\bar H\varkappa_1}$	0	0
t_3	$\frac{\bar R\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_i}{Rr_i}}{4\pi\bar H\varkappa_1}$	$\frac{\bar R^3\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_ir_i}{R^3}}{16\pi\bar H\varkappa_1}$	$\frac{\bar R^3\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_ir_i}{R^3}}{4\pi\bar H\varkappa_1}$	$\frac{\bar R^3\sum_{z_{вн}}\zeta_i\frac{f_ir_i}{R^3}}{4\pi\bar H\varkappa_1}$
a_1	$0{,}285t_1 - \varkappa_3^2t_2 - t_3$	$t_1 - \varkappa_3^2t_2 - t_3$	$0{,}5t_1 - t_3$	$t_1 - t_3$
a_2	$-2\varkappa_2\varkappa_3t_2 - 0{,}466t_1$	$-2(t_1 + \varkappa_2\varkappa_3t_2)$	$-0{,}67t_1$	$-2t_1$
a_3	$0{,}193t_1 - \varkappa_2^2t_2$	$t_1 - \varkappa_2^2t_2$	$0{,}25t_1$	t_1
$\bar v_{0\,пр}$	$0{,}82 - \sqrt{3{,}51k_{N\,пр}}$	$1 - \sqrt{k_{N\,пр}}$	$0{,}67 - \sqrt{2k_{N\,пр} - 0{,}051}$	$1 - \sqrt{k_{N\,пр}}$

* Значения S_1 и S_2 рассчитываются по уравнениям (2.1.48).

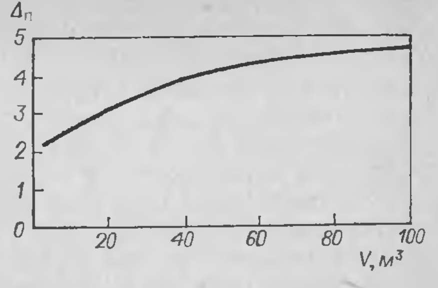


Рис. 2.35. Повышение пусковой перегрузки с увеличением объема аппарата без внутренних устройств. $\bar R = 3$; $z_м\zeta_м = 8{,}4$ **(турбинная мешалка),** $\gamma = 9$.

удобно воспользоваться величиной пусковой перегрузки:

$$\Delta_п = \frac{k_{N\,пр}}{k_N} - 1 = k_п - 1 \tag{2.5.29}$$

где $k_{N\,пр}$ — величина k_N, соответствующая значению $\tau_п = 10$ с.

Как следует из уравнения (2.5.24), время достижения одних и тех же значений $\bar v_0$ изменяется обратно пропорционально частоте вращения мешалки, и в связи с этим увеличение объема аппаратов с сохранением геометрического подобия приводит к значительному повышению перегрузки $\Delta_п$ (рис. 2.35). При малых $\bar R$, например в случае применения рамных или скребковых мешалок, даже при небольших частотах вращения развиваются высокие крутящие моменты; в связи с этим разгон жидкости происходит быстро и пусковые перегрузки относительно невелики. Другим важным фактором, оказывающим существенное влияние на величину $\Delta_п$, является скорость обтекания лопастей мешалки при стационарном режиме. Уменьшение этой величины и сопряженное с ним понижение k_N всегда приводит к повышению пусковых перегрузок или увеличению продолжительности пускового периода. Поэтому при одинаковой стационарной мощности пусковая мощность повышается с увеличением коэффициента сопротивления мешалки или произведения $z_м\zeta_м$.

Увеличение момента сопротивления аппарата за счет повышения вязкости или при установке неподвижных внутренних устройств всегда сопровождается снижением пусковых перегрузок. В аппаратах с отражательными перегородками пусковая мощность мало отличается от стационарной и наличие пусковых перегрузок, как правило, может не учитываться.

Пусковые перегрузки не возникают и в аппаратах без отражательных перегородок, когда мощность привода намного (в 3—5 и более раз) превышает величину мощности, потребляемой при установившемся режиме перемешивания. В этих случаях величина $k_{N\,пр}$, рассчитываемая по уравнению (2.5.27), превышает предельное * значение k_N (для мешалок с горизонтальными лопастями 0,25, а для мешалок с вертикальными лопастями 1,0).

2.6. ПРЕДПОСЫЛКИ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ГИДРОДИНАМИКИ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

Выше было отмечено, что строгое теоретическое решение задачи распределения скоростей в аппаратах с мешалками, как, впрочем, и других задач турбулентного течения жидкости, пока не получено. Это

* Рассматриваемые предельные значения k_N соответствуют вращению мешалок в неподвижной жидкости.

связано и со сложностью трехмерной структуры поля скоростей в аппарате, и с общим уровнем изученности закономерностей турбулентного течения жидкостей [44—47]. Тем не менее, существующие представления о механизме переноса импульса в турбулентных потоках и построенные на их основе полуэмпирические модели позволяют в упрощенной форме проанализировать механизм формирования профиля окружной скорости в аппаратах с мешалками [48].

Распределение окружной составляющей скорости перемешиваемой среды при установившемся режиме должно удовлетворять принципу сохранения момента. При этом необходимыми элементами математического описания служат выражения момента сопротивления при обтекании лопастей мешалки и момента сопротивления корпуса аппарата, а также функция $v(r)$, определяющая форму профиля скорости. Гидравлическое сопротивление лопастей мешалок не может быть теоретически оценено, и для его расчета приходится пользоваться интегральными характеристиками — коэффициентами сопротивления [10]. Закономерности формирования профиля $v(r)$ и характеристики гидравлического сопротивления корпуса могут быть качественно, а в отдельных случаях и количественно проанализированы теоретически на основе моделей турбулентного обмена импульсом.

Рассмотрим равновесие элементарного объема жидкости высотой H, ограниченного двумя цилиндрическими поверхностями радиусом r и $r + dr$. Условием установившегося движения жидкости, заключенной в этом объеме, является равновесие приложенных к нему моментов:

$$dM_{\text{кр}} - dM_{\text{сопр}} - dM_{\text{кас}} = 0 \tag{2.6.1}$$

Здесь $dM_{\text{кр}}$ — изменение крутящего момента, приложенного к элементарному объему жидкости, в результате его взаимодействия с лопастями мешалки, на участке dr, Дж; $dM_{\text{кас}}$ — изменение момента, создаваемого касательными напряжениями на цилиндрических поверхностях радиуса r и $r + dr$, Дж; $dM_{\text{сопр}}$ — изменение момента сил гидравлического сопротивления, возникающего при взаимодействии окружного потока с участками днища и внутренних устройств, заключенными между поверхностями радиусом r и $r + dr$, Дж.

Величина $dM_{\text{кр}}$ в общем виде может быть выражена как

$$M_{\text{кр}} = \varphi(r)\, dr \tag{2.6.2}$$

где $\varphi(r)$ — функция плотности распределения крутящего момента по радиусу, Дж/м.

В области радиусов $r_{\text{вн}} \leqslant r \leqslant r_0$, т. е. в зоне, ометаемой лопастями мешалки, момент $dM_{\text{кр}}$ может быть выражен через разность скоростей жидкости и мешалки по (2.1.3); в остальной части аппарата $dM_{\text{кр}} = 0$. Таким образом, при перемешивании мешалкой с числом лопастей $z_{\text{л}}$:

$$\varphi(r) = \begin{cases} z_{\text{л}}\zeta_{\text{л}} \dfrac{\rho\,[\omega_0 r - v(r)]^2}{2} h_{\text{л}} r & \text{для} \quad r \in \Omega_{\text{м}} \\ 0 & \text{для} \quad r \,\overline{\in}\, \Omega_{\text{м}} \end{cases} \tag{2.6.3}$$

Здесь $\Omega_{\text{м}}$ — множество значений радиусов, на которых имеет место непосредственное взаимодействие потока с лопастями мешалки; символ $\in$ означает принадлежность, а $\overline{\in}$ — отсутствие принадлежности r к множеству $\Omega_{\text{м}}$.

Приращение момента сил трения между соседними слоями жидкости можно выразить через касательные напряжения τ:

$$dM_{\text{кас}} = 2\pi H d\,[r^2 \tau(r)] \tag{2.6.4}$$

где $\tau(r)$ — касательное напряжение на поверхности радиуса r, Па.

Точное описание касательных напряжений в закрученном турбулентном потоке, каким является поток в аппарате с мешалкой, связано со значительными трудностями. При приближенном анализе выражение для τ может быть получено [48] на основе полуэмпирических гипотез, широко применяемых в практике решения прикладных задач гидромеханики [45—47].

Одной из таких гипотез является гипотеза «пути перемешивания» Прандтля, использование которой применительно к вращательному движению жидкости дает [49]:

$$\tau \approx \rho l^2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}\right) \left|\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}\right| \tag{2.6.5}$$

где l — длина пути перемешивания, м.

Для осесимметричного потока, в котором окружная скорость постоянна по высоте, частные производные в выражении (2.6.5) можно заменить обыкновенными производными. Длина пути перемешивания l принимается пропорциональной ширине зоны турбулентного перемешивания и может быть записана [50] в виде

$$l = \alpha L \tag{2.6.6}$$

Здесь

$$L = \begin{cases} r_m & \text{при} \quad 0 \leqslant r \leqslant r_m \\ R - r_m & \text{при} \quad r_m \leqslant r \leqslant R \end{cases} \tag{2.6.7}$$

где r_m — радиус расположения максимума окружной скорости жидкости (см. рис. 2.1).

С учетом (2.6.5) и (2.6.6) имеем:

$$dM_{\text{кас}} = 2\pi H \rho \alpha^2 L^2 d\left[r^2 \left(\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r}\right) \left|\frac{dv}{dr} + \frac{v}{r}\right|\right] \tag{2.6.8}$$

Слагаемое $dM_{\text{сопр}}$ в уравнении (2.6.1) в общем случае представляет собой сумму

$$dM_{\text{сопр}} = dM_{\text{вн}} + dM_{\text{дн}} \tag{2.6.9}$$

Величина $dM_{\text{вн}}$ — момент сопротивления элементарного участка площади неподвижных внутренних устройств — может быть, по аналогии с (2.6.2), выражена как

$$M_{\text{вн}} = \psi(r)\, dr \tag{2.6.10}$$

Здесь $\psi(r)$ — функция плотности распределения:

$$\psi(r) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{z_{\text{вн}}} \zeta_i \rho \frac{v^2}{2} h_i r & \text{для} \quad r \in \Omega_{\text{вн}} \\ 0 & \text{для} \quad r \,\overline{\in}\, \Omega_{\text{вн}} \end{cases} \tag{2.6.11}$$

где h_i — высота i-го внутреннего устройства, м; $\Omega_{\text{вн}}$ — множество значений радиусов, на которых имеет место непосредственное взаимодействие окружного потока с внутренними устройствами.

Величина $dM_{дн}$ в простейшем случае (плоское днище) определяется как

$$dM_{дн} = 2\pi r^2 \tau_{дн}(r)\, dr \tag{2.6.12}$$

В предыдущих разделах при расчете профиля скорости или мощности величина τ — касательное напряжение на стенках и днище корпуса аппарата — определялась с помощью эмпирических уравнений $c_f = f(\mathrm{Re})$. Возможна, однако, и теоретическая оценка этой величины, основанная на применении гипотезы Ландау о характере затухания турбулентности вблизи твердых поверхностей, а также теории локально-изотропной турбулентности Колмогорова—Обухова [44]. Перенос импульса в турбулентном пограничном слое вблизи твердой поверхности обычно описывают уравнением [46]

$$\tau = \rho(\nu + \nu_т)\frac{dv}{dy} \tag{2.6.13}$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости, м²/с; $\nu_т$ — турбулентная вязкость, м²/с; y — расстояние от стенки, м.

Выразим касательное напряжение с помощью зависимости

$$\tau = v/R_\tau \tag{2.6.14}$$

Здесь v — скорость жидкости вдали от стенки, м/с; R_τ — сопротивление переносу импульса [в м³/(Н·с)], определяемое по уравнению:

$$R_\tau \approx \int_0^\infty \frac{dy}{\rho(\nu + \nu_т)} \tag{2.6.15}$$

Допуская, что основное сопротивление переносу импульса сосредоточено [46] в вязком подслое *, для определения $\nu_т$ воспользуемся гипотезой Ландау, предполагающей [45, 48, 52] изменение турбулентной вязкости в вязком подслое пропорциональным четвертой степени расстояния от стенки **:

$$\nu_т = \nu (y/\delta_0)^4 \tag{2.6.16}$$

С учетом (2.6.16) интегрирование выражения (2.6.15) дает:

$$R_\tau = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\,\frac{\delta_0}{\rho\nu} \tag{2.6.17}$$

Толщина вязкого подслоя δ_0 связана с величиной скорости известным соотношением [47]

$$v_0\delta_0/\nu = 11{,}5 \tag{2.6.18}$$

Отсюда в соответствии с (2.6.14) и (2.6.17)

$$\tau/v = 0{,}078\rho v_0 \tag{2.6.19}$$

Обычно основная трудность при расчете процессов переноса к стенке состоит в установлении зависимости величины v_0 от характеристик макромасштабного течения. Для решения этого вопроса предположим, что интенсивность турбулентного переноса в вязком подслое, так же как и в ядре потока [52—54], определяется главным образом пульсациями скорости максимального масштаба. В рассматриваемом случае этот масштаб должен иметь порядок толщины вязкого подслоя δ_0, т. е. существенно меньше масштаба потока. В соответствии с (2.6.18) этот масштаб превышает внутренний масштаб турбулентности λ_0, отвечающий условию

$$v_{\lambda_0}\lambda_0/\nu \approx 1 \tag{2.6.20}$$

Таким образом, δ_0 по порядку величины соответствует области масштабов, для которых применим «закон двух третей» Колмогорова—Обухова [45]:

$$v_0^2 \approx \varepsilon_{0л}^{2/3}\delta_0^{2/3} \tag{2.6.21}$$

Здесь $\varepsilon_{0л}$ — локальное значение диссипации энергии в единице массы (в Вт/кг), которое может быть в первом приближении заменено средним значением

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{\rho V_ж} = \frac{K_N n^3 d_м^5}{V_ж} \tag{2.6.22}$$

где $V_ж$ — объем среды в аппарате, м³.

Сопоставление выражений (2.6.21), (2.6.17) и (2.6.14) дает:

$$\tau_{дн}(r) = 0{,}144\rho(\varepsilon_0\nu)^{0{,}25} v(r) \tag{2.6.23}$$

$$dM_{дн} = 0{,}288\pi\rho(\varepsilon_0\nu)^{0{,}25} v(r)\, r^2\, dr \tag{2.6.24}$$

При использовании выражений (2.6.2), (2.6.8), (2.6.10) и (2.6.24) уравнение равновесия элементарного объема жидкости приобретает вид

$$\frac{d}{dr}\left[r^2\left(\frac{dv(r)}{dr} + \frac{v(r)}{r}\right)\left|\frac{dv(r)}{dr} + \frac{v(r)}{r}\right|\right] - \frac{\varphi(r) - \psi(r) - 0{,}288\rho(\varepsilon_0\nu)^{0{,}25} v(r)\,\pi r^2}{2\pi H\rho\alpha^2 L^2} = 0 \tag{2.6.25}$$

В качестве условий однозначности при решении этого уравнения используется соотношение

$$v(r) = \omega_0 r_в \quad \text{при} \quad r = r_в \tag{2.6.26}$$

и интегральное условие равновесия моментов

$$M_{кр} = M_{вн} + M_{дн} + M_{ст} \tag{2.6.27}$$

где $r_в$ — радиус вала мешалки, м;

$$M_{кр} = \int_0^R \varphi(r)\, dr \tag{2.6.28}$$

$$M_{вн} = \int_0^R \psi(r)\, dr \tag{2.6.29}$$

$$M_{дн} = 0{,}288\rho\pi(\varepsilon_0\nu)^{0{,}25}\int_0^R v(r)\, r^2\, dr \tag{2.6.30}$$

Величина $M_{ст}$ — момент сопротивления цилиндрической стенки корпуса аппарата — рассчитывается по уравнению (2.1.10). Значение

* Это равносильно допущению о том, что градиент скорости вне вязкого подслоя значительно ниже, чем в его пределах.

** Такой характер зависимости подтвержден экспериментально [51].

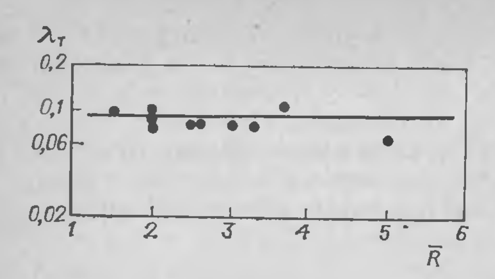


Рис. 2.36. Зависимость коэффициента $\lambda_т$ от $\bar{R}$ при $\bar{R} \geqslant 1,5$.
Точки — расчет по уравнению (2.6.33).

$\tau = \tau(R)$ в данном случае, по аналогии с (2.6.23), можно определить как

$$\tau(R) = 0{,}144\,\rho(\varepsilon_0\nu)^{0{,}25}\,v(R) \qquad (2.6.31)$$

где $v(R)$ — окружная скорость жидкости на радиусе $r = R - \delta_0$, м/с.

Как отмечалось в разделе 2.1, в аппаратах без внутренних устройств момент сопротивления цилиндрической стенки корпуса существенно превышает момент сопротивления днища, и, следовательно, экспериментальные зависимости $c_f = f(\mathrm{Re})$ [уравнение (2.1.19), рис. 2.6] отражают главным образом закономерности гидравлического сопротивления стенки аппарата. В связи с этим представляется интересным сравнить с ними теоретическую зависимость (2.6.31).

Из сопоставления выражений (2.1.11) и (2.6.31) следует, что коэффициент сопротивления корпуса c_f может быть выражен как

$$c_f = 0{,}288\,(\varepsilon_0\nu)^{0{,}25}\,\frac{v(R)}{v_{ср}^2} \qquad (2.6.32а)$$

или

$$c_f = 0{,}288\varepsilon_0^{0{,}25}\,\frac{v(R)\,R^{0{,}25}}{v_{ср}^{1{,}75}}\,\mathrm{Re}^{-0{,}25} \qquad (2.6.32б)$$

Уравнение (2.6.32б) по характеру влияния критерия Рейнольдса аналогично экспериментальной зависимости (2.1.19а), при этом

$$\lambda_т = 0{,}288\,\varepsilon_0^{0{,}25}\,\frac{v(R)\,R^{0{,}25}}{v_{ср}^{1{,}75}} \qquad (2.6.33)$$

Значения $\lambda_т$, рассчитанные по уравнению (2.6.33) на основании результатов экспериментального измерения окружных скоростей и мощности для $\bar{R} \geqslant 2{,}0$, близки к приведенному в разделе 2.1 осредненному значению 0,095, найденному в работе [14] непосредственно через момент сопротивления и среднюю скорость жидкости (рис. 2.36).

Уравнения (2.6.25)—(2.6.27) представляют собой замкнутую систему; они содержат только один неизвестный параметр, требующий экспериментального определения — постоянную α в выражении длины пути перемешивания (2.6.6). Результаты численного решения этих уравнений при $\alpha = 0{,}07$, приведенные на рис. 2.37 и 2.38, указывают на то, что рассматриваемая упрощенная схема в основных своих чертах правильно отражает механизм формирования окружного потока. Следует заметить, что расчетный профиль скорости не очень чувствителен к выбору той или иной из существующих полу-

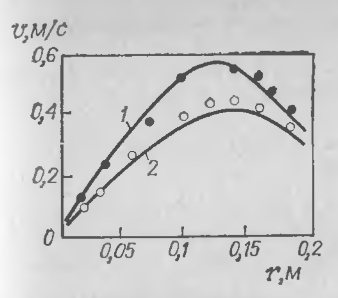


Рис. 2.37. Профиль скорости в аппарате диаметром 0,4 м (рамная мешалка, $r_0 = 0{,}15$ м, $b = 0{,}021$ м, $H = 0{,}4$ м, среда — водный раствор глицерина, $\nu = 0{,}000017$ м²/с).
Значение ω_0 (в рад/с): 1 — 6,35, 2 — 4,4. Сплошные линии — расчетные.

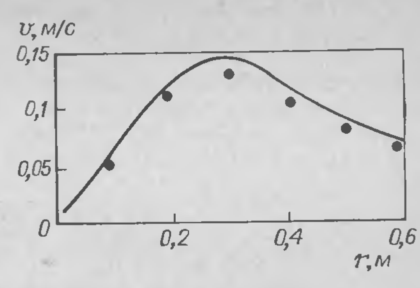


Рис. 2.38. Профиль скорости в аппарате диаметром 1,2 м при наличии внутренних устройств $\left(\sum_{вн} \zeta_i f_i = 0{,}3RH\right)$ и лопастной мешалки ($r_0 = 0{,}25$ м, $\omega_0 = 1{,}15$ рад/с).
Сплошная линия — расчет по уравнению (2.6.35).

эмпирических моделей турбулентного обмена. Как показано в работе [48], расчеты, выполненные на основе «плоской» модели Прандтля

$$\tau(r) = \alpha^2 L^2\,\frac{dv(r)}{dr}\left|\frac{dv(r)}{dr}\right| \qquad (2.6.34)$$

приводят к близким расчетным кривым $v(r)$ при соответствующем изменении величины α, и уравнение (2.6.25) может быть использовано в упрощенной форме:

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\,\frac{dv(r)}{dr}\left|\frac{dv(r)}{dr}\right|\right) - \frac{\varphi(r) - \psi(r) - 0{,}288\,(\varepsilon_0\nu)^{0{,}25}\,v(r)\,\pi\rho r^2}{2\pi H\rho\alpha^2L^2} = 0 \text{ при } \alpha \approx 0{,}1 \qquad (2.6.35)$$

Таким образом, результаты анализа подтверждают предположение о том, что основное влияние на форму профиля окружной скорости в аппаратах с мешалками оказывает перенос момента импульса турбулентными пульсациями, возникающими как следствие наличия градиента скорости. Это справедливо, однако, только для аппаратов без внутренних устройств или с внутренними устройствами, обладающими незначительным гидравлическим сопротивлением. По мере увеличения сопротивления внутренних устройств существенную роль в переносе момента начинает играть меридиональная циркуляция жидкости, градиент окружной скорости при этом уменьшается. Расчетная оценка показывает, что в аппаратах с отражательными перегородками перенос момента полностью осуществляется циркуляционным потоком. Это может служить объяснением выравнивания значений окружной скорости по радиусу, отмеченного в разделе 2.2.

Пример 2.1. Намечается применить плоскодонный аппарат без внутренних устройств объемом 3,2 м³ ($R = 0{,}8$ м) с турбинной мешалкой ($r_0 = 0{,}225$ м, $\zeta_м = 8{,}4$) и приводом мощностью 3 кВт с частотой вращения выходного вала $n = 2{,}17$ об/с (угловая скорость $\omega_0 = 13{,}6$ рад/с) для перемешивания жидкости ($\mu = 0{,}099$ Па·с, $\rho = 992$ кг/м³) объемом 2,5 м³ ($H = 1{,}25$ м). Высота расположения мешалки над днищем $h_м = 0{,}25$ м. К. п. д. привода $\eta = 0{,}9$.

Требуется определить, достаточна ли мощность привода и не превысит ли глубина воронки допустимой величины.

Решение. 1. Первый этап расчета — определение параметров распределения скорости ψ_1 и ψ_2 по уравнениям, приведенным в разделе 2.1.

1.1. $\overline{R} = R/r_0 = 0{,}8/0{,}225 = 3{,}56$.

1.2. $\mathrm{Re}_ц = \rho n d_м^2/\mu = 992 \cdot 2{,}17 \cdot 0{,}45^2/0{,}099 = 4{,}33 \cdot 10^3$.

1.3. По (2.1.17а): $\gamma = 4 \cdot 1{,}25/0{,}8 + 1 = 7{,}25$.

1.4. По (2.1.38): $E = \dfrac{7{,}25}{1 \cdot 8{,}4\,(4{,}33 \cdot 10^3)^{0{,}25}} = 0{,}106$.

1.5. По рис. 2.10: $\psi_1 \approx 0{,}2$.

1.6. По (2.1.29в): $\psi_2 = -0{,}5 - 0{,}25 = -0{,}75$.

2. На втором этапе расчета по уравнениям, приведенным в разделе 2.3, определяются размеры центральной воронки.

2.1. По (2.3.9):

$$h_{r_0} = \frac{13{,}6^2 \cdot 0{,}225^2}{2 \cdot 9{,}81}\left(1 + \frac{1}{4}\,0{,}2^2 + \frac{1}{3}\,(-0{,}75)^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{4}{7}\,0{,}2 \cdot 0{,}75 + \frac{4}{5}\,0{,}2 - 0{,}75\right) = 0{,}25 \text{ м}$$

2.2. По (2.3.11): $k_в = 1 - \dfrac{1}{3{,}56^2} = 0{,}92$.

2.3. По (2.3.10):

$$H_в = 0{,}25 + \frac{1{,}36^2 \cdot 0{,}225^2}{9{,}81}\,(1 + 0{,}2 - 0{,}75)^2\, 0{,}92 = 0{,}43 \text{ м}$$

2.4. По (2.3.16):

$$V_в = \frac{3{,}14 \cdot 13{,}6^2 \cdot 0{,}225^4}{9{,}81}\left[\frac{1}{4} + \frac{2}{7}\,0{,}2 + \frac{1}{3}\,(-0{,}75) + \frac{2}{9}\,0{,}2\,(-0{,}75) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{10}\,0{,}2^2 + \frac{1}{8}\,(-0{,}75)^2 + (1 + 0{,}2 - 0{,}75)^2 \ln 3{,}56\right] = 0{,}053 \text{ м}^3$$

2.5. По (2.3.2): $H_R = \dfrac{2{,}5 + 0{,}053}{3{,}14 \cdot 0{,}8^2} = 1{,}27$ м.

2.6. Расстояние по оси аппарата от днища до нижней части воронки: $H_R - H_в = 1{,}27 - 0{,}43 = 0{,}84$ м. Это расстояние больше, чем высота размещения мешалки над днищем аппарата (0,25 м). Следовательно, образование воронки не препятствует проведению процесса.

3. Следующий этап расчета — определение мощности, потребляемой на перемешивание.

3.1. По табл. 2.3: $k_N = 0{,}1\psi_1^2 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2 = 0{,}1 \cdot 0{,}2^2 + 0{,}222 \times 0{,}2\,(-0{,}75) + 0{,}125\,(-0{,}75)^2 = 0{,}041$.

3.2. По (2.4.4): $K_N = 3{,}87 \cdot 1 \cdot 8{,}4 \cdot 0{,}041 = 1{,}33$.

3.3. По (2.4.1): $N = 1{,}33 \cdot 992 \cdot 2{,}17^3 \cdot 0{,}45^5 \approx 250$ Вт.

4. Заключительный этап — проверка необходимости расчета продолжительности пускового периода. По (2.5.28):

$$k_{N\,пр} = \frac{2 \cdot 3000 \cdot 0{,}9}{1 \cdot 8{,}4 \cdot 992 \cdot 13{,}6^3 \cdot 0{,}225^5} = 0{,}44$$

Поскольку найденная величина $k_{N\,пр}$, отвечающая мощности привода, превышает предельное для турбинных мешалок значение $k_N = 0{,}25$, расчет пускового режима в данном случае не требуется.

Пример 2.2. Проверить применимость мотор-редуктора мощностью 5,5 кВт ($n = 0{,}415$ об/с, к. п. д. $\eta = 0{,}8$) в качестве привода перемешивающего устройства аппарата объемом 400 м³ ($R = 4{,}5$ м, $H = 5{,}8$ м) с внутренними устройствами

($z_{вн} = 3$, $f_1 = f_2 = f_3 = 0.8$ м², $r_i = 3$ м, $\zeta_i = 1{,}0$). Мешалка — трехлопастная ($r_0 = 1{,}25$ м, $\zeta_м = 0{,}56$, $\omega_0 = 2{,}61$ рад/с). Свойства жидкости: $\rho = 1656$ кг/м³. $\nu = 9{,}05 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Решение. Первый этап расчета — определение мощности при установившемся режиме.

1.1. $\overline{R} = R/r_0 = 4{,}5/1{,}25 = 3{,}6$.

1.2. $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i = 3 \cdot 1 \cdot 0{,}8 = 2{,}4$ м².

1.3. $0{,}5RH = 0{,}5 \cdot 4{,}5 \cdot 5{,}8 = 13{,}05$ м².

В соответствии с табл. 2.3 найденным значениям $\overline{R} > 1{,}5$ и $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i < 0{,}5\,RH$ отвечают выражения:

$$k_N = 0{,}1\psi_1 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2 \qquad (а)$$

$$\overline{v}_{ср} = [1 + 0{,}4\psi_1 + 0{,}5\psi_2 + 2\,(1 + \psi_1 + \psi_2)\ln \overline{R}]/(2\overline{R}) \qquad (б)$$

$$\overline{v}\,(r_i) = (1 + \psi_1 + \psi_2)/\overline{r}_i \qquad (в)$$

Подставив эти выражения в равенство (2.4.8), получаем уравнение для определения параметров ψ_1 и ψ_2. В данном случае оно совпадает с уравнением (2.4.11). Вычислим постоянные множители слагаемых этого уравнения:

1.4. $z_м\zeta_м = 1 \cdot 0{,}56 = 0{,}56$.

1.5. $\mathrm{Re}_ц = n d_м^2/\nu = 0{,}415 \cdot 2{,}5^2/(9{,}05 \cdot 10^{-6}) = 2{,}87 \cdot 10^5$.

1.6. $\gamma = 4H/R + 1 = 4 \cdot 5{,}8/4{,}5 + 1 = 6{,}16$.

1.7. $\dfrac{2\pi}{15}\,\dfrac{|\lambda_т}{\mathrm{Re}_ц^{0{,}25}}\,\gamma\overline{R} = \dfrac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}095 \cdot 6{,}16 \cdot 3{,}6}{15\,(2{,}87 \cdot 10^5)^{0{,}25}} = 0{,}0381$.

1.8. $\overline{R}\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i \dfrac{f_i}{Rr_i} = 3{,}6 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 0{,}8/(4{,}5 \cdot 3) = 0{,}64$.

Преобразуем уравнение (2.4.11) к виду:

$$0{,}56\left(0{,}1\psi_1^2 + 0{,}222\psi_1\psi_2 + 0{,}125\psi_2^2\right) - 0{,}0381[1 + 0{,}4\psi_1 + 0{,}5\psi_2 +$$

$$+ 2\,(1 + \psi_1 + \psi_2)\ln 3{,}6]^{1{,}75} - 0{,}64\,(1 + \psi_1 + \psi_2)^2 = \Delta \qquad (г)$$

и, решая его совместно с уравнением (2.1.29в), найдем значения ψ_1 и ψ_2, при которых $\Delta \to 0$.

1.9. В соответствии с результатами численного решения уравнения (г), выполненного «методом половинного деления»:

ψ_1	ψ_2	k_N	Δ
—2	2	0,012	—1,02
2	—3	0,193	0,1033
0	—0,5	0,03125	—0,275
1	—1,75	0,0943	—0,0372
1,5	—2,375	0,1392	0,0458
1,25	—2,06	0,116	0,0073
1,125	—1,906	0,1047	—0,0142
1,19	—1,987	0,1103	—0,00274

принимаем $\psi_1 \approx 1{,}2$; $\psi_2 = -2$.

1.10. По п. 1.3а: $k_N = 0{,}1 \cdot 1{,}2^2 + 0{,}222 \cdot 1{,}2\,(-2) + 0{,}125\,(-2)^2 = 0{,}11$.

1.11. По (2.4.4): $K_N = 3{,}87 \cdot 1 \cdot 0{,}56 \cdot 0{,}11 = 0{,}238$.

1.12. По (2.4.1): $N = 0{,}238 \cdot 1656 \cdot 0{,}415^3 \cdot 2{,}5^5 = 2750$ Вт.

2. Второй этап расчета — определение продолжительности пускового периода. Порядок расчета соответствует приведенному на рис. 2.34.

2.1. $\overline{H} = H/r_0 = 5{,}8/1{,}25 = 4{,}64$.

2.2. По (2.1.34): $B_1 = 1 + 0{,}4 \cdot 1{,}2 + 0{,}5\,(-2) + 2\,(1 + 1{,}2 - 2)\ln 3{,}6 = 0{,}99$.

2.3. С учетом (2.1.33): $v_{ср} = \omega_0 r_0 B_1/(2\overline{R}) = 2{,}61 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}99/(2 \cdot 3{,}6) = 0{,}45$ м/с.
2.4. По (2.1.18): $\mathrm{Re} = v_{ср}R/\nu = 0{,}45 \cdot 4{,}5/(9{,}05 \cdot 10^{-6}) = 2{,}25 \cdot 10^5$.
2.5. По (2.1.19а): $c_f = 0{,}095\ (2{,}25 \cdot 10^5)^{-0{,}25} = 4{,}36 \cdot 10^{-3}$.
2.6. По (2.5.15): $\varkappa_1 = (3{,}6^2 - 0{,}476)/2 = 6{,}24$.
2.7. По (2.5.16): $\varkappa_2 = 0{,}3/(2 \cdot 3{,}6) = 0{,}0417$.
2.8. По (2.5.17): $\varkappa_3 = (0{,}9 + 2\ln 3{,}6)/(2 \cdot 3{,}6) = 0{,}48$.
2.9. По (2.5.19): $t_1 = 1 \cdot 0{,}56/(4 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}64 \cdot 6{,}24) = 1{,}54 \cdot 10^{-3}$.
2.10. По (2.5.20): $t_2 = 4{,}36 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}16 \cdot 3{,}6^3/(8 \cdot 4{,}64 \cdot 6{,}24) = 5{,}41 \cdot 10^{-3}$.
2.11. По (2.5.21): $t_3 = 3{,}6 \cdot 3 \cdot 1 \cdot [0{,}8/(4{,}5 \cdot 3)]/(4 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}64 \cdot 6{,}24) = 1{,}76 \cdot 10^{-3}$
2.12. По (2.5.23): $a_1 = 0{,}285 \cdot 1{,}54 \cdot 10^{-3} - 0{,}48^3 \cdot 5{,}41 \cdot 10^{-3} - 1{,}76 \cdot 10^{-3} = -1{,}92 \times 10^{-3}$

$a_2 = -2 \cdot 0{,}0417 \cdot 0{,}48 \cdot 5{,}41 \cdot 10^{-3} - 0{,}466 \cdot 1{,}54 \cdot 10^{-3} = -9{,}34 \cdot 10^{-4}$
$a_3 = 0{,}193 \cdot 1{,}54 \cdot 10^{-3} - 0{,}0417^2 \cdot 5{,}41 \cdot 10^{-3} = 2{,}88 \cdot 10^{-4}$

2.13. По (2.5.28): $k_{N\,пр} = 2 \cdot 5500 \cdot 0{,}8/(1 \cdot 0{,}56 \cdot 1656 \cdot 2{,}61^3 \cdot 1{,}25^5) = 0{,}175$.
2.14. По (2.5.27): $\bar{v}_{0\,пр} \approx 0{,}82 - \sqrt{3{,}51 \cdot 0{,}175} = 0{,}036$.
2.15. По (2.5.25): $\Delta = 4\ (-0{,}00192)\ 0{,}000288 - (-0{,}000934)^2 = -3{,}08 \cdot 10^{-6}$.
2.16. $\sqrt{-\Delta} = \sqrt{3{,}08 \cdot 10^{-6}} = 0{,}00176$.
2.17. $2a_1\bar{v}_{0\,пр} = -2 \cdot 0{,}00192 \cdot 0{,}036 = -0{,}00014$.
2.18. По (2.5.24):

$$\bar{\tau}_{пр} = \frac{1}{0{,}00176} \ln \frac{(-0{,}00014 - 0{,}000934 - 0{,}00176)\ (-0{,}000934 + 0{,}00176)}{(-0{,}00014 - 0{,}000934 + 0{,}00176)\ (-0{,}000934 - 0{,}00176)} = 134$$

2.19. По (2.5.26): $T_п = 2 + 134/2{,}61 = 53{,}4$ с.

Таким образом, условие (2.5.1) не выполняется, и привод мощностью 5,5 кВт непригоден по условиям пуска.

Пример 2.3. Проверить применимость мотор-редуктора мощностью 11 кВт ($n = 2{,}15$ об/с, $\omega_0 = 13{,}5$ рад/с, $\eta = 0{,}9$) в качестве привода аппарата объемом 25 м³ ($R = 1{,}4$ м, $H = 3{,}5$ м) с четырехлопастной мешалкой ($h_л = 0{,}1$ м, $\alpha = 30°$, $z_л = 4$, $r_0 = 0{,}45$ м) при установке в аппарате четырех секций змеевиков (рис. 1.16, $r_з = 0{,}4$ м, $d_з = 0{,}038$ м, $r_i = R_з = 0{,}9$ м, число витков в секции $z_в = 20$, $z_i = 4$, $\zeta_i = 1{,}2$). Свойства жидкости: $\rho = 900$ кг/м³, $\nu = 8 \cdot 10^{-7}$ м²/с.

Решение. 1. Первый этап расчета — определение коэффициента сопротивления мешалки $\zeta_м$ и характеристик сопротивления внутренних устройств.

1.1. По (2.1.9) и рис. 2.5: $\zeta_м = 2{,}2 \cdot 4\ (0{,}1/0{,}45)\ 0{,}6 = 1{,}17$.
1.2. Лобовая площадь змеевика: $f_i = 2d_з r_з z_в = 2 \cdot 0{,}038 \cdot 0{,}4 \cdot 20 = 0{,}61$ м².
1.3. $\sum\limits_{z_{вн}} \zeta_i f_i = 4 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}61 = 2{,}9$ м².
1.4. $0{,}5\ RH = 0{,}5 \cdot 1{,}4 \cdot 3{,}5 = 2{,}45$ м².
1.5. $\overline{R} = R/r_0 = 1{,}4/0{,}45 = 3{,}11$.

2. Второй этап расчета — определение мощности по приближенной методике, соответствующей соотношениям $\overline{R} \geqslant 1{,}5$ и $\sum\limits_{z_{вн}} f_i\zeta_i > 0{,}5\ RH$ (см. раздел 2.4).

2.1. По (2.2.23): $K_{вн} = (3{,}11^3/1 \cdot 1{,}17) \cdot 4 \cdot 1{,}2\ (0{,}61 \cdot 0{,}9/1{,}4^3) = 24{,}7$.
2.2. По (2.2.22): $\bar{v}_{ср.\,макс} = [0{,}33 - \sqrt{0{,}11 - 0{,}25\,(0{,}5 - 24{,}7)}]/(0{,}5 - 24{,}7) = 0{,}09$.
2.3. По (2.17а): $\gamma = 4 \cdot 3{,}5/1{,}4 + 1 = 11$.
2.4. $\mathrm{Re}_ц = nd_м^2/\nu = 2{,}15 \cdot 0{,}9^2/(8 \cdot 10^{-7}) = 2{,}18 \cdot 10^6$.
2.5. $\lambda_т = 0{,}095$ (см. раздел 2.1).
2.6. Верхний предел величины k_N по (2.4.17):

$$k_{N\,макс} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}095 \cdot 11 \cdot 3{,}11^{2{,}75} \cdot 0{,}09^{1{,}75}}{2{,}2 \cdot 1 \cdot 1{,}17\,(2{,}18 \cdot 10^6)^{0{,}25}} + 24{,}7 \cdot 0{,}09^2 = 0{,}211.$$

2.7. Максимально возможное значение K_N в данном случае определяется по (2.4.4): $K_{N\,макс} = 3{,}87 \cdot 1 \cdot 1{,}17 \cdot 0{,}211 = 0{,}955$.

2.8. Максимальное значение мощности по (2.4.1): $N_{макс} = 0{,}955 \cdot 900 \cdot 2{,}15^3 \times 0{,}9^5 = 5047$ Вт ≈ 5 кВт. Это значение ниже, чем величина $\eta N_{пр} = 0{,}9 \cdot 11 = 9{,}9$ кВт. Следовательно, мощность привода достаточна для перемешивания при установке четырех змеевиков. Поскольку k_N в период пуска также не может быть больше 0,25, расчет пускового режима не требуется.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мельников В. И.* — Труды НИИхиммаш, 1954, вып. 16, с. 88—100.
2. *Гзовский С. Я.* — Хим. машиностр., 1959, № 6, с. 13—14.
3. *Гзовский С. Я.* — Там же, 1960, № 1, с. 17—19.
4. *Nagata S., Jokoyama T., Joshika N.* — Mem. Fac. Engng Kyoto Univ., 1955, v. 17, № 3, p. 175—186.
5. *Nagata S., Jokoyama T., Joshika N.* — Ibid., 1959, v. 21, № 3, p. 260—269.
6. *Aiba S.* — AIChE J, 1958, v. 4, № 4, p. 485—491.
7. *Карасев И. Н.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1971, с. 30—31.
8. *Демьянова Е. М., Павлушенко И. С.* — Там же, 1973, с. 24—26.
9. *Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1967, т. 1, № 5, с. 583—587.
10. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И.* — Там же, 1972, т. 6, № 2, с. 260—268.
11. *Жукаускас А., Макарявичюс В., Шланчяускас А.* Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1968. 192 с.
12. *Zglav M., Zanetich P., Jurin A.* — Kemiija и industriji, br. 1/1970, p. 11.
13. Моделирование аэрационных сооружений для очистки сточных вод/*Брагинский Л. Н., Евилевич М. А., Бегачев В. И., Барабаш В. М., Гордеев Л. С., Маньковский О. Н.* Л.: Химия, 1980. 142 с.
14. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Глухов В. П., Волчкова Л. Н.* — ТОХТ, 1971, т. 5, № 3, с. 446—452.
15. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н.* — Там же, 1974, т. 8, № 1, с. 79—84.
16. *Глухов В. П., Брагинский Л. Н., Павлушенко И. С., Павлов Н. Г., Бегачев В. И.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 78—80.
17. *Peters D. C., Smith J. M.* — Trans. Instn Chem. Engrs (London), 1967, v. 45, № 9, p. 360—368.
18. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 680 с.
19. *Aiba S.* — Kagaku Kogaku, 1956, v. 20, № 11, p. 593—602.
20. *Кафаров В. В., Огородник И. М.* — Хим. и нефт. машиностр., 1967, № 1, с. 24—26.
21. *Нейков Д. К., Николаишвили Е. К., Орлов В. А., Туманов Ю. В.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 11—13.
22. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками/Пер. с польск. под ред. *И. А. Щупляка*. Л.: Химия, 1975. 384 с.
23. *Fort L., Valesova H., Kudrna V.* — Colln. Czech. Chem. Communs, 1970, v. 36, p. 164.
24. *Орлов В. А., Чепура И. В., Туманов Ю. В.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 30—35.
25. *Norwood K. W., Metzner A. B.* — AIChJ, 1960, v. 6, p. 432.
26. *Cooper R. G., Wolf D.* — Can. J. Chem. Eng., 1968, v. 46, p. 94.
27. *Черников А. В., Барабаш В. М.* — В кн.: Аппаратура с перемешивающими устройствами. М.: НИИхиммаш, 1978, вып. 80, с. 84—92.
28. *Кутателадзе С. С., Боришанский В. М.* Справочник по теплопередаче. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1959. 414 с.
29. *Rushton J. H., Costich E. W., Everett H. J.* — Chem. Engng Prog., 1950, v. 46, p.p. 395, 467.
30. ГОСТ 6533—78. Днища эллиптические отбортованные стальные для сосудов и аппаратов и котлов. Основные размеры.
31. *Кафаров В. В.* Процессы перемешивания в жидких средах. М.: Госхимиздат, 1949. 230 с.
32. *Штербачек З., Тауск П.* Перемешивание в химической промышленности. Л.: Госхимиздат, 1963. 416 с.
33. *Холланд Ф., Чапман Ф.* Химические реакторы и смесители для жидкофазных процессов. М.: Химия, 1974. 208 с.

34. *Романков П. Г.* Гидравлические процессы химической технологии. М.; Л.: Госхимиздат, 1948. 264 с.
35. *Nagata S., Jokoyama T., Maeda H.* — Mem. Fac. Engng Kyoto Univ., 1956, v. 18, № 1, p. 13—21.
36. *Харахаш В. П., Туманов Ю. В.* — ТОХТ, 1970, т. 4, № 3, с. 422—426.
37. *Mack D., Kroll A.* Chem. Eng. Prog., 1948, v. 50, № 3, p. 189—197.
38. *Лосев Г. Е., Туманов Ю. В., Соломаха Г. П., Николаев П. И.* — Теоретич. основы хим. технол., 1967, т. 1, № 6, с. 852—855.
39. *Садовский В. Л., Бегачев В. И.* — В кн.: Химическое машиностроение. М.: НИИхиммаш, 1980, с. 54—64.
40. *Здасюк О. М.* — В кн.: Аппаратура с перемешивающими устройствами. М.: НИИхиммаш, 1978, вып. 80, с. 179—187.
41. *Лютер Р. А. и др.* — В кн.: Электросила. Л.: Энергия, 1957, № 15, с. 156—158.
42. *Мельников В. И.* — В кн.: Машины и аппараты для обработки жидких тел. М.: НИИхиммаш, 1959, вып. 29, с. 126—150.
43. *Керестеш Ш.* Химическое машиностроение, 1963, № 3, с. 12—14.
44. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1953, с. 788.
45. *Бай-Ши-И.* Турбулентное течение жидкости и газа. М.: ИЛ, 1962. 344 с.
46. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 849 с.
47. *Рейнольдс А. Дж.* Турбулентные течения в инженерных приложениях. М.: Энергия, 1979. 405 с.
48. *Садовский В. Л., Брагинский Л. Н., Барабаш В. М.* — В кн.: Аппаратура с перемешивающими устройствами. М.: НИИхиммаш, 1978, вып. 80, с. 18—21.
49. *Дорфман Л. А.* Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. М.: Физматгиз, 1960. 260 с.
50. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Маньковский О. Н. и др.* — ТОХТ, 1974, т. 8, № 4, с. 590—596.
51. *Логинов А. В.* Автореф. канд. дисс. Л.: ЛТИ им. Ленсовета, 1979. 22 с.
52. *Барабаш В. М., Брагинский Л. Н.* — ИФЖ, 1981, т. 40, № 1, с. 16—20.
53. *Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П.* Турбулентное смешение газовых струй. М.: Наука, 1974. 262 с.
54. *Кулухов В. А., Барабаш В. М., Евилевич М. А. и др.* — ТОХТ, 1975, т. 9, № 1, с. 148—153.

Глава 3

МАКРОМАСШТАБНЫЙ ПЕРЕНОС В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

3.1. ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МАКРОМАСШТАБНОГО ПЕРЕНОСА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМЕ

Характерная особенность турбулентного течения заключается в том, что изменение скорости элементов жидкости по величине и направлению носит хаотический характер и поток представляет собой совокупность неупорядоченных вихрей различного масштаба. Неупорядоченный характер движения элементов жидкости в потоке, постоянное наличие в нем незатухающих возмущений определяет высокую интенсивность обмена энергией, массой и импульсом во всех направлениях. В связи с недетерминированным характером изменения скорости наиболее строгим подходом к описанию турбулентного

течения является применение статистических концепций. Исследование статистических характеристик турбулентности в настоящее время ведется весьма интенсивно. Тем не менее, статистические модели турбулентного течения далеки от завершения [1—3] и еще не находят применения в расчетной практике.

Статистический подход, однако, не является единственно возможным. В тех случаях, когда течение в среднем является направленным, поле мгновенных значений скорости v в турбулентном потоке может быть представлено [1] как результат взаимного наложения направленного течения с постоянной скоростью $\bar{v}$ и хаотически изменяющихся мгновенных пульсационных скоростей v':

$$v = \bar{v} + v' \tag{3.1.1}$$

В теории турбулентных потоков обычно допускается [1], что мгновенные компоненты скорости удовлетворяют уравнениям Навье—Стокса. Используя выражение (3.1.1) в уравнении Навье—Стокса для сжимаемой жидкости и учитывая правила осреднения характеристик потока, введенные Рейнольдсом [1], можно получить уравнения для турбулентных течений (уравнения Рейнольдса):

$$\begin{gathered}
\rho\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu\nabla^2\bar{u} + \\
+ \frac{\partial\left[-\rho\,\overline{(u')^2}\right]}{\partial x} + \frac{\partial\left(-\rho\overline{u'v'}\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(-\rho\overline{u'w'}\right)}{\partial z} \\
\rho\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u}\,\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v}\,\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w}\,\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right) = \\
= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu\nabla^2\bar{v} + \frac{\partial\left(-\rho\overline{u'v'}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left[-\rho\,\overline{(v')^2}\right]}{\partial y} + \frac{\partial\left(-\rho\overline{v'w'}\right)}{\partial z} \qquad (3.1.2) \\
\rho\left[\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u}\,\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v}\,\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w}\,\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right] = \\
= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu\nabla^2\bar{w} + \frac{\partial\left(-\rho\overline{u'w'}\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(-\rho\overline{v'w'}\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left[-\rho\,\overline{(w')}\right]}{\partial z} \\
\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0
\end{gathered}$$

где u, v, w — соответственно, x-, y- и z-компоненты скорости; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$; p — давление; μ — динамическая вязкость; ρ — плотность жидкости; черта означает среднее значение, а штрих — турбулентную пульсацию.

Система (3.1.2) отличается от уравнений Навье—Стокса наличием слагаемых, дополняющих значения касательных напряжений, которые обусловлены молекулярной вязкостью. Эти дополнительные слагаемые называются напряжениями Рейнольдса, а также вихревыми или турбулентными касательными напряжениями. В общем случае для несжимаемой жидкости эти турбулентные напряжения в соответствии с (3.1.2) выражаются как $\rho\,\overline{(u')^2}$; $\rho\,\overline{(v')^2}$; $\rho\,\overline{(w')^2}$; $\rho\overline{u'v'}$; $\rho\overline{u'w'}$; $\rho\overline{v'w'}$.

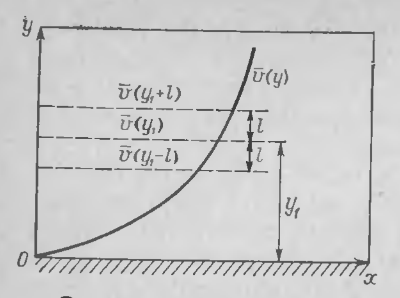


Рис. 3.1. К пояснению механизма переноса по Прандтлю.

Нормальные вихревые напряжения равны $\rho\,\overline{(u_i')^2}$, а турбулентные напряжения сдвига определяются как $\rho\overline{u_i'u_j'}$ $(i \neq j)$ и характеризуют скорость переноса импульса, обусловленную наличием в потоке турбулентных пульсаций скорости.

Строгое решение уравнений Рейнольдса затруднено. Поскольку система (3.1.2), состоящая из четырех уравнений (уравнение неразрывности и уравнения переноса количества движения по каждой из трех пространственных координат), содержит десять неизвестных— среднее давление, три компоненты средней скорости и шесть напряжений Рейнольдса, для практического использования системы (3.1.2) при решении прикладных задач даже в упрощенной постановке ее необходимо дополнить соответствующими выражениями напряжений турбулентного трения Рейнольдса. Буссинеск [4], рассматривая простой осредненный поток $[\bar v = \bar v\,(y),\ \bar u\,(x) = \bar w\,(z) = 0]$, предложил напряжение трения, характеризующее турбулентный перенос импульса, определять выражениями:

$$\tau_{\text{т}} = -\rho\overline{u'v'} = -A_\tau \frac{dv}{dy} \qquad (3.1.3)$$

или в несколько ином виде:

$$\tau_{\text{т}} = -\varepsilon_{\text{т}}\rho \frac{dv}{dy} \qquad (3.1.4)$$

Эти соотношения по форме аналогичны выражению касательного напряжения в ламинарном потоке (уравнение Ньютона). Роль величины молекулярной вязкости в них выполняет коэффициент турбулентного обмена A_τ или турбулентная вязкость $\varepsilon_\tau = A_\tau/\rho$, которая является не физическим свойством жидкости, а функцией характеристик ее течения. Интенсивность турбулентного переноса теплоты в рамках рассматриваемого подхода определяется, по аналогии с $\varepsilon_{\text{т}}$, величиной $a_{\text{т}}$ (коэффициентом турбулентной температуропроводности), а переноса вещества—величиной D_τ (коэффициентом турбулентной диффузии). Нахождение коэффициентов турбулентного переноса является предметом полуэмпирических теорий турбулентности [1, 3—6].

При решении прикладных задач наиболее широкое применение находит полуэмпирическая теория пути перемешивания, выдвинутая Прандтлем [5]. Механизм явлений переноса в турбулентном потоке по Прандтлю может быть проиллюстрирован на примере плоского осредненного течения с одинаковым направлением во всех точках пространства и со скоростью, изменяющейся только при переходе от одной линии тока к другой (рис. 3.1). Согласно гипотезе Прандтля турбулентный поток рассматривается как совокупность жидких объемов («молей»), каждый из которых обладает собственной скоростью и движется на протяжении некоторого расстояния в виде неразрывного целого, сохраняя свой импульс. Пусть один такой «моль», получивший импульс в слое $(y_1 - l)$ и обладающий скоростью $\bar v\,(y_1 - l)$, перемещается на расстояние l в направлении, перпендикулярном к основному направлению течения. В новом слое «моль» жидкости будет иметь меньшую скорость, чем окружающая его среда. В этом случае

$$\Delta\bar v_1 = \bar v\,(y_1) - \bar v\,(y_1 - l) \approx -l\left(\frac{d\bar v}{dy}\right) \qquad (3.1.5)$$

Объем, переходящий в слой y_1 из $y_1 + l$, в новом месте имеет бóльшую скорость, чем окружающая среда, и разность скоростей в этом случае составляет

$$\Delta\bar v_2 = \bar v\,(y_1 + l) - \bar v\,(y_1) \approx l\left(\frac{d\bar v}{dy}\right) \qquad (3.1.6)$$

Каждое из значений Δv_1 и Δv_2 может рассматриваться как турбулентная пульсация скорости в слое y_1. В этом случае осредненное во времени значение абсолютной величины этой пульсации:

$$|\bar v'| = \frac{1}{2}\left(|\Delta\bar v_1| + |\Delta\bar v_2|\right) = l\left|\frac{d\bar v}{dy}\right| \qquad (3.1.7)$$

Анализ зависимости (3.1.7) позволяет придать величине l следующий физический смысл [6]: «... путь перемешивания представляет собой то расстояние в поперечном направлении течения, которое частица жидкости, двигаясь со средней скоростью своего первоначального слоя, должна пройти для того, чтобы разность ее скорости и скорости течения в новом месте стала равной осредненному значению абсолютной величины продольной пульсации турбулентного течения».

Используя (3.1.3), а также предположение Прандтля о наличии пропорциональности между пульсациями скорости в различных направлениях $|\bar u'| \sim |\bar v'|$ с учетом отличия знака τ от знака $\frac{dv}{dy}$, можно записать:

$$\tau_{\text{т}} = \rho l^2 \left|\frac{d\bar v}{dy}\right| \frac{d\bar v}{dy} \qquad (3.1.8)$$

В полуэмпирической теории Прандтля путь смешения l является функцией пространственных координат. Например, в случае течения вдоль гладкой пластины его величина пропорциональна расстоянию от пластины. В свободных турбулентных потоках (т. е. вдали от ограничивающих поток поверхностей) путь смешения обычно предполагается пропорциональным ширине зоны турбулентного перемешивания (например, в случае затопленной струи — пропорциональным радиусу струи на данном расстоянии от сопла [7]).

Из сопоставления формулы (3.1.8) с уравнением Буссинеска коэффициент турбулентного обмена A_τ может быть выражен как

$$A_\tau = \rho l^2 \left|\frac{d\bar v}{dy}\right| \qquad (3.1.9)$$

а турбулентная вязкость в формуле (3.1.4)

$$\varepsilon_т = l^2 \left| \frac{d\bar{v}}{dy} \right| \quad (3.1.10)$$

Недостатком рассмотренной гипотезы обычно считают то, что полученные на ее основе формулы (3.1.9) и (3.1.10) приводят к нулевому значению коэффициентов турбулентного переноса в областях потока с нулевым градиентом скорости, например на оси трубы *. Этого недостатка лишено другое, более сложное выражение турбулентного касательного напряжения [1], также предложенное Прандтлем:

$$\tau_т = \rho l^2 \frac{d\bar{u}}{dy} \sqrt{\left(\frac{d\bar{u}}{dy}\right)^2 + l_1^2 \left(\frac{d^2u}{dy^2}\right)^2} \quad (3.1.11)$$

Оно не получило, однако, распространения в практике расчетов, поскольку содержит два характерных масштаба, подлежащих экспериментальному определению: l и l_1. В известной мере аналогом уравнения (3.1.8) является другое выражение $\tau_т$, также принадлежащее Прандтлю [4] и полученное при предположении, что длина «пути свободного пробега» турбулентных «молей» близка к поперечному размеру зоны турбулентного перемешивания:

$$\tau_т = \rho \varkappa b \, (\bar{v}_{макс} - \bar{v}_{мин}) \frac{d\bar{v}}{dy} \quad (3.1.12)$$

где $\varkappa$ — коэффициент пропорциональности.

Сходная гипотеза выдвинута Тейлором [8]. Она основана на предположении, что при поперечном перемещении турбулентного моля сохраняется неизменной не первоначальная скорость $\bar{v}$, а первоначальное значение завихренности $d\bar{v}/dy$. Это приводит к формуле

$$\tau_т = \frac{1}{2} \rho l_т^2 \left| \frac{d\bar{v}}{dy} \right| \frac{d\bar{v}}{dy} \quad (3.1.13)$$

отличающейся от (3.1.8) только множителем $^1/_2$. Другими словами, длина пути смешения в теории Тейлора в $\sqrt{2}$ больше величины l, введенной Прандтлем.

Особенность рассмотренных моделей заключается в том, что все они предполагают величину l зависящей от макромасштабных характеристик потока — ширины зоны смешения или расстояния от неподвижной твердой поверхности. Принципиально иное допущение лежит в основе модели Кармана [6]. В рамках этой гипотезы длина пути перемешивания не зависит от масштабов потока и определяется его локальными характеристиками

$$l_k = k \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \Big/ \left| \frac{d^2\bar{u}}{dy^2} \right| \quad (3.1.14)$$

* Впрочем, это мнение не является общепринятым. Так, авторы [7] высказывают предположение, что в областях с нулевым градиентом скорости направленного течения порождение турбулентности действительно пренебрежимо мало, а наблюдаемые в этих зонах пульсации скорости вызваны диффузией вихрей из других областей потока.

К числу часто используемых относится также гипотеза Рейхарда [9]. На основании экспериментов по измерению импульса в областях турбулентного перемешивания Рейхард предложил модель свободной турбулентности, в которой принимается, что распределение продольной средней скорости может быть представлено с помощью функции ошибок. Рассматривая двумерное движение и пренебрегая силами вязкости, Рейхард предложил следующее уравнение импульсов в направлении x для осредненного потока

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\bar{p}}{\rho} + \bar{u}^2\right) + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} = 0 \quad (3.1.15)$$

в котором величина $\overline{uv}$ определяется как

$$\overline{uv} = -\Lambda \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y} \quad (3.1.16)$$

где масштаб $\Lambda = \Lambda(x)$ зависит только от x и аналогичен пути перемешивания. Однако в отличие от длины пути перемешивания, величина Λ не имеет определенного физического смысла. Так как в условиях свободной турбулентности давление практически постоянно, основное уравнение Рейхарда для распределения скорости с учетом (3.1.15) и (3.1.16) примет вид

$$\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} = \Lambda(x) \frac{\partial^2 \bar{u}^2}{\partial y^2} \quad (3.1.17)$$

В рамках представлений полуэмпирических гипотез турбулентности макромасштабное распределение концентраций смешиваемых веществ или теплоты в аппаратах с мешалками должно рассматриваться как результат двух одновременно протекающих процессов — конвективного переноса в направлении течения осредненного потока и турбулентной диффузии. С учетом трехмерного характера течения жидкости и наличия турбулентной диффузии в осевом, радиальном и тангенциальном направлении уравнение макромасштабного переноса можно записать в форме

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + u\frac{\partial c}{\partial x} + v\frac{\partial c}{\partial y} + w\frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\left(D_{\tau x}^{л}\frac{\partial c}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(D_{\tau y}^{л}\frac{\partial c}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(D_{\tau z}^{л}\frac{\partial c}{\partial z}\right) = 0 \quad (3.1.18)$$

где c — концентрация; $D_{\tau x}^{л}$, $D_{\tau y}^{л}$, $D_{\tau z}^{л}$ — локальные значения коэффициентов турбулентной диффузии в направлении осей x, y и z, м²/с.

Хотя такая постановка задачи является наиболее строгой, практические возможности расчетного использования уравнения (3.1.18) оказываются крайне ограниченными из-за сложности задания граничных условий и трудностей вычислительного характера. Кроме того, в реальных случаях никогда не могут быть достаточно надежно определены локальные значения пространственных составляющих скорости u, v и w и коэффициентов турбулентного переноса $D_{\tau x}^{л}$, $D_{\tau y}^{л}$ и $D_{\tau z}^{л}$ во всех точках потока. Отмеченные турдности удается, однако, обойти на основе учета особенностей структуры потока в ка-

ждом анализируемом случае, а также использования, там где это возможно, осредненных коэффициентов переноса.

Как будет показано в последующих разделах, применительно к аппаратам с мешалками такие упрощения, выполненные на основе анализа структуры поля скоростей, создают предпосылки для выявления наиболее важных закономерностей макромасштабного переноса, а также для решения многих задач прикладного характера, связанных с расчетом поля концентраций и температуры.

3.2. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА В АППАРАТАХ БЕЗ ВНУТРЕННИХ УСТРОЙСТВ

Основой анализа закономерностей турбулентного переноса в аппаратах с мешалками являются данные об особенностях гидродинамики течения перемешиваемой среды. В частности, применительно к аппаратам без внутренних устройств или с внутренними устройствами малого сечения (трубы передавливания и т. п.) исходной посылкой служит тот факт, что окружная скорость и ее радиальный градиент существенно превышают остальные пространственные составляющие и их градиенты. Это позволяет, определяя локальные значения коэффициентов турбулентного переноса по уравнению (3.1.10), отождествить градиент скорости осредненного течения с радиальным градиентом окружной скорости [10]. Учитывая наличие осевой симметрии поля скоростей и постоянство профиля скорости по высоте в основной части объема, имеем

$$D_т^л(r) = l^2 \left| \frac{dv(r)}{dr} \right| \tag{3.2.1}$$

где $D_т^л(r)$ — локальное значение коэффициента турбулентного переноса на радиусе r, м²/с, $\left| \frac{dv(r)}{dr} \right|$ — абсолютное значение градиента окружной скорости на радиусе r, с⁻¹.

Как следует из рис. 2.1, 2.7, 2.14, кривые $v(r)$, характеризующие профиль окружной скорости в аппаратах с мешалками различных типов, всегда имеют максимум, которому соответствует нулевое значение градиента скорости. Следовательно, в аппарате существует некоторая цилиндрическая поверхность, на которой в соответствии с уравнением (3.2.1) коэффициент турбулентного переноса обращается в нуль или по крайней мере резко уменьшается [10]. Таким образом, объем аппарата оказывается разделенным на две концентрические зоны, радиальный обмен между которыми происходит значительно медленнее, чем внутри каждой из зон. Перемешивание между этими зонами осуществляется главным образом за счет меридиональной циркуляции [10]. Граница раздела рассматриваемых зон представляет собой цилиндрическую поверхность, радиус которой r_m несколько меньше радиуса мешалки и равен радиусу максимума окружной скорости. Значение r_m определяется путем решения уравнения

$$\frac{dv(r)}{dr} = 4\psi_1 \bar{r}_m^3 + 3\psi_2 \bar{r}_m^2 + 1 = 0 \tag{3.2.2}$$

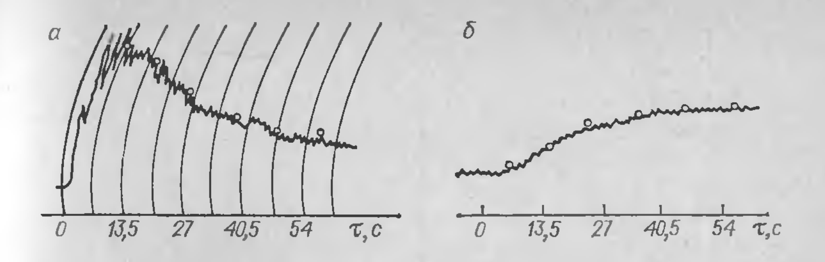


Рис. 3.2. Выравнивание концентрации трассера в центральной (а) и периферийной (б) зонах аппарата (якорная мешалка, $R = 0,2$ м, $r_0 = 0,175$ м, $n = 0,12$ об/с); точки — расчет по уравнениям (4.1.4) и (4.1.5).

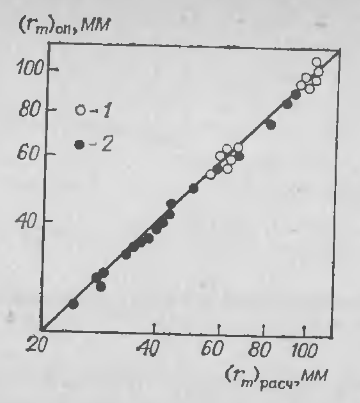
полученного дифференцированием уравнения профиля окружной скорости (2.1.29а) в зоне $0 \leqslant r \leqslant r_0$.

Наиболее общий анализ указывает на то, что существование цилиндрической поверхности, на которой коэффициент турбулентной диффузии обращается в нуль, должно приводить к различному характеру изменения концентрации смешиваемых компонентов в областях $0 \leqslant r \leqslant r_m$ и $r_m < r \leqslant R$ при вводе одного из них в какую-либо из зон аппарата. На рис. 3.2 показаны кривые изменения концентрации электролита в двух зонах аппарата, построенные по результатам измерения с помощью датчиков электропроводности. Ввод трассера производился на поверхность жидкости вблизи вала.

Принципиально различный характер зависимостей $c = f(\tau)$ в центральной $(0 < r < r_m)$ и периферийной $(r_m < r < R)$ частях аппарата может рассматриваться как подтверждение вывода о существовании в аппарате поверхности радиуса r_m, турбулентный перенос через которую в радиальном направлении оказывается затрудненным. Этот вывод подтверждается визуальными наблюдениями распространения окраски или обесцвечивания жидкости в аппарате. Если в аппарат, заполненный слабым раствором щелочи, в присутствии индикатора (фенолфталеин) ввести на поверхность вблизи стенки избыточное количество кислоты, то происходит быстрое (1—2 с) обесцвечивание раствора в периферийной части объема. В центре же аппарата в течение некоторого времени (до нескольких десятков секунд) сохраняется окрашенный цилиндрический столб жидкости * (рис. 3.3). Наблюдения [10] показывают, что диаметр и высота окрашенного цилиндра с течением времени не уменьшаются. При этом внутренняя часть цилиндра обесцвечивается почти одновременно с периферийной частью аппарата, а окраска сохраняется только в узкой

* Такие наблюдения проводились различными авторами — см., например [10—12].

Рис. 3.3. Визуализация центральной зоны посредством окрашивания.



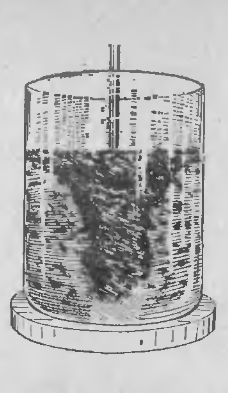


Рис. 3.4. Сопоставление расчетных значений радиуса раздела двух зон с опытными данными: *1* — результаты опытов по окрашиванию, *2* — результаты опытов с твердыми частицами.

Рис. 3.5. Визуализация центральной зоны с помощью частиц каучука.

кольцевой области. Значения радиуса этой области, т. е. радиуса окрашенного цилиндра, оказываются весьма близкими к значениям r_m, вычисленным по уравнению (3.2.2) (рис. 3.4).

На рис. 3.4. приведены также данные, полученные другим методом — измерением размера зоны концентрирования твердых частиц, плотность которых ниже плотности среды [13]. Такие частицы, помещенные во вращающийся поток, т. е. в поле центробежных сил, должны перемещаться по направлению к оси вращения, а их перенос в обратном направлении (к стенке аппарата) осуществляется турбулентной диффузией. Очевидно, что в этих условиях легкие частицы могут пересекать поверхность с нулевым значением коэффициента турбулентной диффузии только в направлении от периферии к центру и должны концентрироваться в зоне радиусом $0 \leqslant r < r_m$ *. Наблюдения за движением частиц каучука и гранул полиэтилена, выполненные в работе [13], показывают, что основная масса частиц действительно сосредотачивается в центральной части аппарата (рис. 3.5). Некоторое количество частиц, уносимое из этой зоны циркуляционным потоком, весьма невелико и концентрация в периферийной зоне аппарата ничтожно мала. Радиус зоны сосредоточения частиц не зависит от их числа; он близок к значениям r_m, найденным в результате решения уравнения (3.2.2).

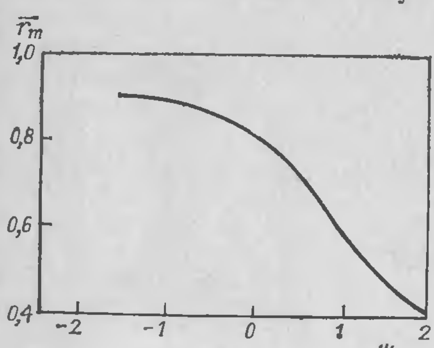


Рис. 3.6. Зависимость радиуса центральной зоны $\bar{r}_m = r_m/r_0$ от параметра распределения скорости ψ_1.

* Точнее, частицы должны быть распределены в области, где действие центробежных сил уравновешивается турбулентной диффузией. В данном случае эти условия выполняются при всех $r < r_m$, в том числе и вблизи границы зон.

Рассмотренные экспериментальные результаты указывают на то, что объем аппаратов без отражательных перегородок действительно разделен на две концентрические зоны цилиндрической поверхностью радиуса r_m, соответствующего максимуму окружной скорости. На этой поверхности коэффициент турбулентного переноса мал по сравнению с коэффициентами переноса в обеих зонах и обмен между зонами осуществляется за счет меридиональной циркуляции. Радиус границы раздела зон r_m, на которой $dv(r)/dr = 0$, определяется по уравнению (3.2.2). Для скребковых мешалок величина r_m равна радиусу оси скребков r_c (см. раздел 2.1). Для мешалок других типов зависимость r_m от ψ_1 приведена на рис. 3.6. В большинстве практических случаев значение величины r_m заключено в пределах $(0{,}7 \div 0{,}8)\, r_0$.

3.3. ОСЕВОЙ И РАДИАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС В АППАРАТАХ БЕЗ ВНУТРЕННИХ УСТРОЙСТВ

Из закономерностей процессов переноса, описанных в предыдущем разделе, вытекает возможность математического описания явлений перемешивания в аппаратах типовых конструкций [14] без отражательных перегородок с одной мешалкой, установленной вблизи днища, на основе упрощенной циркуляционно-диффузионной математической модели [10]. В соответствии с этой моделью аппарат рассматривается как состоящий из двух концентрических зон (рис. 3.7) — центральной (зона *1*, $0 \leqslant r \leqslant r_m$) и периферийной (зона *2*, $r_m \leqslant r \leqslant R$), перемешивание в каждой из которых осуществляется в результате турбулентной диффузии, а обмен между которыми обеспечивается циркуляцией; диффузия через границу зон при наличии циркуляции не учитывается.

Наличие интенсивного тангенциального течения жидкости позволяет считать распределение концентраций или температуры в каждой из зон осесимметричным, и турбулентная диффузия в окружном направлении может не учитываться. Таким образом, интенсивность протекания процесса перемешивания определяется скоростью турбулентной диффузии в осевом и радиальном направлениях, а также циркуляционным расходом жидкости между центральной и периферийной зонами.

Согласно уравнению (3.2.1), локальные значения коэффициента турбулентной диффузии определяются как произведение квадрата длины пути перемешивания l на абсолютное значение градиента окружной скорости $|dv(r)/dr|$.

Длина пути перемешивания принимается [10] пропорциональной ширине зоны турбулентного смешения в направлении градиента:

$$l = \alpha L \qquad (3.3.1)$$

где α — эмпирический коэффициент.

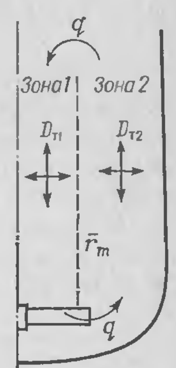


Рис. 3.7. Схема двухзонной диффузионно-циркуляционной модели переноса в аппаратах без отражательных перегородок.

Поскольку в аппарате существуют две концентрические зоны с границей раздела $r = r_m$ и величина l определяется * как

$$l_1 = \alpha_1 r_m \qquad \text{при} \qquad 0 \leqslant r \leqslant r_m \qquad (3.3.2)$$

$$l_2 = \alpha_2 (R - r_m) \qquad \text{при} \qquad r_m \leqslant r \leqslant R \qquad (3.3.3)$$

имеем:

$$D^{л}_{т1} = \alpha_1^2 r_m^2 \left| \frac{dv_1(r)}{dr} \right| \qquad \text{при} \qquad 0 \leqslant r \leqslant r_m \qquad (3.3.4)$$

$$D^{л}_{т2} = \begin{cases} \alpha_2^2 (R - r_m)^2 \left| \dfrac{dv_1(r)}{dr} \right| & \text{при} \quad r_m \leqslant r \leqslant r_0 \qquad (3.3.5) \\ \alpha_2^2 (R - r_m)^2 \left| \dfrac{dv_2(r)}{dr} \right| & \text{при} \quad r_0 \leqslant r \leqslant R \qquad (3.3.6) \end{cases}$$

Выражение градиента скорости $|dv_1(r)/dr|$ и $|dv_2(r)/dr|$ получим дифференцированием соответствующих уравнений профиля окружной скорости, приведенных в гл. 2. В частности, для аппаратов с мешалками, характеризующихся соотношениями $\bar{R} \geqslant 1{,}5$, в соответствии с (2.1.29) имеем:

$$\frac{dv_1(r)}{dr} = \omega_0 (4\psi_1 \bar{r}^3 + 3\psi_2 \bar{r}^2 + 1) \qquad (3.3.7а)$$

$$\frac{dv_2(r)}{dr} = -\omega_0 \frac{1 + \psi_1 + \psi_2}{\bar{r}^2} \qquad (3.3.7б)$$

где $\bar{r} = r/r_0$.

Поскольку при $r_m \leqslant r \leqslant r_0$ производная $dv_1(r)/dr$ отрицательна, в этой области ее абсолютное значение:

$$\left| \frac{dv_1(r)}{dr} \right| = -\omega_0 (4\psi_1 \bar{r}^3 + 3\psi_2 \bar{r}^2 + 1) \qquad (3.3.8)$$

С учетом уравнений (3.2.1), (3.3.2)—(3.3.8) выражения для локальных значений коэффициентов турбулентного переноса в аппаратах без отражательных перегородок при $\bar{R} \geqslant 1{,}5$ приобретают вид:

$$D^{л}_{т1} = \alpha_1^2 \omega_0 r_0^2 \bar{r}_m^2 (4\psi_1 \bar{r}^3 + 3\psi_2 \bar{r}^2 + 1) \qquad \text{при} \qquad 0 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{r}_m \qquad (3.3.9)$$

$$D^{л}_{т2} = -\alpha_2^2 \omega_0 r_0^2 (\bar{R} - \bar{r}_m)^2 (4\psi_1 \bar{r}^3 + 3\psi_2 \bar{r}^2 + 1) \qquad \text{при} \qquad \bar{r}_m \leqslant \bar{r} \leqslant 1 \qquad (3.3.10)$$

$$D^{л}_{т2} = \alpha_2^2 \omega_0 r_0^2 (\bar{R} - \bar{r}_m)^2 \frac{1 + \psi_1 + \psi_2}{\bar{r}^2} \qquad \text{при} \qquad 1 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{R} \qquad (3.3.11)$$

Основные гидродинамические параметры ψ_1 и ψ_2 рассчитываются по методике, описанной в гл. 2, а значение $\bar{r}_m$ для аппаратов рассматриваемых соотношений определяется по уравнению (3.2.2) или по графику $\bar{r}_m(\psi_1)$, приведенному на рис. 3.6. Значения $\alpha_{1,2}$ — коэффициента пропорциональности в выражениях длины пути перемешивания (3.3.2) и (3.3.3) — применительно к случаям переноса в осевом и радиальном направлении (см. гл. 4) найдены экспериментально в работах [10, 15].

* Индексы 1 и 2 при $v(r)$ соответствуют участкам профиля в промежутках $0 \leqslant r \leqslant r_0$ и $r_0 \leqslant r \leqslant R$ (см. гл. 2).

Обычно для определения гидродинамических параметров, характеризующих макромасштабное перемешивание, применяются методы, связанные с обработкой экспериментальных функций отклика исследуемой системы на импульсное, ступенчатое или периодическое возмущение на входе [16, 17]. Использование этих методов предполагает организацию непрерывного протока жидкости через аппарат со строго постоянным расходом. Это вызывает усложнение экспериментальной установки и затрудняет работу с аппаратами достаточно большого объема, в особенности с жидкостями, отличными от воды, ибо для получения достаточно полной функции отклика на один опыт должно расходоваться количество жидкости, равное 3—5-кратному объему заполнения аппарата. В связи с этим для определения коэффициентов турбулентного переноса в аппаратах с мешалками использован другой метод, аналогичный предложенному в работах [18—20] для изучения продольного перемешивания в колоннах и основанный на измерении времени распределения трассера, вводимого мгновенно в фиксированную точку объема непроточного аппарата. Поскольку значения коэффициентов турбулентного переноса в осевом и радиальном направлении различаются [2], их измерение осуществлялось раздельно.

Измерения переноса в осевом направлении (по высоте) выполнялись в моделях аппаратов традиционной конструкции (см. рис. 1.2) объемом от 20 дм^3 до 2,5 м^3 при вводе трассера в верхнюю часть центральной зоны и измерении его концентрации в верхней части периферийной зоны. Так как ширина зон в рассматриваемых условиях существенно меньше высоты, радиальный перепад концентрации трассера в каждой из зон оказывается незначительным. В этих условиях перенос трассера при его мгновенном вводе описывается уравнениями однопараметрической диффузионной модели:

$$F_1 \frac{\partial c_1}{\partial \tau} = -q \frac{\partial c_1}{\partial h} + D_{т1} F_1 \frac{\partial^2 c_1}{\partial h^2} \qquad (3.3.12а)$$

$$F_2 \frac{\partial c_2}{\partial \tau} = -q \frac{\partial c_2}{\partial h} + D_{т2} F_2 \frac{\partial^2 c_2}{\partial h^2} \qquad (3.3.12б)$$

с граничными и начальными условиями

$$q(c_2 - c_1) + D_{т1} F_1 \frac{\partial c_1}{\partial h} = 0; \quad \frac{\partial c_2}{\partial h} = 0 \quad \text{при } h = H, \ \tau > 0 \qquad (3.3.13а)$$

$$q(c_1 - c_2) + D_{т2} F_2 \frac{\partial c_2}{\partial h} = 0; \quad \frac{\partial c_1}{\partial h} = 0 \quad \text{при } h = 0, \ \tau > 0 \qquad (3.3.13б)$$

$$c_{1,2} = \delta(H - h)^* \qquad \text{при} \quad \tau = 0 \qquad (3.3.13в)$$

Здесь c_1 и c_2 — безразмерные концентрации трассера в зонах 1 и 2 в момент времени τ:

$$c_{1,2} = \frac{c_{1,2}(\tau, h) - c_н}{c_к - c_н} \qquad (3.3.14)$$

* Индекс 1 или 2 зависит от зоны введения трассера.

где $c_н$, $c_к$ — средние концентрации трассера в аппарате в моменты времени $\tau = 0$ и $\tau = \infty$ (т. е. до ввода трассера и после его распределения); $c_{1,2}(\tau, h)$ — концентрация трассера в момент τ; q — циркуляционный расход жидкости между зонами, м³/с, $F_1 = \pi r_m^2$, $F_2 = \pi\left(R^2 - r_m^2\right)$ — площади поперечного сечения центральной и периферийной зон, м²; H — высота заполнения аппарата, м; h — вертикальная координата, м; $D_{т1}$ и $D_{т2}$ — осредненные по сечению значения коэффициентов турбулентной диффузии в осевом направлении в каждой из зон, м²/с.

Значения $D_{т1}$ и $D_{т2}$ определяются по формулам

$$D_{т1} = \frac{2}{r_m^2}\int\limits_0^{r_m} D_{т1}^{п} r\,dr \qquad (3.3.15а)$$

$$D_{т2} = \frac{2}{R^2 - r_m^2}\int\limits_{r_m}^{R} D_{т2}^{п} r\,dr \qquad (3.3.15б)$$

Используя выражения (3.3.9)—(3.3.11) применительно к аппаратам с $\overline{R} \geqslant 1,5$, имеем *:

$$D_{т1} = \alpha_о^2\omega_0 r_0^2 \bar{r}_m^2\left(1,6\psi_1\bar{r}_m^3 + 1,5\psi_2\bar{r}_m^2 + 1\right) \qquad (3.3.16)$$

$$D_{т2} = \alpha_о^2\omega_0 r_0^2\frac{(\overline{R} - \bar{r}_m)^2}{\overline{R}^2 - \bar{r}_m^2}\left[1,6\psi_1\left(\bar{r}_m^5 - 1\right) + 1,5\psi_2\left(\bar{r}_m^4 - 1\right) + \right.$$
$$\left. + \left(\bar{r}_m^2 - 1\right) + 2\left(\psi_1 + \psi_2 + 1\right)\ln\overline{R}\right] \qquad (3.3.17)$$

В качестве $\alpha_о$ принималась величина, обеспечивающая наилучшее совпадение кривых $c_2|_{h=H} = f(\tau)$, вычисленных путем решения уравнений (3.3.12) и (3.3.13), с экспериментальными кривыми.

Значения циркуляционного расхода q находятся по тем же экспериментальным кривым независимо от величины $\alpha_о$ [10]. Это оказывается возможным в данном случае благодаря особенностям системы (3.3.12). Как показывают расчеты, изменение значений q приводит к перемещению кривых $c_2|_{h=H} = f(\tau)$ вдоль оси τ, тогда как изменение коэффициентов турбулентного переноса, т. е. значений $\alpha_о$, вызывает лишь изменение формы кривых (рис. 3.8). Для условий, различающихся только значениями $\alpha_о$, эти кривые имеют общую точку пересечения $1 - c_2(\tau)|_{h=H} = 0,13$. Через данную точку проходит также линия, соответствующая случаям очень больших $\alpha_о$, т. е. условиям идеального перемешивания в каждой из зон. Вследствие этого величина расхода циркулирующей жидкости q в рассматриваемых условиях может быть найдена, исходя из экспериментального значения времени достижения концентрации трассера $c_2(\tau)|_{h=H} = 0,87$ по уравнениям для условий идеального перемешивания в зонах вне зависимости от формы кривой $1 - c_2(\tau)|_{h=H}$ и значения $\alpha_о$.

* Коэффициенты пропорциональности в выражении для длины пути перемешивания в центральной и периферийной зонах принимаются [10] одинаковыми и равными α_0. Индекс «0» означает перенос в осевом направлении.

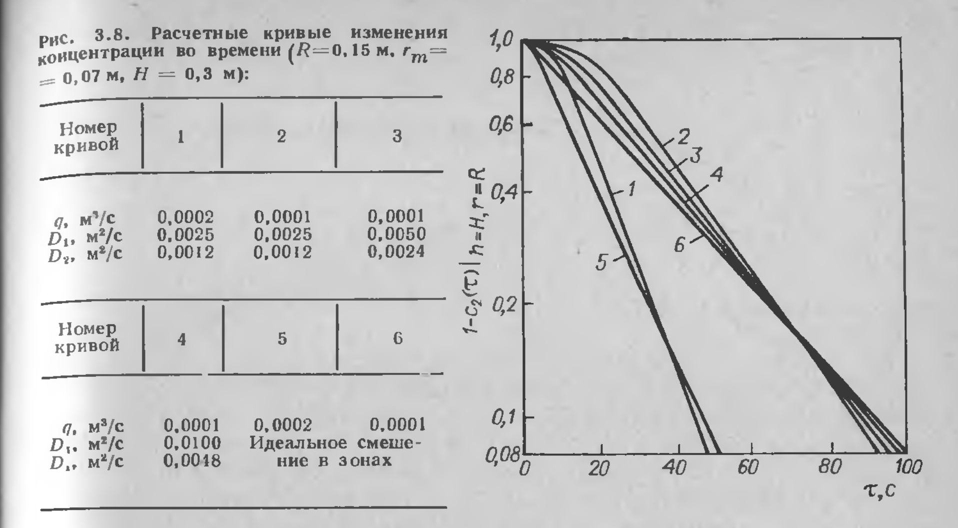


Рис. 3.8. Расчетные кривые изменения концентрации во времени ($R = 0,15$ м, $r_m = 0,07$ м, $H = 0,3$ м):

Номер кривой	1	2	3
q, м³/с	0,0002	0,0001	0,0001
D_1, м²/с	0,0025	0,0025	0,0050
D_2, м²/с	0,0012	0,0012	0,0024

Номер кривой	4	5	6
q, м³/с	0,0001	0,0002	0,0001
D_1, м²/с	0,0100	Идеальное смешение в зонах	
D_1, м²/с	0,0048		

Распределение трассера в системе, состоящей из двух зон идеального перемешивания с циркуляционным обменом между ними, описывается уравнениями

$$\frac{dc_1}{d\tau} - \frac{q}{\pi H r_m^2}(c_2 - c_1) = 0; \qquad \frac{dc_2}{d\tau} - \frac{q}{\pi H\left(R^2 - r_m^2\right)}(c_1 - c_2) = 0 \qquad (3.3.18)$$

В случае импульсной подачи трассера в центральную зону

$$c_1 = (F_1 + F_2)/F_1; \qquad c_2 = 0 \qquad \text{при} \quad \tau = 0 \qquad (3.3.19)$$

решение уравнений (3.3.18) имеет вид

$$c_2 = 1 - \exp\left[-\frac{q\overline{R}^4\tau}{V\bar{r}_m^2\left(\overline{R}^2 - \bar{r}_m^2\right)}\right] \qquad (3.3.20)$$

Отсюда при $1 - c_2 = 0,13$

$$q = 2,04\,\frac{V\bar{r}_m^2\left(\overline{R}^2 - \bar{r}_m^2\right)}{\overline{R}^4\tau_0} \qquad (3.3.21)$$

где τ_0 — время достижения концентрации $c = 0,87$.

Значение $\alpha_о$ при изучении перемешивания в аппаратах объемом до 2,5 м³ с мешалками разнообразных типов, составляет $0,45 \pm 0,05$. Как следует из рис. 3.9, эта величина при турбулентном режиме сохраняется постоянной в широком диапазоне значений центробежного критерия Рейнольдса. При значениях $\mathrm{Re_ц}$, соответствующих ламинарному режиму течения перемешиваемой среды (см. гл. 2), наблюдается резкое снижение $\alpha_о$.

Циркуляционный расход жидкости q в аппаратах с мешалками рассматриваемых типов рассчитывается, как и в аппаратах с отражательными перегородками, по уравнению вида [21]

$$q = k_q n d_м^3 \qquad (3.3.22)$$

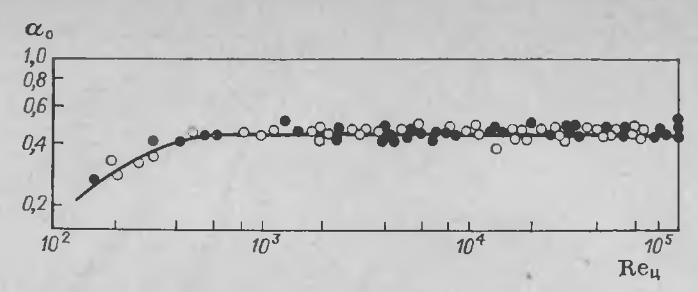


Рис. 3.9. Зависимость α_0 от $\mathrm{Re_ц}$.

В тех случаях, когда разность радиусов внешней и внутренней кромок лопастей мала по сравнению с радиусом мешалки ($r_0 - r_{вн} \ll r_0$), величина k_q при турбулентном режиме принимает постоянные значения (0,033 — рамные и якорные мешалки, 0,014 — фрезерные мешалки). Для мешалок с горизонтальными лопастями величина k_q зависит от окружной скорости среды на радиусе r_0 (рис. 3.10). Для удобства расчетов эта зависимость аппроксимирована [10] уравнением

$$k_q = \varphi_q \exp[6{,}9\bar{v}(r_0)] \qquad (3.3.23)$$

где в соответствии с (2.1.29)

$$\bar{v}(r_0) = \psi_1 + \psi_2 + 1 \qquad (3.3.24)$$

Для открытых турбинных мешалок, а также для лопастных мешалок с вертикальными лопастями $\varphi_q = 0{,}0013$, для мешалок с наклонными лопастями, пропеллерных и закрытых турбинных мешалок $\varphi_q = 0{,}0028$.

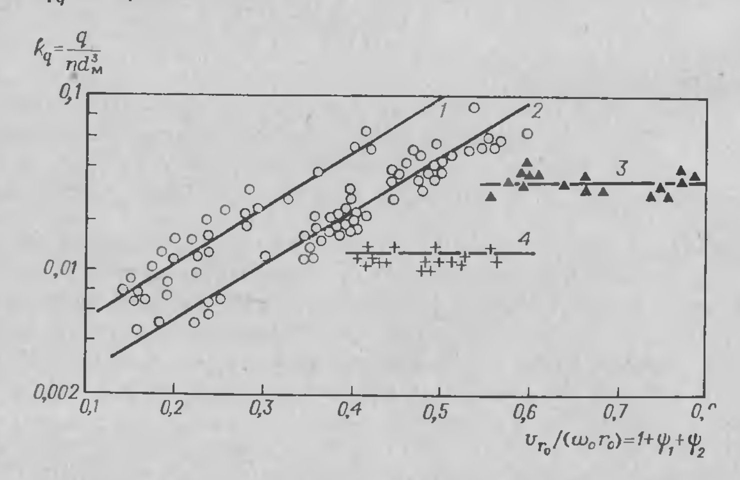


Рис. 3.10. Зависимость расхода q от окружной скорости жидкости на радиусе r_0:
1 — пропеллерные, закрытые турбинные мешалки и мешалки с наклонными лопастями; *2* — мешалки с вертикальными лопастями; *3* — якорные и рамные мешалки; *4* — двухрядная мешалка открытого турбинного типа.

Приведенные результаты относятся к аппаратам с соотношениями $\bar{R} \geqslant 1{,}5$. Для аппаратов, у которых величина $\bar{R}$ заключена в пределах 1,33—1,05, уравнения (3.3.4)—(3.3.6) остаются в силе, изменяются только выражения коэффициентов турбулентной диффузии в периферийной зоне ($r_m \leqslant r \leqslant R$). В соответствии с уравнением (2.1.46) абсолютное значение градиента окружной скорости в зоне $r_0 \leqslant r \leqslant R$ при $\bar{R} = 1{,}33 - 1{,}05$ выражается как

$$\left|\frac{dv}{dr}\right| = \frac{1}{7}\,\frac{\psi_1 + \psi_2 + 1}{(\bar{R} - 1)^{1/7}(\bar{R} - \bar{r})^{6/7}}\,\omega_0 \qquad (3.3.25)$$

и при $\bar{r} \to \bar{R}$ стремится к бесконечности, что лишено физического смысла. Однако поскольку степенные выражения описывают профиль скорости на расстояниях от стенки, превышающих толщину вязкого подслоя $\delta_л$ [6], выражения (2.1.46) и (3.3.25) следует распространить на область, несколько меньшую, чем расстояние между поверхностью радиуса $\bar{r} = 1$ и стенкой аппарата. Так как толщина вязкого подслоя $\delta_л$ обычно заведомо меньше $0{,}01R$, область применения уравнения (3.3.25) целесообразно ограничить значениями радиусов $r_0 \leqslant r \leqslant 0{,}99R$. Тогда в соответствии с (3.2.1), (3.3.3) и (3.3.25) локальные значения коэффициентов турбулентной диффузии

$$D_{т2}^{л} = \frac{1}{7}\,\alpha_0^2 r_0^2 \omega_0\,\frac{(1 + \psi_2 + \psi_1)(\bar{R} - \bar{r}_m)^2}{(\bar{R} - 1)^{1/7}(\bar{R} - \bar{r})^{6/7}} \quad \text{при} \quad 1 \leqslant \bar{r} \leqslant 0{,}99\bar{R} \qquad (3.3.26)$$

и осредненное значение

$$D_{т2} = \alpha_0^2 \omega_0 r_0^2\,\frac{(\bar{R} - \bar{r}_m)^2}{\bar{R}^2 - \bar{r}_m^2}\left[1{,}6\psi_1\left(\bar{r}_m^5 - 1\right) + 1{,}5\psi_2\left(\bar{r}_m^4 - 1\right) + \left(\bar{r}_m^2 - 1\right) + 0{,}25\,(6{,}93\bar{R} + 1)(\psi_1 + \psi_2 + 1)\right]; \qquad \alpha_0 = 0{,}45 \qquad (3.3.27)$$

Значения радиуса границы центральной и периферийной зон $\bar{r}_m$ в данном случае определяются путем решения уравнения (3.2.2) с учетом выражения (2.1.47), связывающего параметры ψ_1 и ψ_2. В частном случае $\bar{R} = 1{,}15$ уравнение (2.1.47) становится тождественным уравнению (2.1.29в), что позволяет определять $\bar{r}_m$ с помощью графика, приведенного на рис. 3.6.

Для аппаратов со скребковыми мешалками также характерно наличие двух концентрических зон, турбулентный обмен между которыми затруднен. В данном случае, однако, радиус границы зон r_m совпадает с радиусом оси скребков

$$r_m = r_c = R - b/2 \qquad (3.3.28)$$

или близок к нему и определяется непосредственно из конструктивных характеристик мешалки. Другая особенность аппаратов со скребковыми мешалками состоит в том, что в них не наблюдается заметного циркуляционного потока, а обмен между центральной и периферийной зонами происходит в основном за счет диффузии через поверхность радиуса r_m и является очень медленным. Локальные значения коэффициентов турбулентной диффузии в центральной зоне аппаратов со скребковыми мешалками рассчитываются, как и в предыду-

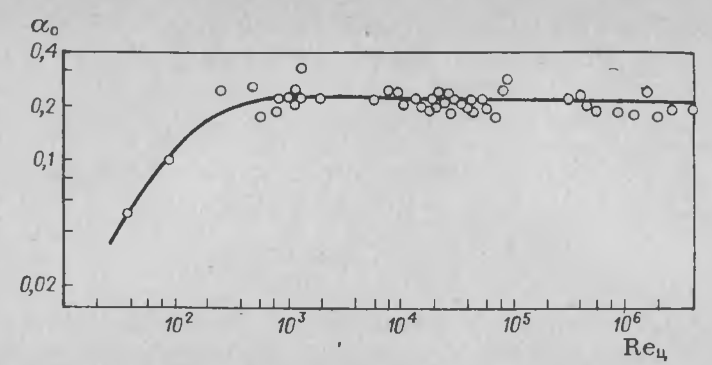


Рис. 3.11. Зависимость коэффициента длины пути перемешивания α_0 в осевом направлении для аппаратов со скребковыми мешалками от $\mathrm{Re}_ц$.

щих случаях, по уравнению (3.3.9), а осредненные значения $D_т$ в соответствии с (3.3.28), (3.3.15) и (2.1.58а) — по уравнению

$$D_{т1} = \alpha_0^2 \omega_0 r_c^2 (1{,}6\psi_1 + 1{,}5\psi_2 + 1) \quad \text{при} \quad 0 \leqslant r \leqslant r_c \tag{3.3.29}$$

Для периферийной зоны с учетом выражения профиля окружной скорости (2.1.58б) имеем

$$D_{т2}^{л} = 2\alpha_0^2 \omega_0 r_c^2 (\psi_1 + \psi_2 + 1)(\bar{r} - 1) \tag{3.3.30}$$

$$D_{т2} = 2\alpha_0^2 \omega_0 r_c^2 \frac{\psi_1 + \psi_2 + 1}{\bar{R}^2 - 1} \left(\frac{0{,}97\bar{R}^3 - 1}{3} - \frac{0{,}98R^2 - 1}{2} \right) \quad \text{при} \quad r_c \leqslant r \leqslant R \tag{3.3.31}$$

где $\bar{r} = r/r_c$; $\bar{R} = R/r_c$.

Значение коэффициента пропорциональности α_0 в аппаратах со скребковыми мешалками (рис. 3.11) найдено [22] равным 0,22. Уравнения для расчета циркуляционного расхода q и коэффициентов турбулентного переноса $D_т^л$ и $D_т$ в аппаратах с мешалками различных конструкций сведены в табл. 3.1.

Локальные значения коэффициентов турбулентного переноса в радиальном направлении $D_{т.\,р}^л$ рассчитываются, как и коэффициенты переноса в осевом направлении, по уравнениям (3.3.9), (3.3.10), (3.3.11). Отличие заключается в том, что в качестве коэффициента α в эти выражения входит величина $\alpha_р$, в общем случае не равная α_0. Метод измерения $\alpha_р$ принципиально аналогичен использованному при изучении переноса по высоте и определении α_0. Существо метода состоит [15] в измерении выравнивания концентраций трассера в непроточном аппарате и сопоставлении полученных результатов с расчетными кривыми, полученными в результате решения уравнения нестационарной диффузии в радиальном направлении:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = 2\pi H \frac{\partial}{\partial r} \left[D_{т.\,р}^{л}(r)\, r \frac{\partial c}{\partial r} \right] \tag{3.3.32}$$

при условиях однозначности, соответствующих импульсному вводу трассера в центр аппарата.

Таблица 3.1. **Уравнения для расчета коэффициентов турбулентной диффузии**

Характеристики аппарата и мешалки	Область радиусов	Локальный коэффициент турбулентной диффузии: в осевом направлении, номер уравнения	в осевом направлении, коэффициент α_0	в радиальном направлении, номер уравнения	в радиальном направлении, коэффициент $\alpha_р$	Осредненный коэффициент турбулентной диффузии в осевом направлении, номер уравнения	Осредненный, коэффициент α_0
Аппараты без отражательных перегородок $\bar{R} \geqslant 1{,}5$	$0 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{r}_m$	(3.3.9)	0,45	(3.3.9)	0,22	(3.3.16)	0,45
	$\bar{r}_m \leqslant \bar{r} \leqslant 1$	(3.3.10)	0,45	(3.3.10)	0,22	(3.3.17)	0,45
	$1 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{R}$	(3.3.11)	0,45	(3.3.11)	0,22	(3.3.17)	0,45
Аппараты без отражательных перегородок $1{,}05 \leqslant \bar{R} \leqslant 1{,}33$	$0 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{r}_m$	(3.3.9)	0,45	(3.3.9)	0,22	(3.3.16)	0,45
	$\bar{r}_m \leqslant \bar{r} \leqslant 1$	(3.3.10)	0,45	(3.3.10)	0,22	(3.3.27)	0,45
	$1 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{R}$	(3.3.26)	0,45	(3.3.26)	0,22	(3.3.27)	0,45
Аппараты со скребковыми мешалками	$0 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{r}_m$	(3.3.9)	0,22	(3.3.9)	0,11	(3.3.29)	0,22
	$\bar{r}_m \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{R}$	(3.3.30)	0,22	(3.3.30)	0,11	(3.3.31)	0,22
Аппараты с отражательными перегородками	$0 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{R}$	—	—	—	—	(3.4.8)	—

Здесь $D_{т.\,р}^л(r)$ — локальное значение коэффициента турбулентности переноса в радиальном направлении на радиусе r, м²/с.

Условием применимости уравнения (3.3.32) является отсутствие неоднородности поля концентраций по высоте аппарата и в окружном направлении:

$$\frac{\partial c}{\partial h} = \frac{\partial c}{\partial \varphi} = 0 \tag{3.3.33}$$

Для обеспечения этих условий измерения выполнены [15] в аппаратах диаметром 1—1,5 м с малой глубиной заполнения при вводе трассера в центральную часть аппарата, т. е. в зону, где выравнивание концентраций в окружном направлении происходит практически мгновенно благодаря высоким локальным значениям окружной скорости.

Расчет значений параметров скорости ψ_1 и ψ_2, необходимых для определения $D_{т.\,р}^л(r)$, проводится по уравнениям, полученным в работе [15], для случаев перемешивания в аппаратах с $H < R$. Результаты измерений показывают [15], что значение $\alpha_р$, как и при-

веденное выше значение $\alpha_о$, при турбулентном режиме является постоянным. Оно не зависит от типа и размеров мешалки, диаметра и высоты аппарата, а также значений $\mathrm{Re}_ц$ и равно $0,22 \pm 0,04$. Для скребковых мешалок $\alpha_р$ найдено равным 0,11.

3.4. ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПЕРЕНОС В АППАРАТАХ С ОТРАЖАТЕЛЬНЫМИ ПЕРЕГОРОДКАМИ

В предыдущих разделах для определения коэффициентов турбулентного переноса были использованы локальные характеристики распределения скорости перемешиваемой жидкости. Для аппаратов с отражательными перегородками такой путь в настоящее время оказывается невозможным, поскольку отсутствует достаточно полная и надежная информация о локальных характеристиках поля скоростей. Имеющиеся в литературе [23, 24] результаты непосредственных измерений характеристик турбулентности (пульсационных скоростей, интенсивности турбулентности и т. д.) пока также ограничены. К тому же современное состояние теории турбулентности не позволяет осуществить расчет коэффициентов турбулентного переноса на основе таких данных [3]. В связи с этим описание процессов макромасштабного турбулентного переноса в аппаратах с отражательными перегородками основывается обычно на тех или иных модельных представлениях.

За последние два десятилетия предложено большое число различных математических моделей аппаратов с отражательными перегородками. В рамках этих моделей объем аппарата обычно рассматривается как совокупность ячеек идеального перемешивания, зон идеального вытеснения и застойных зон. Обмен между зонами принимается либо установившимся, в виде прямых, перекрестных или циркуляционных потоков [25—28], либо квазистационарными, подчиняющимся некоторому статистическому закону [29]. Основные параметры моделей, необходимые для их расчетного использования (объемы и число ячеек смешения, величина циркуляционных потоков и т. д.), подлежат определению путем обработки результатов экспериментов на моделируемом аппарате или на его уменьшенной модели.

Возможно также описание процесса турбулентного обмена в аппаратах с отражательными перегородками в рамках диффузионной модели [13] на основе использования осредненной характеристики течения — средней («эффективной») скорости потока $w_{ср}$, определяемой из энергетического баланса потока с учетом всех составляющих скорости [30]. Исходной посылкой при определении $w_{ср}$ служит то, что при установившемся режиме мощность, передаваемая мешалкой потоку жидкости, расходуется на преодоление гидравлического сопротивления в аппарате:

$$N = c_f \rho \frac{w_{ср}^3}{2} F \qquad (3.4.1)$$

где F — площадь поверхности стенок и днища аппарата, м²; c_f — коэффициент сопротивления.

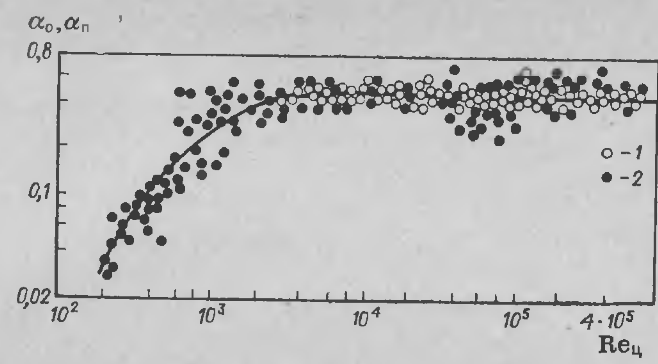


Рис. 3.12. Зависимость α_0, $\alpha_п$ (по результатам измерений распределения взвешенных частиц) от $\mathrm{Re}_ц$:

1 — аппараты без отражательных перегородок; *2* — аппараты с отражательными перегородками.

Величина F определяется из очевидного соотношения

$$F = \pi R^2 \gamma_п \qquad (3.4.2)$$

Здесь $\gamma_п = 2(H/R) + 1$ для аппаратов со свободным уровнем жидкости, $\gamma_п = 2(H/R) + 2$ для целиком заполненных аппаратов.

Выражая коэффициент сопротивления c_f в уравнении (3.4.1) в соответствии с [31] $c_f \approx 0,33\mathrm{Re}^{-0,25}$ (где $\mathrm{Re} = w_{ср}R/\nu$), имеем:

$$w_{ср} = 1,28\left(\frac{N}{\rho R^{1,75}\gamma_п \nu^{0,25}}\right)^{0,364} \qquad (3.4.3)$$

Оценивая среднее значение градиента скорости как

$$\frac{dw}{dl} \approx w_{ср}/R$$

и принимая длину пути перемешивания в ядре потока пропорциональной радиусу аппарата, найдем по (3.2.1) эффективное значение коэффициента турбулентного переноса:

$$D_{эф} = k\alpha^2 R w_{ср} \qquad (3.4.4)$$

где k — коэффициент пропорциональности.

С учетом (3.4.3) выражение (3.4.5) примет вид:

$$D_{эф} = 1,28\alpha_п^2\left(\frac{N}{\rho\gamma_п\nu^{0,25}}\right)^{0,36} \qquad (3.4.5)$$

где $\alpha_п = \alpha\sqrt{k}$.

В наиболее распространенных случаях (при $\zeta_м z_м \leqslant 10$, см. стр. 60)

$$N \approx 0,7 z_м \zeta_м \rho n^3 d_м^5 \qquad (3.4.6)$$

и

$$D_{эф} = 0,55\alpha_п^2 \omega_0 r_0^2 (\zeta_м z_м)^{0,36}\,\mathrm{Re}_ц^{0,09}\bar{R}^{0,36}/\gamma_п^{0,36} \qquad (3.4.7)$$

Величина $\alpha_п$ равна 0,45 (рис. 3.12). Это значение было определено в работе [13] путем обработки результатов экспериментов по пере-

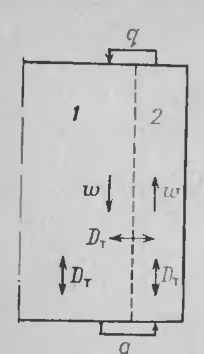


Рис. 3.13. Схема диффузионно-циркуляционной модели для аппаратов с отражательными перегородками.

мешиванию суспензий на основе однопараметрической диффузионной модели.

При расчете аппаратов промышленных размеров можно использовать приближенное уравнение *

$$D_{эф} \approx 0{,}435 n d_М D \left(\frac{\zeta_М z_М}{\overline{R}^2 \gamma_п} \right)^{1/3} \qquad (3.4.8)$$

Величина $D_{эф}$, определяемая по уравнениям (3.4.5)—(3.4.8), отражает вклад в перенос как турбулентной диффузии, так и циркуляции. Хотя такое приближение не вполне строго, оно позволяет получить достаточно удовлетворительное описание поля концентраций взвешенных частиц (см. гл. 5). Для случаев перемешивания взаимно растворимых жидкостей в работах [32, 33] предложена более строгая модель, отражающая наличие циркуляции, а также турбулентного обмена как в зонах восходящей и нисходящей ветвей циркуляционного контура, так и между этими зонами (рис. 3.13). Эта модель находит применение, например, при расчете времени выравнивания концентраций. При перемешивании суспензий она дает результаты, близкие к получаемым при использовании $D_{эф}$.

Уравнения этой модели включают два гидродинамических параметра — циркуляционный расход и коэффициент турбулентной диффузии. Оба эти параметра определяются расчетным путем. Циркуляционный расход рассчитывается по уравнениям, приведенным в разделе 3.3. Коэффициент турбулентной диффузии (точнее, его осредненное значение) определяется как

$$D_т \approx l v_l' \approx (0{,}1R)^{4/3} \varepsilon_0^{1/3} \qquad (3.4.9)$$

где ε_0 — среднее значение диссипации энергии в единице массы перемешиваемой среды

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{\zeta V} = \frac{K_N n^3 d_М^5}{V} \qquad (3.4.10)$$

3.5. ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПЕРЕНОС В АППАРАТАХ С МНОГОРЯДНЫМИ МЕШАЛКАМИ

Как показано в гл. 2, установка на валу двух или более мешалок в аппаратах без отражательных перегородок не приводит к существенным изменениям характера распределения окружной составляющей скорости по сравнению с однорядными мешалками. В связи с этим при установке многорядных мешалок, как следует из рис. 3.14, также характерно существование цилиндрической поверхности радиуса $r = r_m$, радиальный турбулентный перенос через которую затруднен (см. раздел 3.2). Коэффициенты турбулентной диффузии в зонах $r < r_m$ и $r > r_m$ рассчитываются по уравнениям (3.3.16), (3.3.17). В то же время характер влияния циркуляционного обмена между зонами в аппаратах с многорядными мешалками отличается, и это оказывает существенное влияние на протекание процессов переноса. Наблюдения и измерения показывают, что при установке второй мешалки единый циркуляционный контур разрушается и образуется система циркуляционных контуров, схематично показанная на рис. 3.15. Таким образом, как центральная ($0 \leqslant r \leqslant r_m$), так и периферийная ($r_m \leqslant r \leqslant R$) зоны аппарата оказываются разделенными на участки сравнительно небольшой высоты. Турбулентная диффузия по высоте каждого из этих участков происходит сравнительно быстро, и протекание процесса перемешивания определяется главным образом интенсивностью обмена на границах циркуляционных контуров.

Как следует из рис. 3.15, границы циркуляционных контуров проходят, во-первых, в плоскости мешалок (сечение *I*) и, во-вторых, в плоскости, расположенной в промежутке между мешалками (сечение *II*). Механизм обмена на этих границах оказывается различным.

В сечении *I* потоки циркуляционных контуров, расположенных ниже и выше мешалки, смыкаются в зоне, непосредственно ометаемой лопастями. Высокая интенсивность турбулентности в этой зоне [24] обеспечивает полное перемешивание поступающих потоков, и, таким образом, потоки, выходящие в периферийную зону (области *2* и *4* на рис. 3.15) имеют одинаковый состав.

На границе *I*, заключенной в пределах центральной зоны (область радиусом r_m) при перемешивании турбинными мешалками обмен между областями выше и ниже мешалки практически отсутствует из-за наличия диска (см. рис. 1.12, *в*). На границе *II* какие-либо внешние возмущения отсутствуют, в связи с этим обмен в вертикальном направлении в зонах $0 \leqslant r \leqslant r_m$ и $r_m \leqslant r \leqslant R$ происходит как следствие турбулентной диффузии.

Обмен между областями *1* и *2*, *2* и *3*, *4* и *5*, *4* и *6* является, как и в аппаратах с однорядными мешалками, результатом циркуляции. Величина циркуляционного потока на входе в области *2* и *4* (выше и ниже плоскости симметрии мешалки) определялась в работе [34] по результатам измерения времени выравнивания концентрации трассера, вводимого импульсно в область *1*. Эксперименты проводились в аппаратах объемом от 0,02 до 0,5 м³.

В соответствии с полученными результатами в аппаратах с турбинными мешалками стандартных соотношений при значениях $v_{r_0}/(\omega_0 r_0) = 0{,}35 \div 0{,}6$ ** циркуляционный расход в каждом из контуров можно оценивать по уравнению

$$q = 0{,}013 n d_М^3 \qquad (3.5.1)$$

* Выражение $D_{эф}$ приобретает вид (3.4.8), если пренебречь зависимостью коэффициента сопротивления от критерия Рейнольдса.

** Это соответствует условиям перемешивания маловязких сред в промышленных аппаратах с соотношениями $\overline{R} = 3 \div 4$ и $H/(R z_М) \approx 2$.

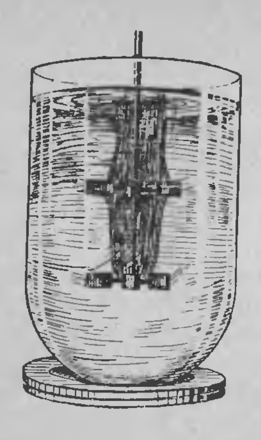


Рис. 3.14. Визуализация центральной зоны путем окрашивания.

Рассмотренные закономерности характерны только для аппаратов, в которых расстояние между мешалками равно диаметру мешалки или превышает его, а высота областей, соответствующих отдельным циркуляционным контурам (рис. 3.15), близка радиусу аппарата или превышает его. Установка в аппарате большого числа мешалок приводит к резкой интенсификации циркуляционного обмена между центральной ($0 \leqslant r \leqslant r_m$) и периферийной ($r_m \leqslant r \leqslant R$) зонами аппарата, разность концентраций между этими зонами становится незначительной, и скорость макромасштабного переноса в осевом направлении оказывается зависящей только от турбулентной диффузии.

В этих условиях процесс переноса описывается уравнениями однопараметрической диффузионной модели. Осредненное значение коэффициента турбулентного переноса определяется как

$$D_{\text{т}} = \frac{2}{R^2} \int_0^R D_{\text{т}}^{\text{л}} r \, dr \qquad (3.5.2)$$

Такой характер протекания процесса макромасштабного переноса наблюдался, например, в экспериментах с аппаратом диаметром 0,14 м и высотой 0,7 м, снабженным одиннадцатирядной трехлопастной мешалкой ($\overline{R} = 1{,}07$, $z_{\text{м}}\zeta_{\text{м}} = 33{,}5$). Измерения показали, что концентрация трассера не изменяется по радиусу аппарата, а экспериментальные кривые распределения времени пребывания среды в аппарате весьма близки к рассчитанным по уравнению однопараметрической диффузионной модели

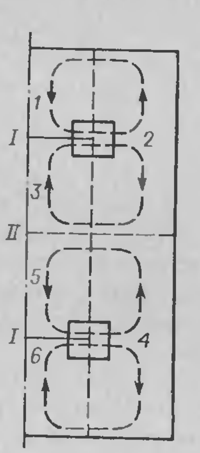
$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = -w \frac{\partial c}{\partial h} + D_{\text{т}} \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} \qquad (3.5.3)$$

с условиями однозначности

$$\left.\begin{aligned} &\tau = 0, \quad h \geqslant 0, \quad c = 0 \\ &\tau > 0, \quad h = 0, \quad w(c_{\text{вх}} + c) + D_{\text{т}} \frac{\partial c}{\partial h} = 0 \\ &\qquad\quad h = H, \quad \frac{\partial c}{\partial h} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.5.4)$$

соответствующими ступенчатому возмущению на входе в проточный аппарат.

Здесь w — средняя расходная скорость течения жидкости через аппарат, м/с.



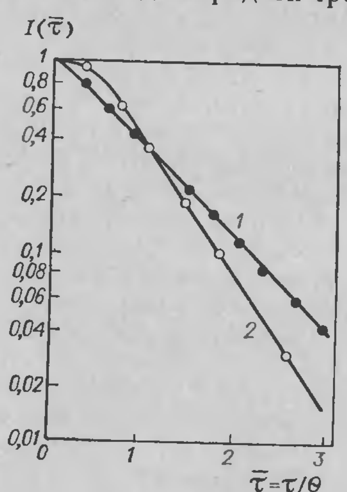


Рис. 3.15. Схема структуры потоков в аппарате с двухрядным перемешивающим устройством

Рис. 3.16. Сопоставление расчетных и опытных функций распределения времени пребывания в аппарате с многорядной мешалкой:
1 — $n = 3{,}4$ об/с; $\text{Pe} = 0{,}83$; 2 — $n = 0{,}73$ об/с, $\text{Pe} = 4{,}4$. Сплошные линии — расчетные, $\text{Pe} = wH/D_{\text{т}}$

Результаты измерений, показанные на рис. 3.16, позволяют определить значения $D_{\text{т}}$ и, следовательно, величину α_0. Значение α_0, найденное в результате этих измерений, как и для аппаратов стандартной конструкции оказалось равным 0,45.

Влияние увеличения числа мешалок на процесс макромасштабного переноса в аппаратах с отражательными перегородками во многом аналогично описанному для случая аппаратов без внутренних устройств. Аналогия эта, однако, неполная. Единый циркуляционный контур в данном случае также разрушается и образуется несколько локальных контуров — по 2 в зоне каждой мешалки. При этом на границах контуров, расположенных в плоскости мешалки, наблюдается, как и при отсутствии перегородок, достаточно интенсивный обмен. На границах, расположенных в промежутках между мешалками, условия существенно отличаются. Поскольку величина радиальной составляющей скорости, направленной к оси аппарата, здесь является максимальной, а профиль окружной скорости в аппаратах с перегородками практически выравненный (см. раздел 2.2), градиент скорости на рассматриваемой границе обращается в нуль (или уменьшается до минимальной величины), и это в соответствии с уравнением (3.2.1) должно приводить к локальному уменьшению скорости турбулентного переноса. При одинаковой общей высоте заполнения аппарата переход от одной мешалки к двум и более приводит к значительному замедлению процесса переноса [35]. Максимальное время перемешивания наблюдается при расстоянии между мешалками порядка половины диаметра аппарата, дальнейшее увеличение числа мешалок приводит к его постепенному уменьшению. Имеющиеся данные свидетельствуют о том, что при соотношениях $H/D \leqslant 3$ использование многорядных мешалок в аппаратах с отражательными перегородками нецелесообразно.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бай-Ши-И.* Турбулентное течение жидкости и газа. М.: ИЛ, 1962. 344 с.
2. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963. 760 с.
3. *Брэдшоу П., Себеси Т., Ферпгольц Г. Г. и др.* Турбулентность. М.: Машиностроение, 1980. 344 с.
4. *Prandtl L.* The Mechanics of Viscons Fluids. Aerodynamic Theory/Ed. by W. F. Durand. Vol. 3, Div. G., 1935.
5. *Prandtl L.* — ZAMM, 1925, Bd. 5, № 1, S. 136—152.
6. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 849 с.
7. *Абрамович Г. Н.* Теория турбулентных струй. Физматгиз, 1960. 132 с.
8. *Taylor G. I.* — Proc. Ray Soc., 1935, v. A 135, p. 685.
9. *Reichardt H.* Laws of free turbulence, VDI Forschungsheft. № 414, 2-nd Impression. Deutscher Ingenieur Verlag, GMBH. — Düsseldorf, 1951.
10. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Маньковский О. Н. и др.* — ТОХТ, 1974, т. 8, № 4, с. 590—596.
11. *Павлушенко И. С., Демьянова Е. М.* — ЖПХ, 1966, т. 39, № 7, с. 1492.
12. *Павлушенко И. С., Бегачев В. И., Брагинский Л. Н.* — Труды НИИхиммаша. Л.: Машиностроение, 1964, вып. 46, 96 с.
13. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Кофман Г. З.* — ТОХТ, 1968, т. 2, № 1, с. 128—131.
14. Каталог. Вертикальные стальные сварные аппараты с перемешивающими устройствами. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1978. 27 с.
15. *Кулухов В. А., Барабаш В. М., Евилевич М. А. и др.* — ТОХТ, 1975, т. 9, № 1, с. 148—152.
16. *Бояринов А. И., Кафаров В. В.* Методы оптимизации в химической технологии. М.: Химия, 1969. 563 с.
17. *Кафаров В. В.* Методы кибернетики в химии и химической технологии. М.: Химия, 1968. 520 с.
18. *Пекович Л., Пебалк В. Л.* — ТОХТ, 1970, т. 4, № 2, с. 267—271.
19. *Кафаров В. В., Выгон В. Г., Рудаков В. А. и др.* — ТОХТ, 1973, т. 7, № 4, с. 550—554.
20. *Гальперин Н. И., Пебалк В. А., Костанян А. Е.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 53.
21. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1977. 384 с.
22. *Глухов В. П., Брагинский Л. Н., Павлов Н. Г., Павлушенко И. С.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 62—64.
23. *Cutter L. A.* — AIchEJ., 1966, v. 12, p. 35.
24. *Liepe F.* — Chemishe Technik, 1971, № 4/5, S. 231—235.
25. *Кафаров В. В., Огородник И. М., Строев А. А.* Автоматизация химических производств. М., 1969, вып. 1, с. 13.
26. *Weber A. P.* — Chem. Eng. Progress, 1953, v. 49, 26.
27. *Corrigan T., Beavers W.* — Chem. Eng. Sci., 1968, v. 23, p. 9.
28. *Taniyama J., Sato T.* — Kagaku Kogaku, 1965, v. 29, p. 8.
29. *Кафаров В. В., Клипинщер В. А., Дудоров А. А.* — ТОХТ, 1968, т. 2, № 5, с. 793.
30. *Бегачев В. И., Павлушенко И. С., Брагинский Л. Н.* — В кн.: Процессы химической технологии. Гидродинамика, тепло- и массопередача. М.: Наука, 1965, с. 120—127.
31. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Госэнергоиздат, 1960. 469 с.
32. *Кафаров В. В., Огородник И. М.* Химическое и нефтяное машиностроение, 1967, № 1, с. 22—24.
33. *Барабаш В. М., Кокотов Ю. В., Пивоваров М. А.* — ТОХТ, 1981, т. 15, № 5, с. 650—659.
34. *Гершберг И. А., Пяртман Н. К., Майоров А. С.* — В кн.: Труды II Всесоюзной научно-технической конференции «Молодые исследователи и конструкторы — химическому машиностроению». Дзержинск, 1979, с. 12.
35. *Харахаш В. П., Туманов Ю. В., Рудевич Г. А.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 35—41.

Глава 4

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В ГОМОГЕННЫХ СРЕДАХ

Перемешивание в однофазных жидких средах обычно проводится с целью достижения заданной степени однородности * поля концентраций или температурного поля в аппарате в случаях теплообмена либо смешения потоков с различной концентрацией и температурой. При подборе или проектировании аппаратов возникает два рода задач: 1) расчет времени достижения заданной степени однородности смешения в аппаратах периодического действия и 2) определение максимальных перепадов концентраций и температуры при установившемся режиме в проточных аппаратах. В настоящей главе рассматриваются методы решения этих задач путем математического моделирования поля концентраций и температурного поля применительно к случаям перемешивания жидкостей с близкими значениями плотности и вязкости. Основой математического моделирования служат данные о закономерностях макромасштабного турбулентного переноса в аппаратах с мешалками различных конструкций, изложенные в предыдущей главе. Задачи расчета переходных процессов, возникающие при разработке систем автоматического управления, здесь не рассматриваются. Следует, однако, заметить, что во многих случаях расчет динамических характеристик аппаратов с мешалками (кривых отклика на те или иные виды входных возмущений) может осуществляться путем решения приводимых ниже дифференциальных уравнений макромасштабного переноса при соответствующем задании начальных условий.

4.1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ РАСТВОРЕННЫХ ВЕЩЕСТВ В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

Аппараты периодического действия. Применительно к аппаратам периодического действия задача расчета степени однородности поля концентраций обычно сводится к определению продолжительности перемешивания, необходимой для достижения заданной степени однородности распределения растворенных веществ. В ряде работ этой величине, наряду с прямым ее использованием для проверки применимости аппарата и перемешивающего устройства в данном процессе, придается более общий смысл. В частности, авторы [1] рассматривают выравнивание концентраций как основную цель перемешивания, поскольку его задачей всегда является снижение концентрационного или температурного градиента. В работе [2] предлагается использовать время выравнивания концентраций (время

* Под степенью однородности здесь чаще всего понимается степень приближения предельных значений локальной концентрации или температуры к средним по аппарату значениям. Количественно эта величина может быть охарактеризована соотношением $(c_{ср} - \Delta c_{макс})/c_{ср}$, однако используются и другие способы оценки этой величины [см., например, уравнение (4.1.2)].

гомогенизации) для количественного сравнения интенсивности и эффективности перемешивания мешалками различных типов. Авторы [3] рассматривают величину времени гомогенизации как параметр, характеризующий степень близости условий перемешивания в аппарате с мешалкой к условиям идеального смешения, и предлагают считать аппарат непрерывного действия идеальным смесителем, когда отношение времени гомогенизации к среднему времени пребывания среды в аппарате $\tau/\tau_{ср} \leqslant 0,1$.

Расчет времени выравнивания концентраций принято проводить [4] по уравнениям вида

$$\tau n = k_\tau \overline{R}^m \tag{4.1.1}$$

где k_τ — коэффициент, зависящий от типа мешалки и достигаемой степени однородности; $\overline{R} = R/r_0$ — отношение радиуса аппарата R к радиусу мешалки r_0; m — показатель, приблизительно равный 2.

Такие уравнения получены для мешалок наиболее распространенных типов в аппаратах без перегородок [5] и с перегородками [6]. В большинстве случаев, однако, эти уравнения относятся к какому-либо одному значению степени однородности. Например, результаты, приведенные в работе [5], получены при степени однородности

$$\bar{c} = \left| \frac{c - c_к}{c_н - c_к} \right| = 0,67 \tag{4.1.2}$$

где c — наименьшее локальное значение концентрации распределяемого вещества (трассера); $c_н$ — начальная концентрация трассера в аппарате; $c_к$ — средняя концентрация трассера в аппарате после завершения перемешивания.

Более общий подход к расчету времени выравнивания концентраций состоит в описании процесса системой уравнений макромасштабного переноса и решении этой системы с использованием данных о циркуляционных расходах перемешиваемой среды и коэффициентах турбулентного переноса.

Аппараты периодического действия без отражательных перегородок. Аппарат с мешалкой без отражательных перегородок следует рассматривать как состоящий из двух концентрических зон — центральной и периферийной, разделенных поверхностью радиусом r_m (см. рис. 3.7). Согласно такой модели, перемешивание является результатом совместного воздействия циркуляционного обмена между зонами и турбулентной диффузии в каждой из зон. При этом за счет высокой окружной скорости жидкости распределение концентраций в аппарате осесимметрично. Наличие турбулентной диффузии и малая ширина каждой из зон по сравнению с их высотой приводят к практически полному выравниванию концентрации по радиусу зон. В связи с этим при отношениях высоты заполнения аппарата к его диаметру H/D более 0,5 достаточно учитывать только изменение концентрации при переходе из одной зоны в другую и использовать для описания процесса выравнивания концентрации в каждой из зон уравнения однопараметрической диффузионной модели (3.3.12). Выбор граничных условий зависит от места и способа ввода смешиваемых веществ. При импульсном вводе распределяемого вещества

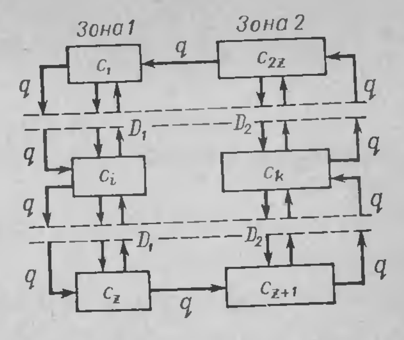


Рис. 4.1. Конечно-разностная схема модели выравнивания концентраций в аппаратах без отражательных перегородок.

в верхнюю часть центральной зоны аппарата граничные условия соответствуют уравнениям (3.3.13).

Для численного решения уравнений (3.3.12), (3.3.13) их целесообразно преобразовать в конечно-разностную форму, представив каждую из зон аппарата (рис. 4.1) как совокупность элементарных объемов, расположенных последовательно по высоте (H/z — шаг конечно-разностной схемы; z — число элементарных объемов). При достаточно большом z, т. е. при малых H/z, концентрацию в каждом из элементарных объемов можно принять постоянной и зависящей только от времени, а градиент концентраций на границе между соседними элементарными объемами выразить в линейном приближении как отношение разности концентраций в них к величине H/z:

$$\left(\frac{dc}{dh}\right)_{i,\, i+1} = \frac{c_{i+1} - c_i}{H/z} \tag{4.1.3}$$

где c_i, c_{i+1} — концентрация в элементарных объемах i и $i + 1$.

Таким образом, уравнения в частных производных (3.3.12) могут быть заменены [7] системой, включающей $2z$ обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{HF_1}{z}\frac{dc_1}{d\tau} = q\,(c_{2z} - c_1) + D_1F_1\,(c_2 - c_1)\,(z/H)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{HF_1}{z}\frac{dc_i}{d\tau} = q\,(c_{i-1} - c_i) + D_1F_1\,(c_{i-1} - 2c_i + c_{i+1})\,(z/H)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{HF_1}{z}\frac{dc_z}{d\tau} = q\,(c_{z-1} - c_z) + D_1F_1\,(c_{z-1} - c_z)\,(z/H)\\
&\frac{HF_2}{z}\frac{dc_{z+1}}{d\tau} = q\,(c_z - c_{z+1}) + D_2F_2\,(c_{z+2} - c_{z+1})\,(z/H)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{HF_2}{z}\frac{dc_k}{d\tau} = q\,(c_{k-1} - c_k) + D_2F_2\,(c_{k-1} - 2c_k + c_{k+1})\,(z/H)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{HF_2}{z}\frac{dc_{2z}}{d\tau} = q\,(c_{2z-1} - c_{2z}) + D_2F_2\,(c_{2z-1} - c_{2z})\,(z/H)
\end{aligned}\right\} \tag{4.1.4}$$

Здесь $F_1 = \pi r_m^2$, $F_2 = \pi\left(R^2 - r_m^2\right)$ — площади поперечного сечения центральной и периферийной зоны, соответственно, м²; c_i, c_k — концентрации распределяемого вещества в i-м и k-м элементарном объеме, выраженные в долях от разности

его конечной и начальной концентрации в аппарате по формуле (3.3.14); D_1, D_2 — коэффициенты турбулентной диффузии в центральной и периферийной зоне, соответственно, м²/с; индекс i принимает значения от 2 до $z-1$, индекс k — от $z+2$ до $2z-1$.

При размещении точки ввода в верхней части периферийной зоны начальные условия, соответствующие импульсной подаче трассера, имеют вид *:

$$c_1 = \dots = c_i = \dots = c_k = \dots = c_{2z-1} = 0; \qquad c_{2z} = \bar{R}^2 z / (\bar{R}^2 - \bar{r}_m^2) \quad \text{при } \tau = 0 \qquad (4.1.5а)$$

В случае ввода в верхнюю часть центральной зоны

$$c_1 = (\bar{R}^2/\bar{r}_m^2)\, z; \qquad c_2 = \dots = c_i = \dots = c_k = \dots = c_{2z} = 0 \quad \text{при } \tau = 0 \qquad (4.1.5б)$$

Уравнения (4.1.4) и (4.1.5) включают четыре параметра, отражающих гидродинамическую обстановку в аппарате — радиус границы зон ($\bar{r}_m$), осредненные значения коэффициентов турбулентной диффузии в центральной (D_1) и периферийной (D_2) зонах, а также циркуляционный расход (q). Численные значения этих параметров определяются расчетным путем по уравнениям, приведенным в гл. 3. Число z и, соответственно, число уравнений $2z$ определяются из условия устойчивости конечно-разностной схемы и требуемой точности результатов решения. Точность решения повышается с увеличением z. Практика расчетов показывает, однако, что при реальных значениях q, $\bar{r}_m$, D_1 и D_2, характерных для аппаратов с мешалками, достаточно высокая точность обеспечивается при $z \geqslant 5$ [7].

Решение уравнений (4.1.4), (4.1.5) позволяет осуществить расчет изменения концентраций смешиваемых веществ в разных точках объема аппарата во времени. На рис. 4.2 представлены типичные

* Начальное значение концентрации в месте ввода выбрано из условия равенства единице концентрации во всех точках аппарата при $\tau \to \infty$.

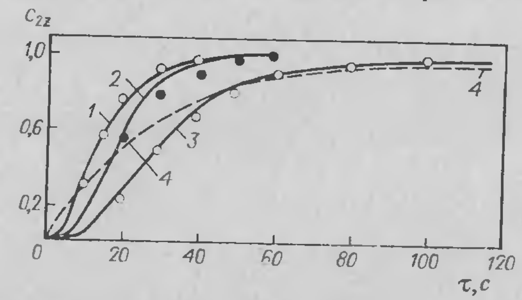


Рис. 4.2. Изменение концентрации трассера в ячейке $2z$:

Кривая	Тип мешалки	r_0, м	ω_0, с⁻¹	Примечание
1	Рамная	0,425	63	Расчет по уравнению (4.1.4)
2	Двухлопастная	0,35	63	
3	Турбинная	0,15	95	
4	»	0,15	95	Расчет по уравнению (4.1.7)

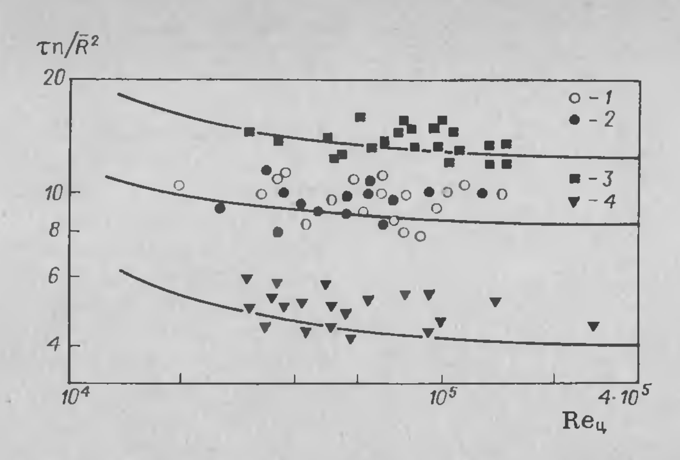


Рис. 4.3. Зависимость $\tau n/\bar{R}^2$ от $Re_ц$ для аппаратов с мешалками различных типов.

Мешалки: 1 — пропеллерные [8]; 2 — пропеллерные [5]; 3 — двухлопастные [5]; 4 — турбинные [5]. Сплошные линии — расчет по уравнениям (4.1.4)

кривые изменения наименьшего локального значения концентрации (в точке, соответствующей верхней части периферийной зоны) при импульсном вводе трассера в верхнюю часть центральной зоны. Здесь же точками обозначены результаты экспериментальных измерений * в аппарате объемом 1 м³. Как следует из рис. 4.3, результаты расчетов хорошо коррелируются с опубликованными в работах [5—8] данными измерений для мешалок различных типов (турбинная, лопастная, пропеллерная) при перемешивании в аппаратах диаметром от 0,3 до 3 м.

Кривые на рис. 4.2 и 4.3 характеризуют влияние условий перемешивания на скорость изменения наименьшего значения локальной концентрации трассера. При вводе трассера в центральную зону аппарата, объем которой, как правило, составляет небольшую часть общего объема, в ней в течение длительного времени может сохраняться весьма высокая концентрация. В связи с этим представляет интерес оценка степени однородности по величине максимальной разности локальных значений концентрации

$$\Delta c_{макс} = \left| \frac{c_{макс} - c_{мин}}{c_н - c_к} \right| \qquad (4.1.6)$$

где $c_{мин} = c_{2z}$.

На рис. 4.4 приведена зависимость $\Delta c_{макс}(\tau)$ для условий, соответствующих кривым $c_{2z}(\tau)$ на рис. 4.2. Из данных, представленных на рис. 4.4, следует, что уменьшение перепада концентраций $\Delta c_{макс}$ происходит тем быстрее, чем меньше $\bar{R}$ (это соответствует сближению значений объемов центральной и периферийной зон). Результаты расчетов и измерений показывают также, что при одной и той же мощности, потребляемой на перемешивание, одинаковая

* Измерения проведены авторами с использованием методики, описанной в работе [7].

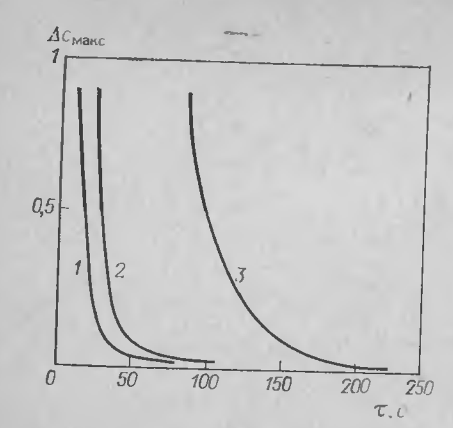


Рис. 4.4. Максимальный перепад локальных значений концентраций (характеристику условий перемешивания см. в подписи к рис. 4.2).

степень однородности смешения, т. е. одинаковое значение $\Delta c_{макс}$, достигается за меньшее время в случае применения мешалок с более высокими значениями k_q (см. раздел 3.3). Для мешалок с одинаковыми k_q уменьшение времени смешения при данной мощности имеет место при снижении значений коэффициентов сопротивления мешалок $\zeta_м$.

Требуемое время или интенсивность перемешивания резко возрастает с ужесточением требований к однородности смешения в аппарате, а расчетное время достижения абсолютной однородности смеси ($\Delta c_{макс} = 0$) равно бесконечности. Разумеется, этот случай — предельный, однако указанный характер зависимости требует от проектировщика внимательного отношения к определению достаточной степени однородности смешения. Необоснованное занижение задаваемых при расчете значений $\Delta c_{макс}$ может привести к резкому ухудшению технико-экономических показателей аппарата. Конкретные требования к степени однородности должны определяться, исходя из особенностей процесса с учетом реальной точности дозирования смешиваемых веществ. На практике в большинстве случаев могут быть приняты значения $\Delta c_{макс}$ порядка 0,05 и более. Время достижения такой степени однородности в промышленных аппаратах средних объемов обычно невелико — 3—10 мин.

Для оценочных расчетов удобен приближенный метод, основанный на использовании упрощенной схемы переноса. Если пренебречь перепадом концентраций по высоте центральной и периферийной зон* и представить каждую из зон идеальным смесителем, то для описания процесса выравнивания концентраций можно воспользоваться решением уравнений (3.3.18):

$$c_2(\tau) = 1 - \exp\left[-\frac{q\bar{R}^4\tau}{V\bar{r}_m^2\left(\bar{R}^2 - \bar{r}_m^2\right)}\right] \quad (4.1.7)$$

где c_2 — средняя концентрация в периферийной зоне в момент τ; V — объем аппарата, м³.

Учитывая, что $V_1c_1 + V_2c_2 = V$, найдем:

$$c_1 = c_2 + \left(\bar{R}^2/\bar{r}_m^2\right)(1 - c_2) \quad (4.1.8)$$

где $V_1 = \pi \bar{r}_m^2 H$ — объем центральной зоны, м³; $V_2 = \pi\left(\bar{R}^2 - r_m^2\right)H$ — объем периферийной зоны, м³; c_1 — средняя концентрация в центральной зоне.

* В данном случае такое упрощение является довольно грубым. Расчеты показывают, что перепад концентраций по высоте сопоставим с $\Delta c_{макс}$, хотя и меньше этой величины.

Максимальный перепад концентраций в рассматриваемом случае

$$\Delta c_{макс}(\tau) = c_1(\tau) - c_2(\tau) \quad (4.1.9)$$

и с учетом (4.1.6) и (4.1.8):

$$\Delta c_{макс} = \frac{\bar{R}^2}{\bar{r}_m^2}\exp\left[-\frac{q\bar{R}^4\tau}{V\bar{r}_m^2\left(\bar{R}^2 - \bar{r}_m^2\right)}\right] \quad (4.1.10)$$

Как следует из рис. 4.2, область применения приближенных уравнений (4.1.6) и (4.1.10) соответствует значениям $0{,}8 \leqslant c_2 \leqslant 0{,}95$. Вне этого диапазона погрешность приближенного метода резко возрастает.

Время гомогенизации, оцениваемое по наименьшему локальному значению концентрации c_{2z}, не зависит от места ввода в аппарат, и приближенное уравнение (4.1.6) может быть использовано при вводе как в центральную, так и в периферийную зону. Величина $\Delta c_{макс}$ при вводе в зону большего объема существенно снижается. Таким образом, в тех случаях, когда цель перемешивания состоит в достижении заданного перепада концентраций за минимальное время, ввод распределяемого вещества необходимо осуществлять в зону большего объема.

Рассмотренные выше закономерности и приведенные уравнения применимы, если распределение концентраций смешиваемых веществ по радиусу каждой из зон аппарата близко к равномерному. При малой высоте аппарата по сравнению с его диаметром ($H/D <$ $< 0{,}5$) и больших отношениях радиусов аппарата и мешалки ($\bar{R} > 6$) разница локальных значений концентрации в радиальном направлении может быть существенной. Когда разность концентраций в осевом и окружном направлениях мала по сравнению с их перепадом по радиусу, процесс выравнивания концентраций описывается уравнением (3.3.32) *.

Для решения уравнения (3.3.32) воспользуемся, как и в предыдущем случае, конечно-разностной схемой модели переноса [9]. Представим объем аппарата в виде совокупности z концентрических элементарных объемов равной ширины. Каждый из этих объемов рассматривается как ячейка идеального смешения с концентрацией c_i, обмен между ячейками является результатом турбулентной диффузии. При достаточно больших z градиент концентрации на границе соседних элементарных объемов i и $i + 1$ можно выразить следующим образом:

$$\frac{dc}{dr} = \frac{c_{i+1} - c_i}{r_{i+1} - r_i} = \frac{c_{i+1} - c_i}{R/z} \quad (4.1.11)$$

* Это описание, как и последующий анализ, не отражает наличия переноса веществ радиальным потоком и результаты расчета времени радиального переноса следует рассматривать как верхнюю оценку. Отметим, что при больших $\bar{R}$ в связи с быстрым затуханием радиальной скорости такая оценка оказывается весьма близкой к фактически наблюдаемым значениям [9].

Тогда математическое описание процесса выравнивания концентраций сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\pi r_1^2 \frac{dc_1}{d\tau} = \frac{2\pi r_1}{R/z} D^{\text{п}}_{\text{p}1} (c_2 - c_1)$$

. . . .

$$\pi \left(r_i^2 - r_{i-1}^2\right) \frac{dc_i}{d\tau} = \frac{2\pi}{R/z} \left[D^{\text{п}}_{\text{p}\,(i-1)} r_{i-1} (c_{i-1} - c_i) - D^{\text{п}}_{\text{p}i} r_i (c_{i+1} - c_i) \right] \quad (4.1.12)$$

. . . .

$$\pi \left(R^2 - r_{z-1}^2\right) \frac{dc_z}{d\tau} = \frac{2\pi r_{z-1}}{R/z} D^{\text{п}}_{\text{p}\,(z-1)} (c_{z-1} - c_z)$$

где $D^{\text{п}}_{\text{p}i}$ — локальное значение коэффициента турбулентного переноса на окружности радиуса r_i, определяемое по уравнениям (3.3.9) и (3.3.11), м²/с; $r_i = iR/z$ — внешний радиус i-й ячейки, м.

При больших R объем центральной зоны, ограниченный поверхностью с радиусом $r_m < r_0$, составляет незначительную часть объема аппарата, и продолжительность процесса выравнивания концентраций полностью определяется интенсивностью переноса в периферийной зоне. Это позволяет упростить решение системы (4.1.12) и использовать для всего аппарата уравнение коэффициента турбулентной диффузии (3.3.11), полученное для периферийной зоны. Полагая, что $R - r_m \approx R$, имеем:

$$D^{\text{п}}_{\text{p}i} \approx \alpha_{\text{p}}^2 \omega_0 r_0^2 (\psi_1 + \psi_2 + 1) \frac{R^2}{r_i^2} \quad (4.1.13)$$

где ψ_1 и ψ_2 — параметры распределения скорости; α_{p} — коэффициент, равный 0,22 (см. раздел 3.3).

Далее, вводя безразмерную переменную

$$\bar{\tau} = 2\tau\alpha_{\text{p}}^2 \omega_0 (\psi_1 + \psi_2 + 1) z^4 / R^2 \quad (4.1.14)$$

упростим систему уравнений (4.1.12), представив ее в обобщенной форме:

$$\frac{dc_1}{d\bar{\tau}} = c_2 - c_1$$

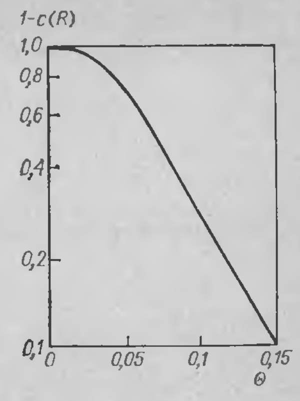
$$\frac{dc_i}{d\bar{\tau}} = \frac{\dfrac{c_{i+1} - c_i}{i} - \dfrac{c_i - c_{i-1}}{i-1}}{2i - 1} \quad (4.1.15)$$

. . . .

$$\frac{dc_z}{d\bar{\tau}} = \frac{c_{z-1} - c_z}{(z-1)(2z-1)}$$

Таким образом, распределение концентраций оказывается функцией только одной переменной $\bar{\tau}$. Решение системы уравнений (4.1.15) дает возможность получить обобщенные результаты для

Рис. 4.5. Зависимость величины $1-c(R)$ от комплекса Θ при импульсном вводе трассера в центр аппарата.



разных значений переменной Θ, выражаемой как

$$\Theta = \bar{\tau}/z^4 = 2\tau\alpha_{\text{p}}^2 \omega_0 (\psi_1 + \psi_2 + 1)/\bar{R}^2 \quad (4.1.16)$$

На рис. 4.5 приведена кривая изменения концентрации $c(R) = f(\Theta)$ для случая ввода распределяемого вещества в центральную часть аппарата, что соответствует граничным условиям

$$c_1 = z^2; \quad c_2 = \dots = c_i = \dots = c_z = 0 \quad \text{при} \quad \bar{\tau} = 0 \quad (4.1.17)$$

Использование этой кривой позволяет проводить оценку времени достижения заданной степени однородности поля концентраций в радиальном направлении по формуле

$$\tau = \frac{\Theta \bar{R}^2}{2\alpha_{\text{p}}^2 \omega_0 (\psi_1 + \psi_2 + 1)} \quad (4.1.18)$$

При расчетах значения ψ_1 и ψ_2 вычисляются по методикам, приведенным в гл. 2.

Аппараты непрерывного действия. При расчете и математическом моделировании технологических процессов непрерывнодействующие (проточные) аппараты с мешалками, как правило, полагают идеальными смесителями [3, 10]. Однако условия однородного распределения концентраций смешиваемых веществ, отвечающие этой модели, в реальных аппаратах выполняются далеко не всегда, и степень близости к идеальному смешению обычно зависит от условий перемешивания в аппарате. В связи с этим целесообразно рассмотреть особенности формирования поля концентраций в аппаратах при непрерывном режиме их работы. Основой анализа, как и в случае аппаратов периодического действия, служит циркуляционно-диффузионная модель макромасштабного переноса (рис. 4.6).

При значениях расходов смешиваемых веществ G и g (в м³/с), малых по сравнению с циркуляционным расходом жидкости в аппарате *, и условиях ввода и вывода потоков, соответствующих

Рис. 4.6. Схемы (*а* и *б*) циркуляционно-диффузионной модели распределения потоков вещества в непрерывнодействующем аппарате без отражательных перегородок.

* Это условие практически всегда выполняется.

схеме, представленной на рис. 4.6, *а*, распределение концентраций описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}&(g+q)\frac{dc_1}{dh} - F_1D_1\frac{d^2c_1}{dh^2} = 0 \qquad \text{при} \quad 0\leqslant r\leqslant r_m\\ &(g+q)\frac{dc_2}{dh} - F_2D_2\frac{d^2c_2}{dh^2}=0 \qquad \text{при}\quad r_m\leqslant r\leqslant R\end{aligned}\right\} \qquad (4.1.19)$$

с граничными условиями:

$$(g+q)(c_1-c_2)+D_2F_2\frac{dc_2}{dh}=0;\qquad \frac{dc_1}{dh}=0 \qquad \text{при}\quad h=0 \qquad (4.1.20)$$

$$Gc_2+D_2F_2\frac{dc_2}{dh}=0;\qquad gc_0+qc_2-(q+g)c_1+D_1F_1\frac{dc_1}{dh}=0 \qquad\text{при}\quad h=H \qquad (4.1.21)$$

Полагая

$$z=h/H;\qquad c_0=(G+g)/g \ ^{*} \qquad (4.1.22)$$

приведем уравнения (4.1.19)—(4.1.21) к безразмерному виду:

$$\frac{d^2c_1}{dz^2}-\frac{(g+q)H}{D_1F_1}\frac{dc_1}{dz}=0 \qquad (4.1.23а)$$

$$\frac{d^2c_2}{dz^2}-\frac{(g+q)H}{D_2F_2}\frac{dc_2}{dz}=0 \qquad (4.1.23б)$$

$$\frac{(g+q)H}{D_2F_2}(c_1-c_2)+\frac{dc_2}{dz}=0;\qquad \frac{dc_1}{dz}=0 \qquad \text{при}\quad z=0 \qquad (4.1.24)$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{GH}{D_2F_2}c_2+\frac{dc_2}{dz}=0\\ &\frac{qH}{D_1F_1}c_2-\frac{(g+q)H}{D_1F_1}c_1+\frac{(G+g)H}{D_1F_1}+\frac{dc_1}{dz}=0 \qquad \text{при}\quad z=1\end{aligned}\right\} \qquad (4.1.25)$$

Уравнения (4.1.23) связаны между собой только граничными условиями, поэтому они могут быть решены независимо одно от другого:

$$c_1=A_1\exp\left[\frac{H(g+q)}{D_1F_1}z\right]+A_2;\qquad c_2=B_1\exp\left[\frac{H(g+q)}{D_2F_2}z\right]+B_2 \qquad (4.1.26)$$

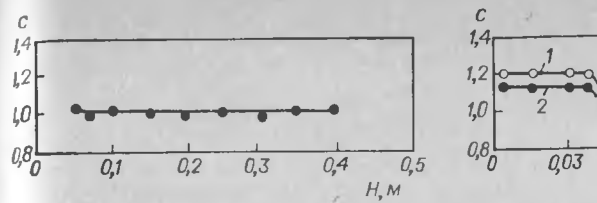
Постоянные коэффициенты A_1, A_2, B_1, B_2 определяются на основании граничных условий (4.1.24) и (4.1.25)

$$A_1=0;\qquad A_2=\frac{g+G+q}{g+q};\qquad B_1=-\frac{G}{q+g}\exp\left[\frac{H(g+q)}{D_2F_2}\right];$$

$$B_2=\frac{g+G+q}{g+q} \qquad (4.1.27)$$

---

* Второе из условий (4.1.22) соответствует значению концентрации на выходе $c_{вых}=1$.



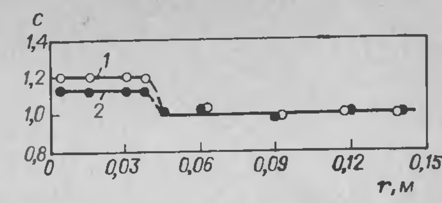


Рис. 4.7. Распределение концентрации трассера по высоте периферийной зоны в непрерывнодействующем аппарате (D = 0,4 м; двухлопастная мешалка, $d_м$ = 0,15 м, n = 3 об/с; распределение потоков — схема по рис. 4.6, *а*).

Сплошная линия — расчет по уравнениям (4.1.28).

Рис. 4.8. Распределение концентрации трассера по радиусу в непрерывнодействующем аппарате (D = 0,3 м; двухлопастная мешалка, $d_м$ = 0,1 м; схема распределения потоков — по рис. 4.6, *б*).

Частота вращения мешалки (в об/с): *1* — 2; *2* — 4. Сплошные линии — расчет по уравнениям (4.1.28).

Таким образом, уравнения для расчета концентраций в центральной и периферийной зонах имеют следующий вид:

$$c_1=\frac{g+G+q}{g+q} \qquad (4.1.28а)$$

$$c_2=\frac{g+G+q}{g+q}-\frac{G}{g+q}\exp\left[-\frac{H(g+q)}{D_2F_2}(1-z)\right] \qquad (4.1.28б)$$

Применительно к условиям ввода, представленным на рис. 4.6, *б*, уравнение (4.1.23б) примет вид

$$\frac{d^2c_2}{dz^2}-\frac{(g+G+q)H}{D_2F_2}\frac{dc_2}{dz}=0 \qquad (4.1.29)$$

и при граничных условиях

$$\frac{dc_1}{dz}=0;\qquad (g+q)(c_1-c_2)-Gc_2+\frac{D_2F_2}{H}\frac{dc_2}{dz}=0 \qquad \text{при}\quad z=0 \qquad (4.1.30)$$

$$\frac{dc_2}{dz}=0;\qquad (g+q)(c_2-c_1)+\frac{D_1F_1}{H}\frac{dc_1}{dz}=0 \qquad \text{при}\quad z=1 \qquad (4.1.31)$$

решение уравнений (4.1.23а) и (4.1.29) приводит к выражениям

$$c_1=\frac{g+G+q}{g+q};\qquad c_2=1 \qquad (4.1.32)$$

Из полученных зависимостей следует, что при вводе трассера в верхнюю часть центральной зоны, а растворителя — в нижнюю часть периферийной зоны (рис. 4.6, *б*) концентрация в каждой из зон сохраняется постоянной. В случае верхнего ввода обоих смешиваемых потоков (рис. 4.6, *а*) имеет место изменение концентрации по высоте периферийной зоны, описываемое уравнением (4.1.28б). На практике в условиях, когда $g \ll q$, а отношения размеров аппаратов не слишком отличаются от традиционных ($H/D \leqslant 3$), значение комплекса $\frac{g+q}{D_2F_2}H$ из-за высокой интенсивности турбулентного обмена существенно меньше единицы и изменение концентрации по высоте периферийной зоны, так же как и центральной, незначительно (рис. 4.7). Различие же между концентрациями в двух зо-

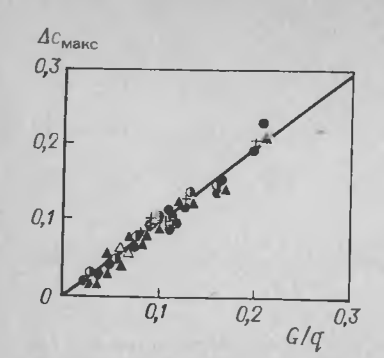


Рис. 4.9. Зависимость степени однородности смешения от расхода через аппарат.
Сплошная линия — расчет по уравнению (4.1.33).

нах может быть существенным (рис. 4.8 и 4.9). Максимальное значение перепада концентраций * определяется в соответствии с (4.1.28) как

$$\Delta c_{\text{макс}} = c_1 - c_2 = G/(g+q) \quad (4.1.33)$$

Обычно g много меньше q, поэтому величину циркуляционного расхода, достаточную для достижения заданной степени однородности в аппарате, можно определять по формуле

$$q \geqslant G/\Delta c_{\text{п. д}} \quad (4.1.34)$$

где $\Delta c_{\text{п. д}}$ — предельно допустимое значение разности локальных концентраций в аппарате.

Аппараты с отражательными перегородками.** В разделе 3.4 было показано, что в аппаратах с отражательными перегородками перенос растворенных веществ осуществляется одновременно циркуляционным потоком и турбулентной диффузией. В соответствии со схемой, приведенной на рис. 3.15, объем аппарата может быть представлен состоящим из двух концентрических зон, соответствующих восходящей и нисходящей ветвям циркуляционного контура, при этом в каждой зоне имеет место турбулентная диффузия. Однако, в отличие от аппаратов без отражательных перегородок, в данном случае обмен между зонами осуществляется не только вследствие циркуляции, но и за счет турбулентной диффузии через границу раздела зон, соответствующую нулевому значению осевой составляющей скорости. Отношение площадей поперечного сечения двух зон не зависит от соотношения радиусов аппарата и мешалки и всегда близко к единице.

Другое отличие состоит в том, что все пространственные составляющие скорости и их градиенты в аппаратах с отражательными перегородками являются величинами одного порядка. Это позволяет пренебречь различием значений коэффициента турбулентной диффузии в осевом и радиальном направлениях. Если упростить приведенную схему переноса и считать поле концентраций осесимметричным, а градиент концентраций на границе раздела зон выразить в линейном приближении как

$$\left(\frac{\partial c}{\partial r}\right)_{r_{\text{ц}}} \approx \frac{c_1 - c_2}{R/2} \quad (4.1.35)$$

* Для условий ввода, представленных на рис. 4.6, *а*, максимальный перепад концентраций имеет место при $z = 1$.

** Излагаемые ниже результаты получены авторами совместно с Ю. В. Кокотовым и Л. С. Гордеевым.

то можно, следуя [11], описать процесс выравнивания концентраций уравнениями:

$$\frac{\partial c_1}{\partial \tau} = w\frac{\partial c_1}{\partial h} - D_{\text{т}}\frac{\partial^2 c}{\partial h^2} - \frac{4D_{\text{т}}}{Rr_{\text{ц}}}(c_1 - c_2);$$
$$\frac{\partial c_2}{\partial \tau} = w\frac{\partial c_2}{\partial h} - D_{\text{т}}\frac{\partial^2 c}{\partial h^2} + \frac{4D_{\text{т}}}{Rr_{\text{ц}}}(c_1 - c_2) \quad (4.1.36)$$

Здесь $r_{\text{ц}} = 0{,}71R$ — радиус границы зон *, w — средняя скорость осевого циркуляционного потока, м/с (см. раздел 2.2); $D_{\text{т}}$ — осредненное значение коэффициента турбулентной диффузии (см. раздел 3.4).

Используя новые переменные

$$\varphi = \frac{c_1 + c_2}{2}; \quad \Omega = \frac{c_1 - c_2}{2}; \quad A = 64\sqrt{2}\left(\frac{H}{R}\right)^2\frac{1}{\text{Pe}};$$
$$\text{Pe} = \frac{wH}{D_{\text{т}}}; \quad z = \frac{h}{H} \quad (4.1.37)$$

приведем уравнения (4.1.36) к виду

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} - \frac{1}{\text{Pe}}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \Omega}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} - \frac{1}{\text{Pe}}\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} + 2A\Omega = 0 \quad (4.1.38)$$

Точное решение этой системы уравнений при граничных условиях

$$\Omega = 0 \quad \text{и} \quad \varphi = \delta^+(z) \quad \text{при} \quad \tau = 0 \quad (4.1.39)$$
$$\Omega = 0 \quad \text{при} \quad z = 0 \quad \text{и} \quad z = 1 \quad (4.1.40)$$

можно представить [11] как

$$\varphi = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(\pi k z); \quad \Omega = \sum_{k=0}^{\infty} B_k \sin(\pi k z) \quad (4.1.41)$$

Здесь $\delta^+(z)$ — односторонняя дельта-функция Дирака; $A_0 = 1$, $B_0 = 0$;

$$A_k = \begin{cases} 2\left(\text{ch}\sqrt{A^2 - \pi^2k^2}\,\tau + \dfrac{A\,\text{sh}\sqrt{A^2 - \pi^2k^2}\,\tau}{\sqrt{A^2 + \pi^2k^2}}\right)\exp\left[-\left(A + \dfrac{\pi^2k^2}{\text{Pe}}\right)\tau\right] & \text{при } k < \dfrac{A}{\pi} \\ 2\left(\cos\sqrt{-A^2 + \pi^2k^2}\,\tau + \dfrac{A\sin\sqrt{-A^2 + \pi^2k^2}\,\tau}{\sqrt{-A^2 + \pi^2k^2}}\right)\exp\left[-\left(A + \dfrac{\pi^2k^2}{\text{Pe}}\right)\tau\right] & \text{при } k \geqslant \dfrac{A}{\pi} \end{cases} \quad (4.1.42а)$$

$$B_k = \begin{cases} \dfrac{2\pi k\,\text{sh}\sqrt{A^2 - \pi^2k^2}\,\tau}{\sqrt{A^2 - \pi^2k^2}}\exp\left[-\left(A + \dfrac{\pi^2k^2}{\text{Pe}}\right)\tau\right] & \text{при } k < \dfrac{A}{\pi} \\ \dfrac{2\pi k\sin\sqrt{-A^2 + \pi^2k^2}\,\tau}{\sqrt{-A^2 + \pi^2k^2}}\exp\left[-\left(A + \dfrac{\pi^2k^2}{\text{Pe}}\right)\tau\right] & \text{при } k \geqslant \dfrac{A}{\pi} \end{cases} \quad (4.1.42б)$$

* Это условие соответствует равенству площадей поперечного сечения зон.

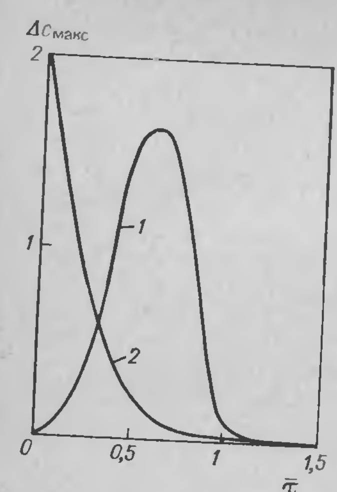


Рис. 4.10. Изменение максимального перепада концентраций в аппарате с перегородками во времени при Pe = 17,2:

1 — расчет по уравнению (4.1.43); 2 — расчет по приближенному уравнению (4.1.48).

С учетом $\Omega = (c_1 - c_2)/2$ получаем:

$$\Delta c = 2\Omega = 2 \sum_{k=0}^{\infty} B_k \cos(\pi k z) \qquad (4.1.43)$$

Расчет по формулам (4.1.42) и (4.1.43) оказывается довольно громоздким. Для приближенной оценки степени однородности смешения в аппаратах с отражательными перегородками целесообразно рассмотреть упрощенную математическую модель, представив каждую из зон как зону идеального смешения:

$$\frac{\partial c_1}{\partial \tau} = \frac{w}{H}(c_2 - c_1) - \frac{4D_т}{Rr_ц}(c_1 - c_2); \qquad \frac{\partial c_2}{\partial \tau} = \frac{w}{H}(c_1 - c_2) + \frac{4D_т}{Rr_ц}(c_1 - c_2) \qquad (4.1.44)$$

Начальные условия, соответствующие импульсной подаче трассера в центральную зону *:

$$c_1 = V/V_1 = 2 \quad \text{и} \quad c_2 = 0 \quad \text{при} \quad \tau = 0 \qquad (4.1.45)$$

Решение системы уравнений (4.1.44) при начальных условиях (4.1.45) имеет вид

$$c_1 = 1 + \exp\left[-\left(\frac{8D_т}{Rr_ц} + \frac{2w}{H}\right)\tau\right]; \qquad c_2 = 1 - \exp\left[-\frac{8D_т}{Rr_ц} + \frac{2w}{H}\right)\tau\right] \qquad (4.1.46)$$

Оно позволяет получить аналитическое выражение для приближенной оценки изменения перепада концентрации между зонами во времени:

$$\Delta c = c_1 - c_2 = 2\exp\left[-\left(\frac{8D_т}{Rr_ц} + \frac{2w}{H}\right)\tau\right] \qquad (4.1.47)$$

Учитывая, что в аппаратах с отражательными перегородками $r_ц = 0{,}71R$, а также вводя безразмерную переменную $\bar{\tau} = \tau\,(w/H)$, для случая $H = D$ можно переписать уравнение (4.1.47) в более компактной форме:

$$\Delta c = 2\exp\left[-\left(\frac{45}{\mathrm{Pe}} + 2\right)\bar{\tau}\right] \qquad (4.1.48)$$

Сопоставление результатов расчета по уравнениям (4.1.43) и (4.1.48), приведенное на рис. 4.10, показывает, что, как и в случае

---

* Учитывая, что в аппаратах с отражательными перегородками отношение площадей поперечного сечения центральной и периферийной зон равно единице, объемы этих зон оказываются одинаковыми и равными половине объема аппарата.

аппаратов без отражательных перегородок, упрощенный метод и соответствующее ему уравнение (4.1.47) обеспечивают удовлетворительную точность только при сравнительно высокой степени однородности ($\Delta c \leqslant 0{,}1$). В большинстве случаев это соответствует практическим требованиям к степени однородности смешения, и приближенное уравнение (4.1.48) вполне пригодно для инженерных расчетов. Осредненное значение коэффициента турбулентного переноса $D_т$, необходимое для расчета, вычисляется по уравнению (3.4.12), скорость циркуляционного потока w рассчитывается по формуле:

$$w = \frac{q}{F_1} = \frac{q}{F_2} = \frac{2q}{\pi R^2} \qquad (4.1.49)$$

где q — циркуляционный расход, определяемый по уравнению (2.2.12), м³/с.

4.2. ПОЛЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В АППАРАТАХ БЕЗ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕГОРОДОК ПРИ НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКОВ И СТОКОВ ТЕПЛОТЫ

В соответствии с существующими представлениями [12, 13] механизм переноса теплоты в турбулентном потоке идентичен механизму переноса растворенных веществ и коэффициенты турбулентной диффузии и температуропроводности численно равны между собой. Тем не менее, структура уравнений переноса теплоты и массы в одном и том же аппарате одинакова не всегда и в отдельных случаях может существенно различаться. Главной причиной этого является различие граничных условий, обусловленное источниками и стоками теплоты. Другая причина состоит в том, что коэффициенты молекулярной температуропроводности жидкостей обычно на два порядка выше коэффициентов молекулярной диффузии, и даже при высоких значениях коэффициента турбулентного переноса вклад молекулярного переноса теплоты в отдельных случаях может оказаться заметным. Кроме того, при значительной неоднородности поля температуры в аппарате может возникать естественная конвекция. Применительно к аппаратам с мешалками это обычно не является существенным, в чем нетрудно убедиться по результатам простых количественных оценок.

Пусть объем аппарата без отражательных перегородок имеет две зоны, разделенные цилиндрической поверхностью радиусом r_m. При диаметре и высоте аппарата 2,2 м, диаметре турбинной мешалки 0,71 и частоте вращения мешалки 130 об/мин (стандартный аппарат объемом 10 м³ [14]) радиус границы зон r_m составляет приблизительно 0,3 м, а циркуляционный расход между зонами q равен 0,047 м³/с. Коэффициент турбулентной теплопроводности рассчитывается по уравнению

$$\lambda_т = \rho c_p a_т \qquad (4.2.1)$$

в котором коэффициент турбулентной температуропроводности $a_т$ определяется аналогично коэффициенту турбулентной диффузии по уравнениям (3.3.9)—(3.3.11). Оценка величины $\lambda_т$ дает значение

10^5 Вт/(м·К), что существенно больше коэффициентов молекулярной теплопроводности [например, для воды 0,61 Вт/(м·К)]. Очевидно, что в рассматриваемых условиях молекулярная теплопроводность оказывается существенной только при переносе теплоты через поверхность раздела зон, на которой имеет место резкое снижение коэффициентов турбулентного переноса. Оценим возможную величину теплового потока $Q_м$ через эту поверхность за счет молекулярной теплопроводности:

$$Q_м = 2\pi r_m H \frac{\lambda}{\delta} \Delta t \qquad (4.2.2)$$

где λ — теплопроводность жидкости, Вт/(м·К); Δt — перепад температуры между центральной и периферийной зонами, К.

Величина δ — толщина слоя, в котором резко снижается интенсивность турбулентного переноса — по порядку величины должна быть близка к внутреннему масштабу турбулентности [12], для аппаратов с мешалками δ составляет около 10^{-4} м. Для воды расчет, основанный на приведенных оценках, дает:

$$Q_м = 2\pi \cdot 0,3 \cdot 2,2 \frac{0,61}{10^{-4}} \Delta t = 25\,280\, \Delta t \qquad (4.2.3а)$$

В том же аппарате поток теплоты, переносимый за счет циркуляции, равен

$$Q_ц = q\rho c_p \Delta t = 0,047 \cdot 10^3 \cdot 4,19 \cdot 10^3 \Delta t = 197\,000\, \Delta t \qquad (4.2.3б)$$

где $c_p = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) — теплоемкость воды.

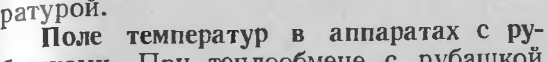
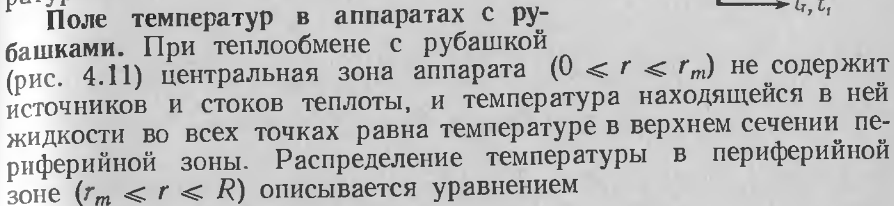
Таким образом, молекулярный перенос теплоты через поверхность раздела зон составляет около 10 % от общего теплового потока между центральной и периферийной зонами и в большинстве случаев может не учитываться *.

Аналогичная оценка влияния естественной конвекции позволяет сделать вывод, что при перепаде температур менее 10 К возникающая разность плотностей жидкости в центральной и периферийной зонах может приводить к изменению циркуляционного расхода q не более чем на 5—10 %. Поскольку столь высокие перепады температуры в аппаратах с мешалками, как правило, не встречаются, естественной конвекцией при расчете поля температур можно пренебречь без заметного искажения результатов. Таким образом, закономерности формирования температурного поля в аппаратах с мешалками можно считать вполне аналогичными рассмотренным применительно к переносу растворенных веществ. Необходимость специального анализа вопросов распределения температуры в настоящей главе вызвана отличием условий на границах, а также присутствием в аппарате источников и стоков теплоты.

---

* Исключение составляют аппараты со скребковыми мешалками, в которых циркуляция жидкости практически отсутствует (см. раздел 4.3).

Рис. 4.11. Схема потоков через аппарат с рубашкой.

Неоднородность температурного поля в аппаратах с мешалками при отсутствии существенных тепловых эффектов реакций может возникать как следствие теплообмена с рубашкой или встроенными теплообменными устройствами, а также из-за ввода потоков с различной температурой.

Поле температур в аппаратах с рубашками. При теплообмене с рубашкой (рис. 4.11) центральная зона аппарата ($0 \leqslant r \leqslant r_m$) не содержит источников и стоков теплоты, и температура находящейся в ней жидкости во всех точках равна температуре в верхнем сечении периферийной зоны. Распределение температуры в периферийной зоне ($r_m \leqslant r \leqslant R$) описывается уравнением

$$\rho c_p q \frac{dt_2}{dh} - \rho c_p a_{т2} F_2 \frac{d^2 t_2}{dh^2} + \frac{f_р}{H} K_р (t_2 - t_р) = 0 \qquad (4.2.4)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{d^2 T_2}{dz^2} - \frac{qH}{a_{т2} F_2} \frac{dT_2}{dz} - \frac{f_р K_р H}{\rho c_p a_{т2} F_2} T_2 = 0 \qquad (4.2.5)$$

Здесь $f_р = 2\pi R H$ — площадь поверхности теплообмена, м², $T_2 = (t_2 - t_р)/(t_0 - t_р)$; $z = h/H$; t_2 — температура в периферийной зоне на высоте h, К; h — вертикальная координата, м; $t_р$ — температура теплоносителя в рубашке, К; F_2 — площадь поперечного сечения периферийной зоны, м²; $K_р$ — коэффициент теплопередачи от перемешиваемой среды к теплоносителю в рубашке, Вт/(м²·К); $a_{т2}$ — осредненное значение коэффициента турбулентной температуропроводности в периферийной зоне, м²/с; t_0 — температура поступающей жидкости, К.

Применительно к случаю ввода потока в центральную зону аппарата граничные условия имеют вид

$$Gc_p\rho (1 - T_1) - f_р K_р \int_0^1 T_2\, dz = 0$$

$$qc_p\rho (T_1 - T_2) + \frac{c_p \rho a_{т2} F_2}{H} \frac{dT_2}{dz} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0 \qquad (4.2.6)$$

$$\frac{dT_2}{dz} = 0 \quad \text{при} \quad z = 1$$

где G — расход жидкости через аппарат, м³/с, $T_1 = (t_1 - t_р)/(t_0 - t_р)$; t_1 — температура в центральной зоне, К.

Решение уравнения (4.2.5) при этих граничных условиях (4.2.6) и постоянной температуре теплоносителя в рубашке:

$$T_2 = A_1 e^{\lambda_1 z} + A_2 e^{\lambda_2 z}; \qquad T_1 = A_1 e^{\lambda_1 z} (1 - Q_1 \lambda_1) + A_2 e^{\lambda_2 z} (1 - Q_1 \lambda_2) \qquad (4.2.7)$$

Здесь

$$A_1 = \frac{1}{1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{e^{\lambda_1}}{e^{\lambda_2}} - Q_2\lambda_1\left(1 - \frac{e^{\lambda_1}}{e^{\lambda_2}}\right) - \frac{Q_2}{\lambda_1}\left[\left(e^{\lambda_1} - 1\right) - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2}\frac{e^{\lambda_1}}{e^{\lambda_2}}\left(e^{\lambda_2} - 1\right)\right]};$$

$$A_2 = -A_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{e^{\lambda_1}}{e^{\lambda_2}} \tag{4.2.8}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{P_1}{2} \pm \sqrt{\frac{P_1^2}{4} + P_2} \tag{4.2.9}$$

$$P_1 = \frac{qH}{a_{т2}F_2}; \qquad P_2 = \frac{2\pi R K_р H^2}{\rho c_p a_{т2} F_2}; \qquad Q_1 = \frac{a_{т2}F_2}{qH};$$

$$Q_2 = \frac{2\pi R K_р H}{G\rho c_p}; \qquad F_2 = \pi\left(R^2 - r_m^2\right)$$

Предельные значения температуры соответствуют верхнему сечению аппарата ($z = 1$), максимальный перепад температуры равен

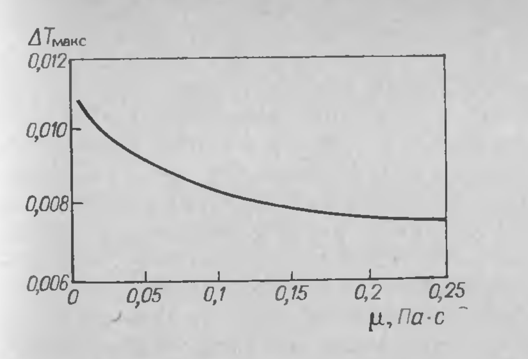
$$\Delta T_{макс} = \left|\frac{t_{2н} - t_1}{t_0 - t_р}\right| \tag{4.2.10}$$

где $t_{2н}$ — температура в верхнем сечении периферийной зоны.

Значение $\Delta T_{макс}$ возрастает с увеличением коэффициента теплоотдачи и снижается с повышением циркуляционного расхода и коэффициента температуропроводности $a_{т2}$.

Уравнения (4.2.7)—(4.2.10) описывают изменение температуры по высоте периферийной зоны. Коэффициент турбулентной температуропроводности $a_{т2}$ при расчетах принимается численно равным коэффициенту турбулентной диффузии D_2 и определяется по формулам, приведенным в разделе 3.2. Сведения, необходимые для расчета коэффициента теплопередачи $K_р$, содержатся в гл. 6.

Расчеты показывают, что степень неоднородности распределения температуры, характеризуемая значением $\Delta T_{макс}$, при близких коэффициентах теплопередачи слабо зависит от типа и размеров мешалки. С увеличением объема аппарата она возрастает, а с повышением вязкости понижается (рис. 4.12). Этот результат представляется неожиданным, однако он вполне объясним, поскольку в пределах значений критерия Рейнольдса, соответствующих турбулентному режиму течения, параметры, определяющие интенсивность турбулентного переноса (циркуляционный расход и коэффициенты турбулентной температуропроводности), зависят от вязкости в очень малой степени, а коэффициент теплоотдачи с увеличением вязкости снижается весьма значительно. Таким образом, уменьшение перепада температуры является естественным следствием уменьшения теплового потока. Для аппаратов типовых конструкций объемом 1—50 м³ [14] при теплоотдаче к жидкостям, теплофизические свойства которых близки к свойствам воды, величина $\Delta T_{макс}$ чаще всего невелика и не выходит за пределы значений 0,05—0,1. При использовании жидких теплоносителей, т. е. при относительно невысоких коэффициентах



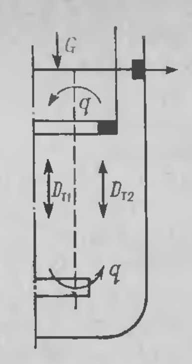


Рис. 4.12. Зависимость $\Delta T_{макс}$ от вязкости μ перемешиваемой среды.

Рис. 4.13. Схема потоков в аппарате с одновитковым змеевиком.

теплопередачи [300—500 Вт/(м²·К)] перепад температур чаще всего оказывается несущественным. При коэффициентах теплопередачи порядка 1500—3000 Вт/(м²·К) и высоких значениях разности температур греющего пара и перемешиваемой жидкости неоднородность распределения температуры может в отдельных случаях приводить к заметному (на 20—30 %) уменьшению теплового потока.

Рассмотренные выше уравнения не отражают наличия теплообмена между перемешиваемой средой и днищем аппарата. Это упрощение не приводит, однако, к существенному искажению значений перепада температуры. Отметим, что для оценки степени неоднородности температурного поля можно пользоваться еще более простым методом, рассматривая центральную и периферийную зоны аппарата как зоны идеального смешения с циркуляционным обменом между ними. Этот прием аналогичен применяемому для оценки неоднородности распределения концентраций в разделе 4.1. При указанном выше способе ввода и вывода потоков (рис. 4.11) упрощенная система уравнений имеет вид

$$qc_p\rho\,(T_1 - T_2) + f_р K_р T_2 = 0; \qquad G\rho c_p + q\rho c_p T_2 - \rho c_p\,(G + q)\,T_1 = 0 \tag{4.2.11}$$

Ее решение дает:

$$T_2 = \frac{1}{1 - \frac{f_р K_р}{q\rho c_p}\left(\frac{G}{q} + 1\right)}; \qquad T_1 = \left(1 - \frac{f_р K_р}{q\rho c_p}\right) T_2 \tag{4.2.12}$$

Аналогичные решения могут быть легко получены для других схем ввода и вывода потока. Такой метод можно с успехом применять для аппаратов с жидкими теплоносителями или при большой толщине стенки, особенно в аппаратах из нержавеющей стали, обладающей сравнительно низкой теплопроводностью. Если же теплообмен лимитируется главным образом теплоотдачей к перемешиваемой жидкости (кипение или конденсация в рубашке), предпочтительнее пользоваться решениями уравнений (4.2.5).

Поле температур в аппаратах со встроенными теплообменными элементами. Теплообменные элементы (чаще всего змеевики) обычно

устанавливаются в периферийной зоне аппаратов ($r_m < r < R$). В тех случаях, когда общая высота змеевиков близка к высоте жидкости в аппарате, распределение температуры в первом приближении может быть описано, как и при теплообмене в аппаратах с рубашками, уравнениями (4.2.5) и (4.2.11), а площадь теплообменной поверхности определяется как $f_з = 2\pi r_з l_з$, где $r_з$ и $l_з$ — радиус и длина трубы змеевика. Чаще всего, однако, высота змеевика существенно меньше высоты заполнения аппарата, что может оказывать существенное влияние на поле температур, и прежде всего — на характер распределения температуры по высоте периферийной зоны. Для оценки этого влияния рассмотрим предельный случай (рис. 4.13) — теплообмен со змеевиком, имеющим нулевую высоту при конечном тепловом потоке и расположенным в периферийной зоне на высоте h_0. При отсутствии перепада температуры по радиусу периферийной зоны такой змеевик можно представить как плоский источник теплоты площадью F_2 с напряженностью (удельным тепловым потоком)

$$I = N_т/F_2 \qquad (4.2.13)$$

Здесь

$$N_т = f_з K_з (t_з - t_2) \qquad (4.2.14)$$

где $K_з$ — коэффициент теплопередачи от перемешиваемой среды к теплоносителю в змеевике, Вт/(м^2·К); $t_з$ — температура теплоносителя в змеевике, К; t_0 — температура поступающей жидкости, К.

При размещении ввода и вывода, представленном на рис. 4.13, перенос теплоты в периферийной зоне описывается уравнением:

$$q \frac{dt_2}{dh} - a_{т2} F_2 \frac{d^2 t_2}{dh^2} = 0 \qquad (4.2.15)$$

или с учетом $T_2 = (t_2 - t_з)/(t_0 - t_з)$ [см. уравнение (4.2.5)]

$$\frac{d^2 T_2}{dz^2} - \frac{qH}{a_{т2} F_2} \frac{dT_2}{dz} = 0 \qquad (4.2.16)$$

Плоскость расположения источника теплоты z_0 делит периферийную зону по высоте на две части, и уравнение (4.2.16) должно решаться отдельно для каждой из этих частей.

Граничные условия для участка $z \geq z_0$:

$$\left.\begin{aligned} T &= T_{02} && \text{при } z = z_0 \\ \frac{dT_2}{dz} &= 0 && \text{при } z = 1 \end{aligned}\right\} \qquad (4.2.17)$$

Общее решение уравнения (4.2.16) имеет вид

$$T_2 = A_1 + A_2 e^{\lambda z} \qquad (4.2.18)$$

где $\lambda = (qH)/(a_{т2} F_2)$.

Учитывая, что в соответствии с (4.2.17)

$$\left.\frac{dT_2}{dz}\right|_{z=1} = A_2 \lambda e^{\lambda} = 0 \qquad (4.2.19)$$

имеем:

$$A_2 = 0 \quad \text{и} \quad A_1 = T_{02} \qquad (4.2.20)$$

Таким образом, на участке выше плоскости расположения источника тепла (змеевика) температура постоянна по высоте.

Для области $0 \leq z \leq z_0$, расположенной ниже змеевика, представим решение уравнения (4.2.16) как

$$T_2 = B_1 + B_2 e^{\lambda z} \qquad (4.2.21)$$

при условиях однозначности:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dT_2}{dz} - \lambda (T_1 - T_2) &= 0 && \text{при } z = 0 \\ \frac{dT_2}{dz} - pT_2 &= 0 && \text{при } z = z_0 \end{aligned}\right\} \qquad (4.2.22)$$

где

$$P = \frac{K_з f_з H}{a_{т2} \rho c_p F_2}; \qquad \lambda = \frac{qH}{a_{т2} F_2}.$$

Совместное решение уравнений (4.2.22) с учетом $T_1 - 1 + QT_{02} = 0$ дает:

$$B_1 = 1 - T_{02}\left(\frac{2P}{\lambda e^{\lambda z_0}} - Q\right); \qquad B_2 = -\frac{PT_{02}}{\lambda e^{\lambda z_0}} \qquad (4.2.23)$$

Здесь

$$Q = \frac{f_з K_з}{G \rho c_p}; \qquad T_{02} = \frac{1}{1 + Q + \frac{P}{\lambda}(1 - 2e^{-\lambda z_0})} \qquad (4.2.24)$$

Используя уравнения (4.2.23) и (4.2.24), нетрудно убедиться, что при реальных значениях коэффициентов теплопередачи и площади поверхности теплообмена интенсивность перемешивания в аппаратах с мешалками обычно вполне достаточна для практически полного выравнивания температуры по высоте. Перепад температуры между зонами также невелик и понижается с уменьшением величины теплового потока. Эти выводы совпадают с результатами экспериментальных измерений температуры. Опытные данные были получены в аппарате с кольцевым электронагревателем в периферийной зоне. Они указывают на постоянство температуры как по высоте, так и по радиусу центральной и периферийной зоны, каждая из которых в данных условиях по-существу представляет собой зону идеального смешения. Перепад температуры между зонами может достигать сравнительно высоких значений (см. рис. 4.14).

Таким образом, для расчета распределения температуры в аппаратах со змеевиками с полным основанием можно применять упрощенные уравнения (4.2.12); расчет значений q и $K_з$ проводится при этом по методикам, изложенным в гл. 3 и 6. Необходимо заметить, однако, что рассмотренные закономерности распределения температуры характерны только для аппаратов со змеевиками, поверхность которых составляет около половины поверхности стенок и менее, а конструкция крепления не создает значительного гидравлического сопротивления окружному потоку. Установка змеевиков с большой поверхностью, и особенно — многорядных змеевиков, приводит к увеличению гидравлического сопротивления циркуляционного контура и

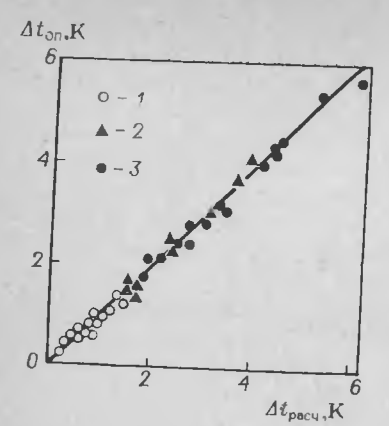


Рис. 4.14. Сопоставление расчетных и опытных значений перепада температуры между зонами.

Объем аппарата (в м³): *1* — 0,05; *2* — 0,17; *3* — 1,2.

снижению величины циркуляционного расхода q. Следствием этого может явиться увеличение неоднородности поля температуры в аппарате.

При вводе потоков с различной температурой характер ее распределения в объеме аппарата оказывается аналогичным наблюдаемому в случае теплообмена со змеевиками при малых тепловых нагрузках и поток нагретой жидкости играет роль источника теплоты. Аппарат в этих условиях рассматривается как состоящий из двух зон идеального смешения; значения температуры в каждой из зон определяются путем решения простейших уравнений теплового баланса, аналогичных уравнениям (4.2.11). Например, при вводе горячей воды в центральную зону, а холодной воды — в периферийную зону и выводе потоков из периферийной зоны уравнения теплового баланса для центральной зоны и аппарата в целом имеют вид

$$G_г t_г + q t_2 - (G_г + q)\, t_1 = 0; \qquad G_г t_г + G_х t_х - (G_х + G_г)\, t_2 = 0 \tag{4.2.25}$$

где $G_г$, $G_х$ — расход горячей и холодной воды, м³/с, $t_г$, $t_х$ — температура горячей и холодной воды, К.

Отсюда

$$t_2 = \frac{G_г t_г + G_х t_х}{G_г + G_х} \tag{4.2.26}$$

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{G_г G_х\, (t_г - t_х)}{(G_г + q)\,(G_г + G_х)} \tag{4.2.27}$$

Сопоставление расчетных и опытных значений Δt в аппарате при вводе потоков с различной температурой приведено на рис. 4.14.

4.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В АППАРАТАХ СО СКРЕБКОВЫМИ МЕШАЛКАМИ

Объем аппаратов со скребковыми мешалками, так же как и аппаратов с мешалками других типов, состоит из двух концентрических зон, разделенных цилиндрической поверхностью, радиус которой $r_m = r_c$ (см. раздел 2.1) в данном случае не зависит от интенсивности перемешивания. Особенность аппаратов со скребковыми мешалками заключается в том, что циркуляция жидкости между зонами практически отсутствует и обмен теплотой и массой может осуществляться только в результате радиального переноса через поверхность раздела зон. Это приводит к возникновению в аппарате значительной, гораздо бо́льшей по сравнению с мешалками других типов, неоднородности

смешения, воспринимаемой иногда как наличие в аппарате застойной зоны. Приближенный расчет скорости переноса через границу r_c может быть выполнен, если допустить, что в непосредственной близости от нее коэффициент турбулентного переноса резко уменьшается и становится сопоставимым по величине с коэффициентом молекулярной теплопроводности, а при $r = r_c$ обращается в нуль. Тогда для описания распределения температуры в аппарате следует воспользоваться значением коэффициента температуропроводности a, которое представляет собой сумму коэффициентов турбулентной и молекулярной температуропроводности [15] и изменяется по радиусу:

$$a = a^{л}_{т.\,р} + a_м = a^{л}_{т.\,р} + \lambda/(c_p \rho) \tag{4.3.1}$$

где $a^{л}_{т.\,р}$ — локальное значение коэффициента турбулентной температуропроводности на радиусе r, м²/с; $a_м$ — коэффициент молекулярной температуропроводности, м²/с; λ — коэффициент молекулярной теплопроводности перемешиваемой среды, Вт/(м·К).

Как показано в гл. 3, локальные значения коэффициента турбулентной температуропроводности являются функцией градиента окружной скорости на радиусе r, их зависимость от конструкции и размеров мешалки, а также от свойств среды выражается в соответствии с (3.3.9) и (3.3.30) для центральной зоны аппарата ($0 \leqslant r \leqslant r_c$) уравнением

$$a^{л}_{т.\,р} = D^{л}_{т.\,р} = 0{,}0121 \omega_0 r_c^2 \left(4\psi_1 \bar{r}^2 - \bar{r} - 1\right)(\bar{r} - 1) \tag{4.3.2}$$

а для периферийной зоны ($r_c \leqslant r \leqslant R$)

$$a^{л}_{т.\,р} = D^{л}_{т.\,р} = 0{,}0242 \omega_0 r_c^2 \,(0{,}67 - 0{,}33\psi_1)\,(\bar{r} - 1) \tag{4.3.3}$$

где $\bar{r} = r/r_c$; ψ_1 — параметр распределения скорости, определяемый путем решения уравнения (2.1.67).

Воспользуемся уравнениями (4.3.2) и (4.3.3) для оценки характера распределения температуры по радиусу на примере простого случая — переноса теплоты к стенке в аппарате с равномерно распределенным в объеме источником теплоты интенсивностью $q_т$ Вт/м³. Допустим при этом полное отсутствие градиента температуры по высоте ($dt/dh = 0$). В рассматриваемых условиях радиальный перенос теплоты описывается уравнением

$$\frac{dt}{dr} + \frac{q_т r}{2 a \rho c_p} = 0 \tag{4.3.4}$$

или в безразмерной форме с учетом (4.3.1)

$$\frac{dT}{d\bar{r}} + \frac{\bar{r}}{2\left(\dfrac{a^{л}_{т.\,р}}{a_м} + 1\right)} = 0 \tag{4.3.5}$$

Здесь

$$T = \frac{(t - t_0)\,\lambda}{r_c^2 q_т} \tag{4.3.6}$$

где t_0 — температура на оси аппарата, К.

5*

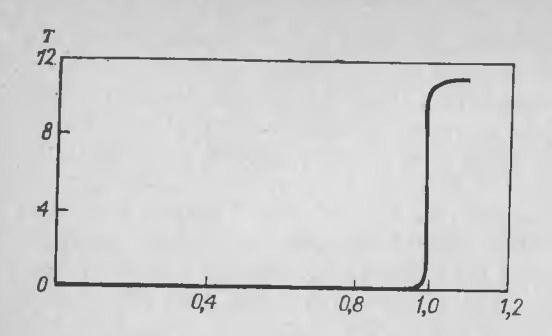


Рис. 4.15. Расчетный радиальный профиль температуры в аппарате со скребковой мешалкой.

Качественный анализ этого уравнения в сочетании с (4.3.2) и (4.3.3) показывает, что при значениях относительного радиуса $\bar r$, близких к единице (что соответствует границе зон), величина $a^{л}_{т.\,р}$ приближается к нулю и градиент температуры $dT/d\bar r$ при $\bar r = 1$ приобретает максимальное значение. Численное решение уравнения (4.3.5) при граничных условиях

$$T = 0 \qquad \text{при} \quad \bar r = 0$$

позволяет убедиться в том, что при значениях $-0{,}5 \leqslant \psi_1 \leqslant 0{,}5$, соответствующих турбулентному режиму перемешивания в аппаратах со скребковыми мешалками, температура среды в центральной и периферийной зонах аппарата оказывается практически выравненной (рис. 4.15), а область существенных температурных градиентов локализована в узком кольцевом пространстве, непосредственно примыкающем к поверхности нулевого градиента скорости ($\bar r = 1$). Такой вид распределения температуры характерен для системы, состоящей из двух областей идеального смешения, разделенных стенкой с некоторым конечным термическим сопротивлением. Эта модель и принимается за основу при расчете распределения температуры в аппаратах со скребковыми мешалками [15]. Физический смысл понятия термического сопротивления можно пояснить, рассматривая границу раздела зон как некоторый объем, заключенный между цилиндрическими поверхностями с радиусами r_1 и r_2. Поскольку толщина $r_2 - r_1$ мала по сравнению с радиусом кривизны r_c, радиальный перенос теплоты может быть описан простой зависимостью

$$Q = 2\pi r_c H \rho c_p a \frac{dt}{dr} = 2\pi r_c H \frac{dt}{dR_т}$$

Здесь $dR_т$ — термическое сопротивление слоя (в К·м²/Вт) толщиной dr с коэффициентом температуропроводности $a\,(r)$:

$$dR_т = dr/(\rho c_p a) \tag{4.3.7}$$

Отсюда полное термическое сопротивление

$$R_т = \frac{1}{\rho c_p}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{a} = \frac{r_c}{\rho c_p}\int_{\bar r_1}^{\bar r_2}\frac{d\bar r}{a} \tag{4.3.8}$$

Выражая зависимость температуропроводности от радиуса по уравнениям (4.3.1)—(4.3.3) и принимая $\bar r_1 = 0{,}99$ и $\bar r_2 = 1{,}01$, имеем:

$$R_т = \frac{r_c}{\rho c_p}\left[\int_{0,99}^{1}\frac{d\bar r}{0{,}0121\omega_0 r_c^2\left(4\psi_1\bar r^2 - \bar r - 1\right)(\bar r - 1) + a_м} + \int_{1}^{1,01}\frac{d\bar r}{0{,}0242\omega_0 r_c^2\,(0{,}67 - 0{,}33\psi_1)\,(\bar r - 1) + a_м}\right] \tag{4.3.9}$$

При интегрировании в рассматриваемых пределах с достаточным приближением можно считать, что

$$4\psi_1\bar r^2 - \bar r - 1 \approx 4\psi_1 - 2 \tag{4.3.10}$$

С учетом этого упрощения интегрирование выражения (4.3.9) приводит к уравнению, которое связывает величину термического сопротивления границы раздела зон с параметром распределения скорости ψ_1, а через него — с геометрическими размерами аппарата, скребковой мешалки и свойствами среды:

$$R_т = \frac{r_c}{0{,}0081\omega_0 r_c^2\rho c_p}\left[\frac{1}{3\,(1 - 2\psi_1)}\ln\frac{2{,}42\cdot10^{-4}\omega_0 r_c^2\,(2\psi_1 - 1)}{a_м} + \frac{1}{2 - \psi_1}\ln\frac{8{,}1\cdot10^{-5}\omega_0 r_c^2\,(2 - \psi_1)}{a_м}\right] \tag{4.3.11}$$

Таким образом, при расчете распределения температуры аппарат со скребковой мешалкой может рассматриваться [15] как состоящий из двух концентрических зон, разделенных поверхностью радиусом r_c, которая обладает термическим сопротивлением $R_т$. Распределение температуры по радиусу каждой из зон практически равномерно, и основным фактором, определяющим характер распределения температуры в каждой из зон, является турбулентная диффузия в осевом направлении. Для ее учета, как и в случае осевого переноса в аппаратах с мешалками других конструкций, достаточно воспользоваться осредненными значениями коэффициентов турбулентного переноса (турбулентной температуропроводности) в каждой из зон, которые рассчитываются по уравнениям (см. раздел 3.3)

$$a_1 = \frac{2}{r_c^2}\int_0^{r_c}\alpha_o^2 r_c^2\left|\frac{dv}{dr}\right| r\,dr = 0{,}05\omega_0 r_c^2\,(1{,}6\psi_1 + 1{,}5\psi_2 + 1) \tag{4.3.12}$$

для центральной зоны ($0 \leqslant r \leqslant r_c$) и

$$a_2 = \frac{2}{R^2 - r_c^2}\int_{r_c}^{R}\alpha_o^2\left(R - r_c\right)^2\left|\frac{dv}{dr}\right| r\,dr = 0{,}1\omega_0 r_c^2\,\frac{\psi_1 + \psi_2 + 1}{\bar R^2 - 1}\left(\frac{0{,}97\bar R^3 - 1)}{3} - \frac{0{,}98\bar R^2 - 1}{2}\right) \tag{4.3.13}$$

для периферийной зоны ($r_c \leqslant r \leqslant R$), где $\alpha_o = 0{,}22$ — коэффициент длины пути перемешивания в осевом направлении.

Рис. 4.16. Схема потоков в аппарате со скребковой мешалкой.

Использование рассмотренной модели и уравнений (4.3.12)—(4.3.13) позволяет значительно упростить расчеты распределения температуры применительно к различным случаям, в том числе и при неустановившемся режиме теплообмена. Для анализа характера распределения температуры рассмотрим случай охлаждения жидкости в проточном аппарате. Применительно к схеме потоков, представленной на рис. 4.16, установившийся продольный перенос теплоты в центральной зоне с учетом ее притока через границу раздела зон r_c описывается уравнением

$$\frac{\pi r_c^2 \rho c_p a_1}{h_л^2} \frac{d^2T_1}{dz^2} - \frac{G r_c^2 \rho c_p}{R^2 h_л} \frac{dT_1}{dz} - \frac{2\pi r_c}{R_т}(T_1 - T_2) = 0 \qquad (4.3.14)$$

а в периферийной зоне с учетом теплопередачи через стенку

$$\frac{\pi (R^2 - r_c^2) \rho c_p a_2}{h_л^2} \frac{d^2T_2}{dz^2} - \frac{G (R^2 - r_c^2)}{R^2 h_л} \rho c_p \frac{dT_2}{dz} + $$

$$+ \frac{2\pi r_c}{R_т}(T_1 - T_2) + 2\pi R K_р T_2 = 0 \qquad (4.3.15)$$

где $T_1 = (t_1 - t_р)/(t_н - t_р)$; $T_2 = (t_2 - t_р)/(t_н - t_р)$; $z = h/h_л$; $h_л$ — длина скребков, равная в данном случае высоте аппарата, м; $t_р$ — температура теплоносителя в рубашке, К; t_1, t_2 — температура в центральной и периферийной зонах, К; $t_н$ — температура среды на входе в аппарат, К.

В качестве граничных условий используем уравнения теплового баланса на входе и выходе центральной и периферийной зон:

$$G \frac{R^2 - r_c^2}{R^2} T_2 - G T_{вых} - \pi r_c^2 a_1 \frac{dT_1}{dz} = 0 \qquad при \quad z = 1$$

$$\frac{dT_2}{dz} = 0 \qquad при \quad z = 1$$

$$G (1 - T_1) + \pi r_c^2 a_1 \frac{dT_1}{dz} = 0 \qquad при \quad z = 0 \qquad (4.3.16)$$

$$G \frac{R^2 - r_c^2}{R^2} (T_1 - T_2) + \pi (R^2 - r_c^2) \frac{dT_2}{dz} = 0 \qquad при \quad z = 0$$

Результаты совместного численного решения уравнений (4.3.14)—(4.3.16) для случая теплообмена в аппаратах объемом 0,2 м³ и 20 м³ приведены на рис. 4.17. Из них следует, что в центральной зоне аппарата вследствие более высоких значений коэффициента турбулентной температуропроводности происходит практически полное выравнивание температуры по высоте. Учитывая, что радиальный профиль температуры в этой зоне также выравнен (см.

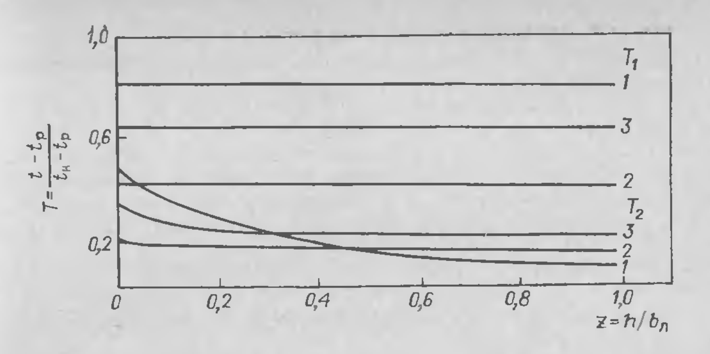


Рис. 4.17. Изменение температуры по высоте в центральной (T_1) и периферийной (T_2) зонах: 1 — $V = 20$ м³, $R = 1$ м, $n = 0,5$ об/с, число скребков $z_л = 6$; 2 — $V = 0,2$ м³, $R = 0,25$ м, $n = 1,7$ об/с, $z_л = 3$; 3 — $V = 0,2$ м³, $R = 0,25$, $n = 3$ об/с, $z_л = 6$.

рис. 4.15), при математическом моделировании скребковых аппаратов с соотношениями $H/r_c \leqslant 3$ центральную зону можно считать областью идеального смешения на макроуровне. В периферийной зоне значения коэффициентов турбулентного переноса значительно ниже (прежде всего в связи с малой величиной длины пути перемешивания $l \approx R - r_c$) и при некоторых режимах изменение температуры по высоте этой зоны может быть значительным и сопоставимым с величиной перепада температуры между центральной и периферийной зонами.

Результаты расчетов и экспериментальные данные указывают также на то, что разность температур между центральной и периферийной зонами в аппаратах со скребковыми мешалками, как правило, гораздо выше, чем в аппаратах с мешалками других конструкций; она может достигать иногда 15—20 К. Это обстоятельство необходимо учитывать при расчете теплопередачи (более подробно см. в гл. 6).

Пример 4.1. Оценить возможность достижения равномерного распределения растворенной присадки в аппарате без внутренних устройств объемом 3,2 м³ с турбинной мешалкой. Характеристики аппарата и мешалки, а также свойства перемешиваемой среды соответствуют приведенным в примере 2.1. Объем жидкости в аппарате — 2,5 м³. Требуемая конечная концентрация присадки — 0,5 ± 0,02 %, время перемешивания — 120 с, начальная концентрация присадки $c_н = 0$.

Значения параметров распределения скорости, найденные в результате гидродинамического расчета аппарата, составляют $\psi_1 = 0,2$; $\psi_2 = -0,75$.

Решение. 1. По (4.1.6): $\Delta c_{макс} = (0,0052 - 0,0048)/0,005 = 0,08$.

2. По рис. 3.6: $\bar{r}_m \approx 0,78$ при $\psi_1 = 0,2$.

3. По (3.3.24): $\bar{v}(r_0) = 0,2 - 0,75 + 1 = 0,45$.

4. По (3.3.23): $k_q = 0,0013 \exp(6,9 \cdot 0,45) = 0,029$.

5. По (3.3.22): $q = 0,029 \cdot 2,17 \cdot 0,45^3 = 0,0057$ м³/с.

6. Приближенную оценку степени однородности распределения присадки за время $\tau = 120$ с выполним по уравнению (4.1.10):

$$\Delta c_{макс} = \frac{3,56^2}{0,78^2} e^{\left(-\frac{0,0057 \cdot 3,56^4 \cdot 120}{2,5 \cdot 0,78^2 (3,56^2 - 0,78^2)}\right)} \approx 0,05 < 0,08$$

Таким образом, рассматриваемый аппарат удовлетворяет требованиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Штербачек З., Тауск П.* Перемешивание в химической промышленности. Л.: Госхимиздат, 1963. 416 с.
2. *Копылева Б. Б., Павлушенко И. С.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973. 72. с.
3. *Крамерс Х., Вестертерп К.* Химические реакторы. М.: Химия, 1967. 326 с.
4. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
5. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Павлушенко И. С.* — В кн.: Гидродинамические и тепломассообменные процессы в химической аппаратуре. Л.: Машиностроение, 1967, с. 66—71.
6. *Landau J., Prachazka J.* — Colln Czech. Chem. Communs, 1961, v. 26, № 8, p. 1976—1985.
7. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Маньковский О. Н., Барабаш В. М.* — ТОХТ, 1974, т. 8, № 4, с. 590—596.
8. *Fox E., Gex V. A.* — AIChEJ, 1956, v. 2, № 4, p. 539—546.
9. *Кулухов В. А., Барабаш В. М., Евилевич М. А. и др.* — ТОХТ, 1975, т. 9, № 1, с. 148—152.
10. *Арис Р.* Оптимальное проектирование химических реакторов. М.: ИЛ, 1968, 326 с.
11. *Барабаш В. М., Кокотов Ю. В., Пивоваров М. А.* — ТОХТ, 1981, т. 15, № 5, с. 650—658.
12. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1969. 765 с.
13. *Лойцянский. Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
14. Каталог. Вертикальные стальные сварные аппараты с перемешивающими устройствами. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1978. 27 с.
15. *Глухов В. П., Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Павлушенко И. С.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 65—68.

Глава 5

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В СИСТЕМЕ ЖИДКОСТЬ—ТВЕРДАЯ ФАЗА

Более 50% аппаратов с мешалками, применяемых в промышленности, используются для перемешивания жидких сред, содержащих твердые частицы. Технологические процессы, проводимые в таких аппаратах, весьма разнообразны. Во всех случаях, однако, необходимым условием применимости аппарата служит обеспечение суспендирования частиц в объеме смешения. Настоящая глава посвящена методам решения этой задачи. Заметим, что здесь рассматриваются особенности перемешивания только таких дисперсных систем твердое тело — жидкость, для которых характерны достаточно высокие скорости осаждения частиц. Вопросы перемешивания суспензий, не проявляющих склонности к быстрому разделению после прекращения перемешивания (коллоидные или близкие к ним системы), не затрагиваются, поскольку для таких систем приложимы методы расчета перемешивания гомогенных жидкостей.

Методы расчета, применяемые при решении задач перемешивания в системах жидкость—твердая фаза, так или иначе связаны с использованием гидродинамических характеристик потока. Поэтому целесообразно рассмотреть влияние взвешенных частиц на поле скоростей и коэффициенты турбулентного переноса в потоке суспензии, а также

на потребляемую мощность. При турбулентном течении жидкостей в трубах и каналах наличие взвешенных частиц в потоке не вызывает заметного изменения профиля скорости [1], однако приводит к некоторому снижению коэффициента сопротивления [2], а в случае теплоотдачи — к уменьшению значения критерия Нуссельта [3]. Такой характер влияния взвешенных частиц объясняется [3] появлением у суспензии неньютоновских свойств, а степень этого влияния в значительной мере зависит от отношения масс твердой фазы и жидкости $m_ч/m_ж$. При значениях $m_ч/m_ж < 0{,}5$, характерных для практических случаев перемешивания в аппаратах с мешалками, снижение коэффициента сопротивления и критерия Нуссельта не превышает 5—10 % [2, 4, 5].

Значения коэффициентов турбулентной диффузии в сплошной фазе при наличии взвешенных частиц, по данным работы [6], практически не отличаются от значений коэффициентов диффузии при отсутствии частиц даже в тех случаях, когда сплошной фазой является газ и отношение плотностей дисперсной и сплошной фаз представляет собой величину более 10^3. Очевидно, что в жидкостях, т. е. в условиях, когда отношение плотностей фаз не превышает 10, влиянием твердых частиц на коэффициент турбулентного переноса в сплошной фазе можно пренебречь.

Вопрос о правомерности использования коэффициентов турбулентного переноса жидкости для описания транспорта взвешенных частиц оказывается более сложным. В работах [3, 5] показано, что в тех случаях, когда плотность частиц существенно превышает плотность сплошной фазы, пульсационные скорости частиц и коэффициент их турбулентной диффузии могут заметно отличаться от аналогичных характеристик сплошной фазы. Так, для твердых частиц, взвешенных в газовом потоке [отношение плотностей частиц и газа $\rho_ч/\rho_г = (1 \div 2)\cdot 10^3$], при течении в канале 76×76 мм^2 отмечено снижение коэффициента турбулентной диффузии в 10—100 раз [5]. Однако с уменьшением отношения плотностей, повышением скорости, а также увеличением размеров канала отношение коэффициентов турбулентного переноса частиц и среды асимптотически приближается к единице [3] и применительно к условиям перемешивания в системе жидкость—твердая фаза в аппаратах с мешалками практически не отличается от нее. Этот вывод подтверждается также имеющимися данными [7] о равенстве пульсационных скоростей жидкости и взвешенных в ней твердых частиц. Значения скорости движения частиц относительно жидкости под действием массовых сил (сила тяжести, центробежная сила) в общем случае могут изменяться в поле турбулентных пульсаций из-за нелинейного характера зависимости гидравлического сопротивления частиц от скорости их обтекания [8]. Экспериментальные данные [5] показывают, однако, что эти изменения невелики и скорость осаждения частиц различного размера в аппарате с мешалкой весьма близка к измеренной в покоящейся жидкости. Заметные отклонения в сторону снижения скорости наблюдались [5] только при весьма высоких скоростях осаждения (более 0,15—0,3 м/с).

Таким образом, при расчете перемешивания суспензий обычно оказывается возможным использование уравнений поля скоростей и коэффициентов турбулентного переноса, полученных применительно к перемешиванию гомогенных жидкостей. При этом суспензия рассматривается как квазигомогенная система, вязкость которой равна вязкости жидкой фазы, а средняя плотность рассчитывается по уравнениям

$$\rho_{ср} = (1-\varphi)\rho + \varphi\rho_ч \tag{5.1}$$

$$\rho_{ср} = \frac{1}{\left(\frac{1-x}{\rho} + \frac{x}{\rho_ч}\right)} \tag{5.2}$$

где ρ, $\rho_ч$ — плотность жидкости и частиц твердой фазы, кг/м³; φ, x — объемная и массовая доля частиц твердой фазы.

Следует, однако, иметь в виду, что изложенный подход к расчетам и приводимые далее зависимости проверены экспериментально при объемных концентрациях дисперсной фазы до 20 % и массовых — до 40 %.

5.1. СУСПЕНДИРОВАНИЕ В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

Минимально допустимый уровень интенсивности перемешивания в системах жидкость—твердая фаза соответствует условиям суспендирования, т. е. условиям, при которых обеспечивается подъем частиц с днища аппарата или предотвращение их оседания. Для частиц, не обладающих склонностью к слипанию, эти два случая практически совпадают.

Отрыв частиц с днища может происходить только в том случае, если подъемная сила $F_{под}$, приложенная к лежащей на дне частице при воздействии на нее потока жидкости, превышает силу тяжести:

$$F_{под} \geqslant V_ч(\rho_ч - \rho) g \tag{5.1.1}$$

где $V_ч$ — объем частицы, м³; g — ускорение свободного падения, м/с².

Поскольку вертикальная составляющая средней скорости потока вблизи днища обращается в нуль, источником возникновения подъемной силы могут служить только горизонтальная составляющая скорости потока или турбулентные пульсации давления вблизи днища. Вопрос о том, какой из этих факторов имеет решающее значение, пока не может считаться окончательно выясненным даже для наиболее простых случаев одномерного течения в плоских каналах [9], и основой методов расчета переноса взвешенных частиц потоками в трубах и каналах служат эмпирические формулы. Для водных суспензий широкое распространение получила, например формула Шамова [10], которая в несколько преобразованном виде может быть представлена как соотношение между «незаиливающей» скоростью потока $v_{нз}$ (скорость, при которой обеспечивается подъем частиц) и скоростью осаждения («гидравлической крупностью») частиц:

$$v_{нз} = 5{,}3 w_{ос} H^{0,22} \tag{5.1.2}$$

где $w_{ос}$ — скорость осаждения частиц, м/с; H — глубина потока жидкости, м.

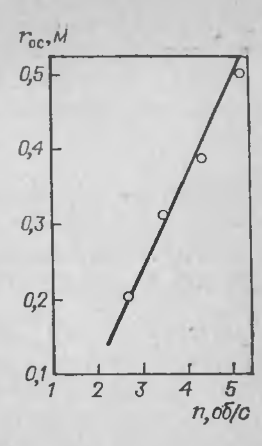


Рис. 5.1. Зависимость радиуса отложения осадка $r_{ос}$ от частоты вращения мешалки n ($D = H = 1$ м; двухлопастная мешалка диаметром $d_м = 0{,}2$ м; $w_{ос} = 0{,}018$ м/с; $d_ч = 10^{-4}$ м).
Сплошная линия — расчет по уравнению (5.1.4).

Использование этой формулы в сочетании с уравнениями профиля скорости (см. гл. 2) позволяет провести оценку условий подъема частиц с днища аппаратов с мешалками. В частности, для аппаратов без отражательных перегородок условие незаиливания днища на радиусе r можно записать в следующем виде:

$$v(r) \geqslant 5{,}3 w_{ос} H^{0,22} \tag{5.1.3}$$

где $v(r)$ — окружная скорость потока на радиусе r, м/с.

При соотношении радиусов аппарата и мешалки $\overline{R} \geqslant 1{,}5$ осадок дольше всего задерживается в периферийной части днища. Используя уравнение профиля скорости для этой зоны (2.1.29б) и формулу (5.1.3), определим наименьший радиус залегания осадка (или наибольший радиус его подъема) [11] как

$$r = 0{,}18 \varrho w_0 r_0^2 \frac{1 + \psi_1 + \psi_2}{w_{ос} H^{0,22}} \tag{5.1.4}$$

Минимальное значение окружной скорости лопастей мешалки, достаточное для полного подъема частиц с днища, отвечает условию

$$r_{ос} \geqslant R \tag{5.1.5}$$

Отсюда

$$(w_0 r_0)_{нз} = \frac{5{,}3 w_{ос} H^{0,22} \overline{R}}{\psi_1 + \psi_2 + 1} \tag{5.1.6}$$

где ψ_1, ψ_2 — параметры распределения скорости, определяемые из уравнения (2.1.38).

Уравнение (5.1.6) находится в хорошем соответствии с опытными данными (рис. 5.1). Следует иметь в виду, что область его применения ограничена суспензиями, в которых жидкость по физическим свойствам близка к воде, а частицы не имеют склонности к слипанию.

Расчеты по уравнению (5.1.6), а также имеющиеся экспериментальные и эксплуатационные данные показывают [11], что мощность, необходимая для предотвращения образования осадка на днище аппарата, обычно понижается с увеличением диаметра мешалки и уменьшением ее коэффициента сопротивления $\zeta_м$. Такой характер зависимости сохраняется только до $\overline{R} \approx 1{,}8 \div 2$. При дальнейшем увеличении диаметра мешалки и снижении ее угловой скорости наблюдается оседание частиц в центральной части днища аппарата. Результаты наблюдений позволяют установить, что уменьшение высоты установки мешалки над днищем способствует подъему частиц. Чрезмерное приближение мешалки к днищу приводит к увеличению мощности. Поэтому высота размещения мешалки над днищем в большинстве случаев выбирается в пределах $(0{,}5 \div 1)\, d_м$ при $\overline{R} \geqslant 1{,}5$ и $(0{,}07 \div 0{,}15)\, d_м$ при $\overline{R} \leqslant 1{,}33$ [12].

Значение скорости осаждения частиц w_{oc}, необходимое для расчетов по уравнению (5.1.6), может быть вычислено по известным уравнениям. В частности, для крупных частиц неправильной формы можно пользоваться уравнением

$$w_{oc} \approx 1{,}15 \sqrt{d_ч \, \Delta\rho g/\rho} \tag{5.1.7}$$

где $\Delta\rho = \rho_ч - \rho$ — разность плотностей фаз, кг/м³; $d_ч$ — размер частиц, м.

5.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ ВЗВЕШЕННЫХ ЧАСТИЦ ПО РАДИУСУ И ПО ВЫСОТЕ АППАРАТА

Существуют два подхода к расчету распределения взвешенных частиц в объеме аппарата при перемешивании в системах твердое тело—жидкость. Один из этих подходов, имеющий, пожалуй, наиболее широкое распространение в практике изучения перемешивания, заключается в отыскании некоторого критического значения частоты вращения мешалки данного типа и размера (n_0) [13], при которой достигается равномерное распределение концентраций суспензии в аппарате. Значения n_0 находят опытным путем, а результаты исследований обычно обобщают в виде экспериментальных зависимостей. Например, для пропеллерных мешалок [13]

$$\mathrm{Re}_{ц0} = 0{,}105\, \mathrm{Ga}^{0,6} S_\rho^{0,8} \Gamma_{d_ч}^{0,4} \overline{R}^{1,9} \tag{5.2.1}$$

где $\mathrm{Re}_{ц0} = n_0 d_м^2/\nu$ — критерий Рейнольдса; $\mathrm{Ga} = d_м^3 g/\nu^2$ — критерий Галилея; $S_\rho = \rho_ч/\rho$; $\Gamma_{d_ч} = d_ч/d_м$; $d_ч$ — средний размер частиц, м.

Область применения уравнения (5.2.1) соответствует значениям $\mathrm{Re}_{ц0} = 2{,}3\cdot10^2 \div 3{,}8\cdot10^5$; $\mathrm{Ga} = 3{,}5\cdot10^6 \div 7\cdot10^{10}$; $\Gamma_{d_ч} = 2{,}3\cdot10^{-4} \div 8{,}25\cdot10^{-3}$; $\overline{R} = 2 \div 3$.

Разновидностью такого подхода можно считать метод, состоящий в нахождении минимальной мощности N_0, достаточной для равномерного распределения частиц. Значения N_0 также определяются экспериментально. В работе [14] получено уравнение:

$$N_0 = C\, \Delta\rho g\, (x_{ср}\, \Delta\rho\, d_ч/\rho)^{0,5} \tag{5.2.2}$$

где $x_{ср}$ — средняя концентрация твердых частиц в суспензии; C — постоянная, зависящая от типа мешалки.

Работы, основанные на использовании рассматриваемого подхода, продолжаются и в настоящее время; их результатом являются эмпирические уравнения для тех или иных конструкций аппаратов и мешалок. Эти уравнения удобны, так как позволяют, задавшись, например, диаметром мешалки и аппарата, найти n_0 путем элементарных расчетов. Они не позволяют, однако, получить какую-либо информацию о характере или степени однородности распределения частиц в объеме.

Другой подход предполагает описание распределения частиц в среде и базируется на анализе процессов переноса в аппаратах с мешалками. В рамках этого подхода изменение концентрации частиц в элементарном объеме жидкости описывается уравнениями, которые

отражают осаждение (всплывание) частиц, их движение с конвективным потоком и перенос за счет турбулентной диффузии [15]. В простейшем случае:

$$\frac{\partial x}{\partial \tau} = (w_{oc} - w)\frac{\partial x}{\partial y} - D_т \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} \tag{5.2.3}$$

где x — концентрация частиц в суспензии; y — координата, м; $D_т$ — коэффициент турбулентного переноса частиц, м²/с; w — скорость осредненного течения в направлении оси y, м/с.

В настоящее время этот подход является доминирующим в работах по изучению транспорта частиц потоками в трубах и каналах [3, 9, 16]. Применительно к аппаратам с мешалками его использование основывается на представлениях о гидродинамике и турбулентной диффузии, изложенных в предыдущих главах.

Распределение концентраций взвешенных частиц по радиусу аппарата. При наличии интенсивного окружного движения жидкости, как это имеет место в аппаратах без отражательных перегородок, распределение концентраций частиц по радиусу устанавливается в результате их движения под действием центробежной силы (сепарирующий фактор) и переноса в противоположном направлении турбулентной диффузией (смешивающий фактор). Движение частиц относительно жидкости под действием центробежной силы определяется теми же закономерностями, что и осаждение под действием силы тяжести. Различие заключается в том, что в данном случае роль ускорения свободного падения g выполняет центростремительное ускорение v^2/r, и в связи с этим скорость движения крупных частиц в радиальном направлении может быть выражена [17] как

$$w_ц = w_{oc} v/\sqrt{gr} \tag{5.2.4}$$

где $w_ц$ — локальное значение скорости радиального движения частиц на радиусе r, м/с; w_{oc} — скорость осаждения частиц под действием силы тяжести, м/с; v — окружная скорость жидкости на радиусе r, м/с.

Коэффициент турбулентной диффузии в радиальном направлении на окружности радиуса r в соответствии с уравнениями (3.3.4)—(3.3.6) также является функцией распределения окружной скорости. Как было показано в разделе 3.1, в аппаратах без перегородок существуют две концентрические зоны с различным характером распределения скорости, разделенные поверхностью радиуса r_m, который составляет 0,6—0,8 радиуса мешалки. В местах поворота циркуляционного потока в верхней и нижней части аппарата происходит интенсивное перемешивание. Можно полагать, что суспензия, выходящая из зоны *2* (периферийная зона) усредняется на повороте и приходит в зону *1* (центральная зона) с некоторой средней концентрацией

$$x_{2\,ср} = \frac{2}{R^2 - r_m^2}\int_{r_m}^{R} xr\,dr \tag{5.2.5}$$

Аналогично, средняя концентрация суспензии на входе в периферийную зону:

$$x_{1\text{ср}} = \frac{2}{r_m^2} \int_0^{r_m} xr\, dr \qquad (5.2.6)$$

Допустим, что циркуляционный поток распределяется по сечению каждой из зон равномерно (профиль осевой скорости выравнен), а концентрация твердых частиц по высоте изменяется незначительно. В этих условиях радиальное распределение концентраций частиц описывается [18] системой уравнений

$$d\left[2\pi rH\left(w_{\text{ц}}x - D_{\text{р}}^{\text{л}}\frac{dx}{dr}\right)\right] - \frac{2qr}{r_m^2}(x_{2\text{ср}} - x)\, dr = 0 \qquad \text{при } 0 \leqslant r \leqslant r_m$$

$$d\left[2\pi rH\left(w_{\text{ц}}x - D_{\text{р}}^{\text{л}}\frac{dx}{dr}\right)\right] - \qquad (5.2.7)$$

$$-\frac{2qr}{R^2 - r_m^2}(x_{1\text{ ср}} - x)\, dr = 0 \qquad \text{при } r_m < r < R$$

где $D_{\text{р}}^{\text{л}}$ — локальное значение коэффициента турбулентной диффузии частиц в радиальном направлении на окружности радиуса r, м²/с; q — циркуляционный расход, м³/с.

В уравнениях (5.2.7) первый член характеризует перенос частиц под действием центробежной силы и диффузионный транспорт, второй — перенос частиц с циркуляционным потоком. В принятой системе координат при движении частиц с плотностью, превышающей плотность среды, скорости радиального движения $w_{\text{ц}}$ присваивается знак плюс, а для частиц с плотностью ниже плотности среды — знак минус. В качестве условий однозначности при решении системы уравнений (5.2.7) могут быть использованы соотношения, которые являются следствием:

1) сопряженности профилей концентрации на границе зон

$$x_1 = x_2; \qquad \frac{dx_1}{dr} = \frac{dx_2}{dr}; \qquad \frac{d^2x_1}{dr^2} = \frac{d^2x_2}{dr^2} \qquad \text{при } r = r_m \quad (5.2.8)$$

2) осевой симметрии распределения концентраций частиц в аппарате при наличии непрерывного профиля

$$\frac{dx}{dr} = 0 \qquad \text{при } r = 0 \qquad (5.2.9)$$

3) отсутствия турбулентного переноса через границу зон * r_m:

$$2\pi w_{\text{ц}} r_m H x - q(x_{2\text{ ср}} - x_{1\text{ ср}}) = 0 \qquad (5.2.10)$$

где x_1, x_2 — значения концентраций в центральной и периферийной зонах.

---

* Турбулентным переносом через эту границу можно пренебречь. Более подробно см. гл. 3 и 4.

Кроме того, концентрация в непосредственной близости у стенки аппарата предполагается заданной:

$$x = x_R \qquad \text{при } r = R \qquad (5.2.11)$$

Учитывая, что локальные значения коэффициента турбулентного переноса частиц, как было показано выше, могут быть определены по уравнениям (3.3.4)—(3.3.6), и подставляя в (5.2.11) значения окружной скорости (2.1.29), получим:

1) для центральной зоны ($0 \leqslant r \leqslant r_m$)

$$w_{\text{ц}} = w_{\text{ос}}\omega_0\bar{r}^{0,5}(\psi_1\bar{r}^3 + \psi_2\bar{r}^2 + 1)/\sqrt{g/r_0} \qquad (5.2.12а)$$

$$D_{\text{р}}^{\text{л}} = 0{,}05\omega_0 r_0^2(4\psi_1\bar{r}^3 + 3\psi_2\bar{r}^2 + 1)\,\bar{r}_m^2 \qquad (5.2.12б)$$

2) для периферийной зоны в области $\bar{r}_m \leqslant \bar{r} \leqslant 1$

$$w_{\text{ц}} = w_{\text{ос}}\omega_0\bar{r}^{0,5}(\psi_1\bar{r}^3 + \psi_2\bar{r}^2 + 1)/\sqrt{g/r_0} \qquad (5.2.13а)$$

$$D_{\text{р}}^{\text{л}} = -0{,}05\omega_0 r_0^2(4\psi_1\bar{r}^3 + 3\psi_2\bar{r}^2 + 1)(\bar{R} - \bar{r}_m)^2 \qquad (5.2.13б)$$

и в области $1 \leqslant \bar{r} \leqslant \bar{R}$

$$w_{\text{ц}} = m_{\text{ос}}\omega_0(1 + \psi_1 + \psi_2)/(\bar{r}^{1,5}\sqrt{g/r_0}) \qquad (5.2.14а)$$

$$D_{\text{р}}^{\text{л}} = 0{,}05\omega_0 r_0^2(1 + \psi_1 + \psi_2)(\bar{R} - \bar{r}_m)^2/\bar{r}^2 \qquad (5.2.14б)$$

Система уравнений (5.2.7) в сочетании с выражениями (5.2.5), (5.2.6) и (5.2.8)—(5.2.14) однозначно связывает распределение концентрации взвешенных частиц по радиусу с характеристиками аппарата и мешалки. Решение этой системы уравнений, полученное в [18], может быть проиллюстрировано в форме наглядной физической модели переноса твердых частиц в объеме. Представим, что области $0 \leqslant r \leqslant r_m$, $r_m \leqslant r \leqslant r_0$ и $r_0 < r \leqslant R$ состоят из концентрических слоев идеального смешения, ширина каждого из которых служит шагом конечно-разностной схемы по радиальной координате *. Радиальный обмен между слоями осуществляется в результате турбулентного переноса и переноса под действием центробежных сил. Поскольку при больших z градиент концентрации на границе между соседними слоями может быть выражен как отношение разности концентраций в слоях к ширине слоя, такое преобразование модели позволяет заменить дифференциальные уравнения системой из $3z$ алгебраических уравнений вида

$$\frac{2\pi zH}{R - r_0}[r_{i+1}D_{i+1}(x_{i+1} - x_i) - r_iD_i(x_i - x_{i-1})] +$$

$$+ 2\pi H(r_{i+1}w_{\text{ц}i+1}x_{i+1} - r_iw_{\text{ц}\,i}x_i) + q\frac{r_{i+1}^2 r_i^2}{F}(x_{\text{ср}} - x_i) = 0 \qquad (5.2.15)$$

---

* Число слоев z определяется в ходе вычислительной процедуры, исходя из условий устойчивости разностной схемы и заданной точности расчета.

где для слоев центральной зоны ($0 \leqslant r \leqslant r_m$)

$$x_{ср} = x_{2\ ср} = \frac{1}{R^2 - r_m^2} \sum_{i=z+1}^{i=3z} \left(r_{i+1}^2 - r_i^2\right) x_i \qquad (5.2.16)$$

и $F = \pi r_m^2$, а для слоев периферийной зоны ($r_m \leqslant r \leqslant R$)

$$x_{ср} = x_{1\ ср} = \frac{1}{r_m^2} \sum_{i=1}^{i=z} \left(r_{i+1}^2 - r_i^2\right) x_i \qquad (5.2.17)$$

и $F = \pi (R^2 - r_m^2)$.

Здесь D_i, D_{i+1} — значения $D_р$, соответствующие радиусам r_i и r_{i+1}, м²/с.

Значения радиусов внешней границы элементарного i-го слоя определяются из соотношений

$$\left.\begin{aligned} r_i &= i r_m / z && \text{при } 1 \leqslant i \leqslant z \\ z_i &= z_m + (i - z)(r_0 - r_m)/z && \text{при } z + 1 \leqslant i \leqslant 2z \\ r_i &= r_0 + (i - 2z)(R - r_m)/z && \text{при } 2z + 1 \leqslant i \leqslant 3z \end{aligned}\right\} \qquad (5.2.18)$$

Среднее значение концентрации частиц в аппарате:

$$x_{ср} = \left[r_m^2 x_{1ср} + \left(R^2 - r_m^2\right) x_{2\ ср}\right] / R^2 \qquad (5.2.19)$$

Система уравнений (5.2.15)—(5.2.19) не содержит каких-либо величин, которые не входят в число заданных или не могут быть рассчитаны по методикам, приведенным в предыдущих главах.

Результаты решения этой системы, так же как и экспериментальные данные [18], показывают, что в аппаратах без отражательных перегородок при плотности частиц, превышающей плотность среды ($\rho_ч > \rho$), основная масса твердой фазы оказывается сосредоточенной в периферийной зоне аппарата (рис. 5.2). При $\rho_ч < \rho$ наблюдается обратное явление — почти все частицы концентрируются в центральной зоне (см. рис. 3.4). Рассмотренный характер распределения концентраций свидетельствует о том, что сепарация частиц под действием центробежной силы происходит намного быстрее, чем их перенос циркуляционным потоком. Это особенно важно при перемешивании суспензий с плотностью частиц ниже плотности среды. Действительно, при обычных соотношениях $R/r_0 \geqslant 3$ и $r_m/r_0 = 0{,}6 \div 0{,}8$ объем центральной зоны составляет очень небольшую часть общего объема аппарата и концентрация твердой фазы в этой зоне оказывается во много раз (на порядок и более) выше, чем средняя по аппарату. Такое повышение концентрации создает трудности при проведении технологических процессов, особенно если частицы обладают склонностью к слипанию.

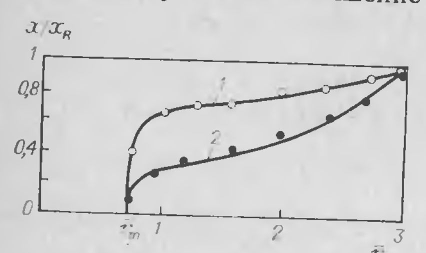


Рис. 5.2. Радиальное распределение концентрации частиц в аппарате с турбинной мешалкой ($D = 0{,}3$ м, $d_м = 0{,}1$ м) [18].

Значения $w_{ос}$ (в м/с): *1* — 0,063;; *2* — 0,01. Сплошные линии — расчет по уравнениям (5.2.23) и (5.2.26).

Применительно к суспензиям с плотностью частиц, превышающей плотность среды, радиальная сепарация при периодическом режиме работы аппаратов не играет существенной роли *. При непрерывном режиме она может, однако, приводить к некоторому уменьшению среднего времени пребывания частиц в аппарате (см. раздел 5.3).

Степень неоднородности по радиусу, в отличие от неоднородности распределения по высоте, не может быть уменьшена путем повышения частоты вращения мешалки. Это является одним из следствий незначительного влияния циркуляционного расхода. В соответствии с уравнениями (5.2.14), величины $w_ц$ и $D_р^л$ изменяются прямо пропорционально угловой скорости мешалки и увеличению коэффициента турбулентной диффузии (фактор, способствующий перемешиванию) сопутствует пропорциональное увеличение скорости $w_ц$ (фактор, способствующий разделению суспензии). В то же время степень влияния диаметра мешалки на $w_ц$ и $D_р^л$ различна, и увеличение диаметра мешалки приводит одновременно к увеличению средней концентрации суспензии в периферийной зоне и повышению степени однородности ее распределения по радиусу этой зоны.

Наиболее значительное влияние на степень однородности распределения частиц в пределах периферийной зоны оказывают скорость осаждения частиц $w_{ос}$ (рис. 5.2) и масштабы аппарата. Как следует из уравнений (5.2.13) и (5.2.14), с увеличением радиуса аппарата и мешалки ($\bar{R} = \text{const}$) скорость радиального движения частиц уменьшается, а коэффициент турбулентной диффузии увеличивается. Это приводит к снижению степени неоднородности радиального распределения, и в аппаратах стандартных конструкций [12] объемом более 10 м³ при $w_{ос} \leqslant 0{,}05$ м/с радиальный перепад концентрации частиц в периферийной зоне незначителен.

Слабое влияние циркуляционного обмена между зонами проявляется в том, что члены уравнений (5.2.7), включающие циркуляционный расход q, обычно малы по сравнению со слагаемыми, учитывающими радиальное движение частиц под действием центробежной силы и турбулентную диффузию. Это позволяет существенно упростить математическое описание и получить аналитическое выражение для расчета радиального профиля концентрации.

Ограничиваясь случаем радиального переноса частиц с плотностью больше плотности среды ($\rho_ч > \rho$), пренебрежем в уравнениях (5.2.7) влиянием циркуляции и одновременно примем

$$x = 0 \qquad \text{при } r < r_m \qquad (5.2.20)$$

Тогда для периферийной зоны имеем:

$$w_ц x - D_р^л \frac{dx}{dr} = 0 \qquad (5.2.21)$$

* Исключение составляют аппараты с $R/r_0 \leqslant 2$, в которых средняя концентрация частиц в периферийной зоне может превышать среднюю по аппарату на 20—80 %. В связи с этим применение якорных и рамных мешалок для перемешивания суспензий нежелательно (см. табл. 1.1).

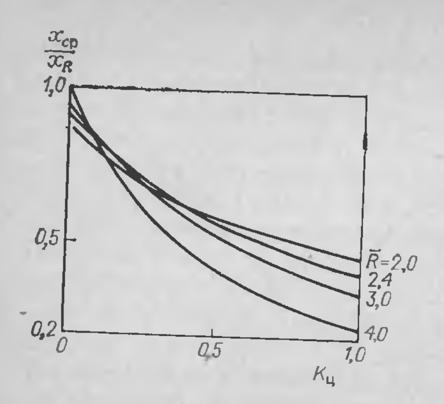


Рис. 5.3. Приближенная зависимость соотношения $x_{ср}/x_R$ от комплекса $K_ц$.

В областях периферийной зоны, соответствующих радиусам $r_m \leqslant r \leqslant r_0$ и $r_0 \leqslant r \leqslant R$, выражения для $w_ц$ и $D_р^л$ различны, и уравнение (5.2.21), строго говоря, следовало бы решать отдельно для двух рассматриваемых областей. Заметим, однако, что объем области $r_m \leqslant r \leqslant r_0$ при $\bar{R} \geqslant 2$ не превышает 10 % от общего объема периферийной зоны. Это позволяет использовать уравнения (5.2.14) во всем диапазоне радиусов $r_m \leqslant r \leqslant R$ и привести уравнение (5.2.21) к виду

$$K_ц \bar{r}^{0,5}\bar{x} - \frac{d\bar{x}}{d\bar{r}} = 0 \tag{5.2.22}$$

Здесь

$$K_ц = w_{ос}/[0,05(\bar{R} - \bar{r}_m)^2\sqrt{gr_0}] \tag{5.2.23}$$

$$\bar{x} = x/x_R \tag{5.2.24}$$

где x_R — концентрация частиц на радиусе R.

При граничном условии, следующем непосредственно из (5.2.24)

$$\bar{x} = 1 \qquad \text{при } \bar{r} = \bar{R} \tag{5.2.25}$$

решение уравнения (5.2.22) приводит к простому выражению, описывающему профиль концентрации:

$$\bar{x} = \exp[-K_ц(\bar{R}^{1,5} - \bar{r}^{1,5})/1,5] \tag{5.2.26}$$

Связь между локальным значением концентрации x_R и средней концентрацией частиц в аппарате $x_{ср}$ можно представить следующим образом:

$$\frac{x_{ср}}{x_R} = \frac{1}{\pi R^2}\int_{r_m}^{R} 2\pi r\bar{x}\,dr = \frac{2\exp(-K_ц\bar{R}^{1,5}/1,5)}{\bar{R}^2} \times$$
$$\times\left[\frac{\bar{R}^2 - \bar{r}_m^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\bar{R}^{1,5k+2} - \bar{r}_m^{1,5k+2}}{(1,5k+2)k!}\left(\frac{K_ц}{1,5}\right)^k\right] \tag{5.2.27}$$

При значениях $K_ц < 1$ ряд в правой части полученного равенства быстро сходится. Для упрощения вычислений можно пользоваться также приближенной графической зависимостью $x_{ср}/x_R = \varphi(K_ц, \bar{R})$, приведенной на рис. 5.3.

Установка в аппарате отражательных перегородок или других внутренних устройств с $\sum_{z_{вн}} f_i\zeta_i \geqslant 0,5RH$ (см. гл. 2) приводит к резкому снижению окружной составляющей скорости и, как следствие,

к ослаблению эффекта радиальной сепарации. Поэтому в тех случаях, когда радиальная неоднородность распределения частиц нежелательна, перемешивание суспензий следует проводить в аппаратах с отражательными перегородками. При плотности частиц ниже плотности среды использование аппаратов без перегородок или заменяющих их внутренних устройств вообще нецелесообразно. Следует, однако, отметить, что при $\rho_ч < \rho$ применение перегородок также не всегда гарантирует полное отсутствие радиальной неоднородности, и при использовании тихоходных мешалок большого диаметра радиальный перепад концентрации может быть существенным [17]. В связи с этим перемешивание суспензий легких частиц в аппаратах с перегородками желательно проводить при отношениях $\bar{R} \geqslant 3$.

Распределение концентраций взвешенных частиц по высоте аппарата. Как показано выше, применительно к аппаратам без внутренних устройств закономерности распределения частиц по высоте целесообразно рассматривать только для периферийной зоны. При невысоких значениях концентрации суспензии (объемное содержание частиц до 20 %) и отсутствии значительной радиальной неоднородности процесс переноса частиц в осевом направлении можно описать [19] простым уравнением

$$x(w_{ос} - w_2) + D_2\frac{dx}{dh} = 0 \tag{5.2.28}$$

где w_2 — скорость восходящего потока в периферийной зоне, м/с; D_2 — осредненное значение коэффициента турбулентной диффузии в осевом направлении для периферийной зоны, м²/с.

При граничном условии

$$x = x_0 \qquad \text{при } h = 0 \tag{5.2.29}$$

решение уравнения (5.2.28) имеет вид

$$x/x_0 = \exp(-\mathrm{Pe_М} z) \tag{5.2.30}$$

где $\mathrm{Pe_М} = (w_{ос} - w_2)H/D_2$ — модифицированный критерий Пекле, $z = h/H$.

Учитывая, что среднее значение концентрации частиц по высоте равно

$$x_{ср} = \frac{1}{H}\int_0^H x\,dh = \int_0^1 x\,dz \tag{5.2.31}$$

найдем соотношение между средним значением и локальной концентрацией на высоте h:

$$\frac{x}{x_{ср}} = \frac{\mathrm{Pe_М}\exp(-\mathrm{Pe_М} z)}{1 - \exp(-\mathrm{Pe_М})} \tag{5.2.32}$$

Уравнения (5.2.30) и (5.2.32) позволяют проводить расчеты распределения концентраций взвешенных частиц в аппаратах с мешалками различных конструкций. Пределы их применимости соот-

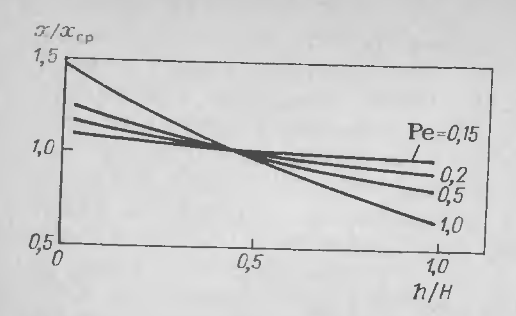


Рис. 5.4. Зависимость распределения концентрации частиц по высоте аппарата от числа Пекле.

ветствуют пределам применимости методов расчета параметров турбулентного переноса, приведенных в гл. 3.

Осредненное значение коэффициента турбулентной диффузии, используемое при расчетах, находится по уравнению (3.3.17) или (3.3.27). Скорость восходящего потока жидкости w_2 определяется как

$$w_2 = q/\left[\pi\left(R^2 - r_m^2\right)\right] \qquad (5.2.33)$$

Значение циркуляционного расхода q вычисляется по уравнению (3.3.23). Следует отметить, что в большинстве случаев скорость циркуляционного потока в периферийной зоне аппаратов без перегородок существенно меньше скорости осаждения частиц и наличие восходящего потока может не учитываться.

Уравнения (5.2.30) и (5.2.32) применимы и для аппаратов с отражательными перегородками. В этом случае критерий Пекле [17]:

$$\mathrm{Pe} = w_{\text{ос}} H / D_{\text{эф}} \qquad (5.2.34)$$

где $D_{\text{эф}}$ — осредненное значение коэффициента турбулентной диффузии, рассчитываемое по уравнению (3.4.8).

При расчете распределения концентраций частиц, плотность которых ниже плотности среды ($\rho_{\text{ч}} < \rho$), величине скорости осаждения $w_{\text{ос}}$ присваивается знак минус.

Рис. 5.4 иллюстрирует характер изменения концентрации по высоте аппарата, соответствующий уравнению (3.2.32) при различных значениях критерия Пекле. Зависимость степени неоднородности распределения от частоты вращения мешалки показана на рис. 5.5. Как следует из этих рисунков, в области $\mathrm{Pe_м} = 0{,}5 \div 0{,}25$ уменьшению критерия Пекле, отражающего отношение скорости сепарации частиц под действием силы тяжести к скорости их переноса турбулентной диффузией, соответствует значительное повышение степени однородности распределения концентраций. При более низких $\mathrm{Pe_м}$ значения $x/x_{\text{ср}}$ приближаются к единице асимптотически (рис. 5.5), и достижение полной однородности суспензии требует, по крайней мере теоретически, бесконечно

Рис. 5.5. Зависимость концентрации силикагеля в керосине на высоте $h/H = 0{,}1$ (кривая *1*) и $h/H = 0{,}9$ (кривая *2*) от частоты вращения мешалки (аппарат диаметром 0,3; импеллерная мешалка; $\bar{R} = 2{,}15$; $w_{\text{ос}} = 0{,}00825$ м/с).

Сплошные линии — расчет по уравнению (5.2.32).

высокой интенсивности перемешивания. В связи с этим экономичность проектируемого аппарата в большой степени зависит от того, насколько обоснованы требования к степени однородности распределения концентраций в аппарате. Для большинства практических случаев вполне достаточны значения $x_{\text{макс}}/x_{\text{ср}} \approx 1{,}1 \div 1{,}15$ *, что соответствует числам $\mathrm{Pe_м} \leqslant 0{,}3$. Ужесточение требований к степени однородности приводит к резкому возрастанию мощности (например, снижение величины $x_{\text{макс}}/x_{\text{ср}}$ с 1,15 до 1,05 путем увеличения частоты вращения мешалки связано с повышением мощности в 25 раз). Излишнее снижение требований к степени однородности суспензии также нежелательно, поскольку при $\mathrm{Pe_м} > 0{,}45 \div 0{,}5$ может происходить осаждение некоторой части частиц на днище аппарата.

Все предыдущее изложение касалось монодисперсных частиц с некоторой скоростью осаждения $w_{\text{ос}}$. На практике в большинстве случаев приходится сталкиваться с суспензиями полидисперсного состава. Очевидно, что применительно к таким суспензиям расчет по приведенным уравнениям может быть выполнен для каждой фракции частиц с последующим суммированием концентраций. Чаще всего, однако, в этом нет необходимости и достаточная надежность обеспечивается при использовании среднего размера частиц, определяемого как

$$d_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^{k} \varphi_i d_i \qquad (5.2.35)$$

где d_i — максимальный диаметр частиц i-й фракции, м; φ_i — доля частиц данной фракции; k — число фракций.

При этом условие предотвращения осаждения ($\mathrm{Pe_м} < 0{,}45$) должно выполняться для частиц максимального размера. Впрочем, оно не во всех случаях обязательно. Могут встречаться ситуации, когда содержание крупных частиц в суспензии невелико, а периодическая чистка аппарата выгоднее, чем значительное повышение затрат энергии на перемешивание.

5.3. ПЕРЕМЕШИВАНИЕ СУСПЕНЗИЙ В АППАРАТАХ НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ

Распределение концентраций взвешенных частиц в объеме перемешиваемой среды не бывает идеально однородным. При периодическом способе проведения процесса незначительные отклонения от равномерного распределения в большинстве случаев не имеют значения. Напротив, при непрерывном режиме работы аппаратов неоднородность распределения заметно влияет на среднее время пребывания частиц в аппарате [20] и неучет этого влияния может существенным образом сказываться на результатах процесса [21]. Для анализа

* $x_{\text{макс}}$ — концентрация суспензии вблизи поверхности при $\rho_{\text{ч}} < \rho$ или у днища аппарата при $\rho_{\text{ч}} > \rho$.

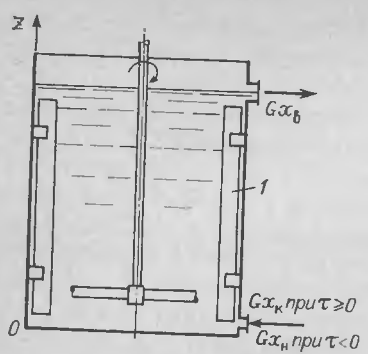


Рис. 5.6. Схема размещения ввода и вывода потоков суспензии в проточном аппарате.

влияния неоднородности распределения концентрации суспензии и интенсивности перемешивания на распределение времени пребывания частиц рассмотрим случай перемешивания суспензии в проточном аппарате с отражательными перегородками (при $\partial x/\partial r = 0$) при ступенчатом изменении концентрации частиц на входе от $x_н$ до $x_к$. Схема размещения ввода и вывода потоков приведена на рис. 5.6.

Материальный баланс аппарата по твердой фазе в рассматриваемом случае может быть записан в форме интегрального соотношения:

$$Hx_{ср \cdot н} + w_р x_к \tau = Hx_{ср}(\tau) + \int_0^{\tau} w_р x_в \, d\tau \qquad (5.3.1)$$

Здесь $x_н$, $x_к$ — концентрации частиц на входе в аппарат до возмущения ($\tau < 0$) и после возмущения ($\tau \geqslant 0$); $x_{ср.\,н}$ и $x_{ср}(\tau)$ — средние концентрации частиц в аппарате до возмущения и в момент τ; $x_в$ — концентрация суспензии в точке выхода в момент τ; $w_р$ — расходная скорость суспензии через аппарат (в м/с), определяемая при малых объемных концентрациях частиц как

$$w_р = G/\pi R^2 \qquad (5.3.2)$$

где G — расход суспензии, м³/с.

Используем безразмерную переменную

$$\bar{\tau} = \tau/\tau_{ср} \qquad (5.3.3)$$

где $\tau_{ср} = H/w_р = V/G$ — среднее время пребывания среды в аппарате, с.

Приведя уравнение (5.3.1) к безразмерному виду, в результате дифференцирования получим:

$$\frac{dx_{ср}(\tau)}{x_к - x_в(\tau)} - d\bar{\tau} = 0 \qquad (5.3.4)$$

Здесь

$$x_{ср}(\tau) = \int_0^1 x(z, \tau)\, dz; \qquad z = h/H \qquad (5.3.5)$$

Для решения (5.3.4) необходимо знать распределение концентрации частиц по высоте в нестационарных условиях $x = f(z, \tau)$. В работе [20] было установлено, что при значениях

$$Pe_м = (w_{ос} - w_р)\, H/D_{эф} \leqslant 0{,}45; \qquad w_р/w_{ос} \leqslant 0{,}1^* \qquad (5.3.6)$$

* Условия (5.3.6) соответствуют практике перемешивания суспензий и не накладывают каких-либо ограничений на область применения результатов, излагаемых ниже.

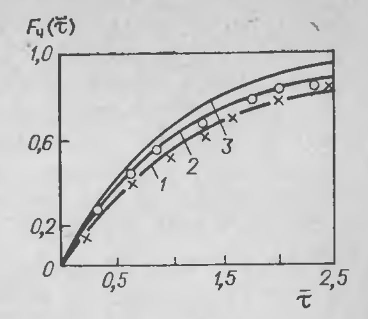


Рис. 5.7. Функция распределения времени пребывания частиц в аппарате:
1 — турбинная мешалка ($d_М = 0{,}075$ м; $D = 0{,}3$ м; $Pe_М = 0{,}6$); *2* — лопастная мешалка ($d_М = 0{,}1$ м; $D = 0{,}3$ м; $Pe = 0{,}3$); *3* — идеальное смешение. Сплошные линии — расчетные.

кривые распределения концентраций по высоте $x(z)$ в течение всего периода переходного процесса почти не отличаются по характеру от кривой $x_к(z)$, соответствующей стационарному состоянию в непроточном аппарате и описываемой уравнением (5.2.30). При этих условиях можно также пренебречь величиной $w_р$ в выражении $Pe_м$. Отсюда

$$\frac{x_{ср}(\tau)}{x_в(\tau)} = \frac{x_{ср}}{x_в} = \frac{1 - \exp(-Pe)}{Pe \exp(-Pe)} \qquad (5.3.7)$$

где $x_{ср}$, $x_в$ — значения, соответствующие установившемуся режиму в непроточном аппарате.

Как следует из (5.3.7), соотношение $x_{ср}(\tau)/x_в(\tau)$ при данных условиях перемешивания, характеризующихся значением Pe, является постоянной величиной, не зависящей от времени. Это позволяет представить уравнение (5.3.4) в виде

$$\frac{dx_в(\tau)}{x_к - x_в(\tau)} = \frac{x_в}{x_{ср}}\, d\bar{\tau} \qquad (5.3.8)$$

Учитывая, что

$$x_в = x_н \qquad \text{при } \bar{\tau} = 0 \qquad (5.3.9)$$

в результате интегрирования получим выражение:

$$\frac{x_к - x_в(\tau)}{x_к - x_н} = \exp\left(-\frac{x_в}{x_{ср}}\bar{\tau}\right) \qquad (5.3.10)$$

Отсюда в соответствии с [22] интегральная функция распределения времени пребывания частиц в аппарате

$$F_ч(\bar{\tau}) = \frac{x_в(\tau) - x_н}{x_к - x_н} = 1 - \exp\left(-\frac{x_в}{x_{ср}}\bar{\tau}\right) \qquad (5.3.11)$$

Как известно [22], при идеальном перемешивании функция распределения времени пребывания имеет вид

$$F(\tau) = 1 - \exp(-\tau/\tau_{ср}) \qquad (5.3.12)$$

где $\tau_{ср}$ — среднее время пребывания среды в аппарате, с.

Из сопоставления выражений (5.3.12) и (5.3.11) с учетом (5.3.3) следует, что распределение времени пребывания частиц в аппарате соответствует условиям идеального смешения (рис. 5.7), но при этом среднее время пребывания частиц отличается от среднего времени пребывания жидкости $\tau_{ср}$:

$$F_ч(\bar{\tau}) = 1 - \exp(-\tau/\tau_{ч.\,ср}) \qquad (5.3.13)$$

Здесь

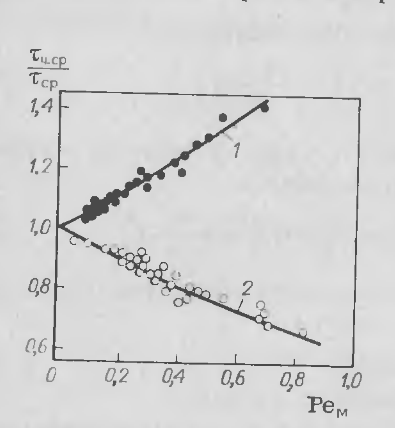
$$\tau_{ч,\,ср} = \tau_{ср}(x_{ср}/x_в) \qquad (5.3.14)$$

Таким образом, среднее время пребывания частиц в аппарате в общем случае не равно среднему времени пребывания жидкой фазы и изменяется пропорционально отношению средней концентрации суспензии к ее концентрации в точке выхода из аппарата. Величина этого отношения зависит как от интенсивности перемешивания и свойств фаз, учитываемых критерием Пекле, так и от размещения точки вывода. В соответствии с (5.2.32) при выводе суспензии на высоте $z = h/H$ отношение $x_{ср}/x_в$ может быть рассчитано по уравнению

$$\frac{x_{ср}}{x_в} = \frac{1 - \exp(-\mathrm{Pe})}{\mathrm{Pe}\exp(-\mathrm{Pe}z)} \qquad (5.3.15)$$

При плотности частиц выше плотности среды ($\rho_ч > \rho$) величине скорости осаждения частиц $w_{ос}$, входящей в выражение критерия Пекле, присваивается знак плюс, а при $\rho_ч < \rho$ — знак минус.

Из уравнения (5.3.14) следует, что при значительных отклонениях распределения концентраций суспензии от равномерного среднее время пребывания твердой фазы в аппарате может отличаться от среднего времени пребывания жидкости на 30—40 %. На рис. 5.8 приведены результаты экспериментального определения среднего времени пребывания частиц по кривым отклика аппарата на ступенчатое возмущение при различной интенсивности перемешивания [20]. Из рисунка ясно, что $\tau_{ч.ср}$ может быть как меньше, так и больше среднего времени пребывания жидкости $\tau_{ср}$. Максимальное значение $\tau_{ч.ср}$ соответствует условиям отвода суспензии из точки с минимальной локальной концентрацией, минимальное — из точки с наибольшей локальной концентрацией твердых частиц. Из рис. 5.8 и уравнения (5.3.15) следует также, что при наличии осевой неоднородности распределения разница между $\tau_{ч.ср}$ и $\tau_{ср}$ может быть уменьшена путем снижения значений критерия Пекле, т. е. путем повышения интенсивности перемешивания. Уравнения (5.3.14) и (5.3.15) в равной мере применимы и для аппаратов без внутренних устройств. В этом случае в критерий Пекле вместо $D_{эф}$ подставляется осредненное значение коэффициента турбулентной диффузии в периферийной зоне D_2.



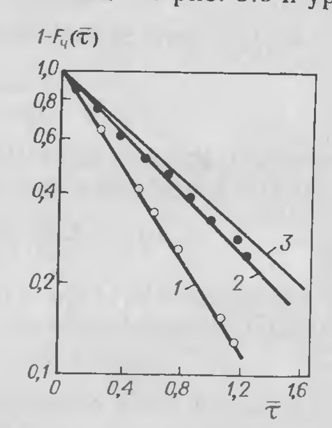


Рис. 5.8. Зависимость среднего времени пребывания частиц в аппарате от интенсивности перемешивания.

Отвод суспензии из точки с минимальной локальной концентрацией (кривая *1*) и из точки с максимальной локальной концентрацией (*2*). Сплошные линии — расчет по уравнению (5.3.14).

Рис. 5.9. Функция $1 - F_ч(\bar{\tau})$ для частиц в аппарате без отражательных перегородок при наличии радиальной неоднородности ($D = 0{,}3$ м, турбинная мешалка):

1 — $d_м = 0{,}125$ м, $w_{ос} = 0{,}063$ м/с; *2* — $d_м = 0{,}15$ м, $w_{ос} = 0{,}01$ м/с; *3* — идеальное смешение ($x_{ср}/x_R = 1$); Сплошные линии — расчетные.

Влияние радиальной неоднородности распределения частиц на среднее время их пребывания в аппарате также может быть учтено [18] по уравнению (5.3.14) (рис. 5.9). В этом случае величина $x_{ср}/x_в$ определяется по уравнению (5.2.27) или с помощью рис. 5.3. В тех случаях, когда одновременно имеет место существенная неоднородность по высоте и радиусу аппарата, среднее время пребывания частиц можно приближенно оценить путем раздельного учета влияния обоих факторов. Результирующее значение $x_{ср}/x_в$:

$$x_{ср}/x_в = (x_{ср}/x_в)_{ос}\,(x_{ср}/x_в)_р \qquad (5.3.16)$$

где $(x_{ср}/x_в)_{ос}$, $(x_{ср}/x_в)_р$ — значения, определяемые независимо по уравнениям (5.3.15) и (5.2.27).

Аппараты с мешалками для перемешивания суспензий часто используются в качестве расходных емкостей для питания непрерывнодействующих технологических линий. Такие аппараты работают в полунепрерывном режиме (загрузка — периодическая, выгрузка — непрерывная). Задача их расчета состоит в определении условий перемешивания, обеспечивающих постоянство концентрации частиц на выходе из аппарата по мере его опорожнения. Если пренебречь градиентом концентрации в радиальном направлении, уравнение материального баланса аппарата полунепрерывного действия с нижним выводом можно записать [23] как

$$x_{ср}H = x_{ср.н}H_н - \int_0^{\tau} x_0 w_р d\tau \qquad (5.3.17)$$

где $x_{ср}$, x_0 — средняя концентрация суспензии в аппарате и концентрация на выходе в момент τ; $x_{ср.н}$ — начальное значение средней концентрации; $H_н$, H — высота слоя суспензии в аппарате в начальный момент и в момент τ, м.

При равномерном изменении высоты слоя жидкости (постоянство объемного расхода, $w_р = dH/d\tau = \mathrm{const}$) уравнение (5.3.17) приводится к виду

$$x_{ср}H = x_{ср.н}H_н - \int_H^{H_н} x_0 dH \qquad (5.3.18)$$

Вводя безразмерные переменные $H/H_н = \bar{H}$ и $x/x_{ср.н} = \bar{x}$, после преобразования и дифференцирования (5.3.18) получаем:

$$\bar{H}\,d\bar{x}_{ср} + \bar{x}_{ср}d\bar{H} = \bar{x}_0 d\bar{H} \qquad (5.3.19)$$

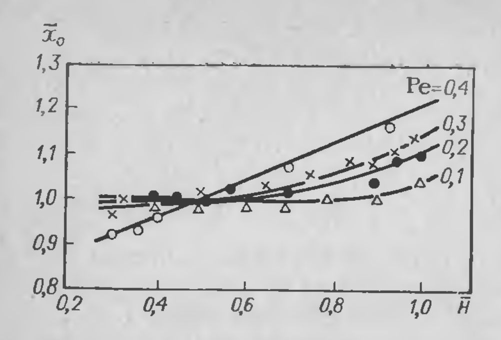


Рис. 5.10. Зависимость концентрации частиц на выходе из аппарата полупериодического действия от высоты заполнения. Сплошные линии — расчетные.

Полагая $G/F_{ап} \ll w_{ос}$, выразим концентрацию суспензии в точке выхода ($z = 0$) в соответствии с (5.2.32) как

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_{ср}\,\mathrm{Pe}/[1 - \exp(-\mathrm{Pe})] \qquad (5.3.20)$$

где $\mathrm{Pe} = w_{ос}H/D_{эф}$.

В соответствии с (3.4.3) и (3.4.5) для аппаратов с отражательными перегородками зависимость коэффициента турбулентного переноса от высоты слоя суспензии выражается формулой

$$D_{эф} \approx D_{эф.\,н}\bar{H}^{-0,36} \qquad (5.3.21)$$

где $D_{эф.\,н}$ — значение $D_{эф}$ при $H = H_н$.

Отсюда

$$\bar{x}_0 = \bar{x}_{ср}\frac{\mathrm{Pe}_н\bar{H}^{1,36}}{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_н\bar{H}^{1,36})} \qquad (5.3.22)$$

Подставив это выражение в уравнение (5.3.19), с учетом граничного условия

$$\bar{x}_{ср} = 1 \qquad \text{при} \quad \bar{H} = 1 \qquad (5.3.23)$$

имеем:

$$\bar{x}_{ср} = \frac{1}{\bar{H}}\left\{\frac{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_н\bar{H}^{1,36})}{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_н)}\exp[\mathrm{Pe}_н(\bar{H}^{1,36} - 1)]\right\}^{1/1,36} \qquad (5.3.24)$$

Сопоставление уравнений (5.3.24) и (5.3.22) позволяет получить окончательное выражение, которое связывает концентрацию частиц на выходе из аппарата с текущим значением высоты заполнения:

$$x_0 = x_{ср.\,н}\frac{\mathrm{Pe}_н\bar{H}^{0,36}}{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_н\bar{H}^{1,36})}\times$$
$$\times\left\{\frac{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_н\bar{H}^{1,36})}{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_н)}\exp[\mathrm{Pe}_н(\bar{H}^{1,36} - 1)]\right\}^{1/1,36} \qquad (5.3.25)$$

Из выражения (5.3.25), так же как и из результатов измерений, [23] следует, что при значениях $\mathrm{Pe} < 0{,}2$ концентрация частиц на выходе из аппарата в течение всего периода выгрузки незначительно отличается от начальной средней концентрации (рис. 5.10). При значениях критерия Пекле 0,3 и более изменение концентрации на выходе может быть существенным.

Пример 5.1. Проверить применимость аппарата объемом 80 м³ ($R = 2{,}5$ м высота заполнения $H = 3{,}3$ м, неподвижные внутренние устройства отсутствуют) с турбинной мешалкой ($\zeta_м = 8{,}4$, $z_м = 1$, $r_0 = 0{,}625$ м, $n = 1{,}06$ об/с, $\omega_0 = 6{,}66$ рад/с) для перемешивания суспензии с массовой концентрацией твердой фазы

5 % ($\rho_ч = 2165$ кг/м³, $d_ч = 0{,}0001$ м, $\rho = 1210$ кг/м³, $\mu = 0{,}0012$ Па·с). Допустимая разность концентраций твердой фазы в основной части объема аппарата составляет ±10 %.

Решение. 1. Первый этап — гидродинамический расчет.

1.1. По (5.2): $\rho_{ср} = 1\Big/\left(\frac{1 - 0{,}05}{1210} + \frac{0{,}05}{2165}\right) = 1237$ кг/м³.

1.2. $\mathrm{Re}_ц = \rho_{ср}nd_м^2/\mu = 1237 \cdot 1{,}06 \cdot 1{,}25^2/0{,}0012 = 1{,}71 \cdot 10^6$.

1.3. $\bar{R} = R/r_0 = 2{,}5/0{,}625 = 4{,}0$.

1.4. По (2.1.17а): $\gamma = 4 \cdot 3{,}3/2{,}5 + 1 = 6{,}28$.

1.5. По (2.1.38): $E = 6{,}28/[1 \cdot 8{,}4 \cdot (1{,}71 \cdot 10^6)^{0,25}] = 0{,}021$.

1.6. По рис. 2.10: $\psi_1 \approx -0{,}4$; по (2.1.29в): $\psi_2 = -0{,}5 + 1{,}25 \cdot 0{,}4 = 0$.

1.7. По (5.1.7): $w_{ос} \approx 1{,}15\sqrt{10^{-4} \cdot (2165 - 1210)\,9{,}81/1210} = 0{,}032$ м/с.

1.8. По рис. 3.6: $\bar{r}_m \approx 0{,}86$.

2. Второй этап — оценка радиального распределения частиц.

2.1. По (5.2.23): $K_ц = 0{,}032/[0{,}05\,(4 - 0{,}86)^2\sqrt{9{,}81 \cdot 0{,}625}] = 0{,}026$.

2.2. По рис. 5.3: $x_{ср}/x \approx 1$.

Таким образом, радиальная неоднородность распределения концентрации частиц несущественна.

3. Третий этап — расчет распределения частиц по высоте периферийной зоны аппарата.

3.1. По (3.3.17):

$$D_{т2} = 0{,}45^2 \cdot 6{,}66 \cdot 0{,}625^2\,\frac{(4 - 0{,}86)^2}{4^2 - 0{,}86^2}[-1{,}6 \cdot 0{,}4\,(0{,}86^5 - 1) +$$
$$+ 0 + (0{,}86^2 - 1) + 2\,(-0{,}4 + 0 + 1)\ln 4] = 0{,}57 \text{ м}^2/\text{с}$$

3.2. По (3.3.24): $\bar{v}(r_0) = 1 - 0{,}4 + 0 = 0{,}6$.

3.3. По (3.3.23): $k_q = 0{,}0013\exp(6{,}9 \cdot 0{,}6) = 0{,}0816$.

3.4. По (3.3.22): $q = 0{,}0816 \cdot 1{,}06 \cdot 1{,}25^3 = 0{,}169$ м³/с.

3.5. $r_m = r_0\bar{r}_m = 0{,}625 \cdot 0{,}86 = 0{,}54$ м.

3.6. По (5.2.33): $w_2 = 0{,}169/[3{,}14\,(2{,}5^2 - 0{,}54^2)] = 0{,}009$ м/с.

3.7. $\mathrm{Pe}_М = (w_{ос} - w_2)\,H/D_{т2} = (0{,}032 - 0{,}009)\,3{,}3/0{,}57 = 0{,}133$.

3.8. Наибольшие и наименьшие локальные значения концентрации определим, исходя из (5.2.32):

$$x_{макс} = x_{z=0} = x_{ср}\frac{\mathrm{Pe}_М}{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_М)} = 0{,}05\,\frac{0{,}133}{1 - \exp(-0{,}133)} = 0{,}0534$$

$$x_{мин} = x_{z=1} = x_{ср}\frac{\mathrm{Pe}_М\exp(-\mathrm{Pe}_М)}{1 - \exp(-\mathrm{Pe}_М)} =$$

$$= 0{,}05\,\frac{0{,}133\exp(-0{,}133)}{1 - \exp(-0{,}133)} = 0{,}0467$$

Это соответствует разности концентраций в аппарате ±7 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Soo S., Trezek G., Dimik R. e. a.* — Ind. Eng. Chem., Fund., 1964, v. 3, № 1, p. 98—103.
2. *Thomas D.* — AIChEJ, 1960, v. 6, № 4, p. 631—635.
3. *Coy C.* Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 533 с.
4. *Latto B., Round G., Auzenavs R.* — Can. Journ. Chem. Engng, 1973, v. 51, № 5, p. 536—539.
5. *Schwartzberg H., Treybal R.* — Ind. Eng. Chem. Fund., 1968, v. 7, № 1, S. 6—13.
6. *Soo S., Ihring H., Ir. A. Elkouh.* — Trans. ASMEJ. Basic Engng, 1963, 82D, № 3, p. 609—614.

7. *Lewins D., Glastonbury J.* — Trans. Inst. Chem. Engrs, 1972, v. 50, № 1, p. 132—142.
8. *Lumley I. L.* — PhD Thesis (Aeronautics) the John Hopkins University, Baltimore, 1957.
9. *Мирцхулава П. Е.* Инженерные методы расчета и прогноза водной эрозии. М.: Колос, 1970. 240 с.
10. *Караушев А. В.* Проблемы динамики естественных водных наносов. Л.: Гидрометеоиздат, 1960. 324 с.
11. Моделирование аэрационных сооружений для очистки сточных вод/*Брагинский Л. Н., Евилевич М. А., Бегачев В. И. и др.* — Л.: Химия, 1980. 144 с.
12. Каталог. Вертикальные стальные сварные аппараты с перемешивающими устройствами. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1978. 27 с.
13. *Павлушенко И. С., Костин Н. М., Матвеев С. Ф.* — ЖПХ, 1957, т. 30, № 7, с. 1160—1164.
14. *Kneule F.* — Chem. Ing. Techn., 1956, Bd. 28, № 1, S. 221—224.
15. *Van de Vusse J.* Joint Symp. on Scaling-up. Sect. 41. London, 1957.
16. *Фортье А.* Механика суспензий. М.: Мир, 1971. 324 с.
17. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Кофман Р. З.* — Теоретич. основы хим. технол., 1968, т. 2, № 1, с. 128—133.
18. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Маньковский О. Н., Барабаш В. М.* — ТОХТ, 1975, т. 9, № 2, с. 241—247.
19. *Брагинский Л. Н.* — Там же, 1968, т. 2, № 1, с. 146—150.
20. *Кафаров В. В., Брагинский Л. Н., Гуревич М. А., Бегачев В. И.* — Там же, 1971, т. 5, № 2, с. 287—295.
21. *Нешков П. Ф., Заостровский Ф. П.* — ЖПХ, 1966, т. 39, № 6, с. 1482—1487.
22. *Кафаров В. В.* Методы кибернетики в химии и химической технологии. М.: Химия, 1976. 465 с.
23. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1971, с. 115—117.

Глава 6

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

Основой расчета теплообмена в аппаратах с мешалками, как и в теплообменных аппаратах других типов [1, 2], служит уравнение

$$Q = KF\,\Delta t_{ср} \qquad (6.1)$$

где Q — тепловой поток, Вт; K — коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2·К); F — площадь поверхности теплообмена, м^2; $\Delta t_{ср}$ — средняя разность температур теплоносителей, К.

Коэффициент теплопередачи K для плоской стенки определяется по формуле:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + R_{ст} + \frac{1}{\alpha_т}} \qquad (6.2)$$

Здесь α и $\alpha_т$ — коэффициенты теплоотдачи от перемешиваемой среды и от теплоносителя в теплообменном устройстве (в рубашке, змеевике), Вт/(м^2·К); $R_{ст}$ — термическое сопротивление плоской стенки аппарата или теплообменного устройства, м^2·К/Вт.

В общем случае $R_{ст}$ определяется следующим образом:

$$R_{ст} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \qquad (6.3)$$

где k — число слоев многослойной стенки; δ_i — толщина i-го слоя материала стенки м; λ_i — теплопроводность i-го слоя, Вт/(м·К).

Величина площади теплообменной поверхности определяется как площадь стенок аппарата или внутренних устройств, омываемых перемешиваемой средой и теплоносителем. Исключение составляют аппараты с рубашкой из полутруб (см. рис. 1.4). Эффективная площадь теплообменной поверхности в этом случае оказывается меньше, чем площадь стенки аппарата, соприкасающаяся с перемешиваемой средой, из-за наличия промежутков между полутрубами.

Учитывая, что условия теплоотдачи на участках стенки между полутрубами аналогичны условиям на ребрах оребренных труб [1, 2], для расчета аппаратов рассматриваемого типа следует пользоваться уравнением

$$K = \frac{1}{\left(1+\frac{l}{a}\right)\left(\frac{1}{\alpha_р} + \frac{\delta\Delta}{\lambda} + \frac{\Delta}{\alpha}\right)} \qquad (6.4)$$

Здесь

$$\Delta = \left[1 + \left(1 + \frac{\delta\alpha}{2\lambda}\right)\sqrt{\frac{\lambda\delta}{\alpha a^2}}\right]^{-1}$$

a — половина длины хорды основания полутрубы, м; l — половина расстояния между полутрубками, м (см. рис. 1.4).

Величина a для полутрубы радиуса $r_т$ определяется как

$$a = r_т \sqrt{\frac{2h_т}{r_т} - 1} \qquad (6.5)$$

где $h_т$ — высота полутрубы, м.

Метод расчета средней разности температур Δt зависит от способа проведения процесса и типа теплообменного устройства.

Как показано в гл. 4, локальные значения температуры перемешиваемой среды при турбулентном режиме обычно незначительно отличаются от средней температуры в аппарате *, и $\Delta t_{ср}$ зависит только от изменения температуры теплоносителя. Формулы для наиболее типичных случаев теплообмена приведены в табл. 6.1.

---

* Случай теплообмена в аппаратах со скребковыми мешалками, в которых перепад температуры может быть существенным, рассматривается в разделе 6.3, а распределение температуры в таких аппаратах описано в разделе 4.3.

Таблица 6.1. **Формулы для расчета средней разности температур в аппаратах с мешалками**

Агрегатное состояние теплоносителя	Тип теплообменного устройства	Характер процесса: стационарный	Характер процесса: нестационарный
Жидкость	Гладкая рубашка	$\Delta t_{ср} = \lvert t - t_{т.\,вых} \rvert$	$\Delta t_{ср} = \dfrac{t_к - t_н}{\ln \dfrac{t_к - t_{т.\,вых}}{t_н - t_{т.\,вых}}}$
	Рубашка из полутруб, змеевик	$\Delta t_{ср} = \dfrac{t_{т.\,вых} - t_{т.\,вх}}{\ln \dfrac{t - t_{т.\,вх}}{t - t_{т.\,вых}}}$	
Пар	Гладкая рубашка	$\Delta t_{ср} = \lvert t - t_т \rvert$	$\Delta t_{ср} = \dfrac{t_к - t_н}{\ln \dfrac{t_к - t_т}{t_н - t_т}}$
	Рубашка из полутруб, змеевик		

Обозначения: L — линейный размер теплообменной поверхности (высота рубашки, длина трубки змеевика и т. п.); $\tau_к$ — время нестационарного процесса; t — температура перемешиваемой среды; $t_т$ — температура теплоносителя; индексы «вх» — вход, «вых» — выход, «н» — начало, «к» — конец.

6.1. ТЕПЛООТДАЧА ОТ ПЕРЕМЕШИВАЕМОЙ СРЕДЫ

Вопросы теплоотдачи от перемешиваемой среды в аппаратах с мешалками относятся к наиболее изученным. В литературе приводится большое число частных эмпирических уравнений [3—5] для отдельных типов мешалок, а также обобщенные полуэмпирические зависимости [6—8], область применения которых охватывает широкий диапазон условий проведения процесса. Наряду с этим разработан ряд теоретических моделей переноса в пограничном слое [9—12], которые в той или иной степени отражают физические особенности теплообмена в аппаратах с мешалками. В настоящем разделе теплообмен анализируется на основе одной из этих моделей [11, 12], используемой выше при анализе закономерностей гидравлического сопротивления (раздел 2.5), а в последующем — при описании массопередачи (гл. 7). Эта модель учитывает одновременно как осредненные характеристики турбулентности, так и особенности структуры макромасштабного течения в аппаратах с мешалками.

Скорость переноса теплоты в основной части объема аппаратов с мешалками определяется турбулентной температуропроводностью (гл. 4), а скорость переноса импульса (или момента импульса) — турбулентной вязкостью (раздел 2.5). Вблизи твердой поверхности (в пограничном слое) имеет место затухание турбулентных пульсаций и снижение коэффициентов турбулентного переноса импульса и теплоты. На некотором расстоянии от стенки δ_0 значения турбулентной и молекулярной вязкости оказываются сопоставимыми, а в непосредственной близости от стенки вклад турбулентного переноса становится ничтожным и основное влияние на профиль скорости оказывает молекулярная вязкость среды *. Область потока на расстояниях от стенки $y < \delta_0$, в которой заметно влияние молекулярной вязкости на перенос импульса, обычно называют [13] вязким подслоем. При значениях критерия Прандтля больше единицы, характерных для большинства жидкостей **, основное термическое сопротивление сосредоточено в пределах вязкого подслоя [14], и величина коэффициентов теплоотдачи определяется закономерностями переноса теплоты в этой области потока.

В общем случае тепловой поток через единицу площади поверхности, нормальной к направлению теплового потока, можно выразить как

$$q_т = \rho c_p (a_т + a) \frac{dt}{dy} = \frac{1}{R_т} (t - t_{ст}) \tag{6.1.1}$$

где $q_т$ — удельный тепловой поток, Вт/м²; ρ — плотность среды, кг/м³; c_p — удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); a, $a_т$ — коэффициенты молекулярной и турбулентной температуропроводности, м²/с; $R_т = 1/\alpha$ — термическое сопротивление, м²·К/Вт.

Если область изменения термического сопротивления, а следовательно, и область существенного изменения температуры ограничена

* В большинстве случаев прилагательное «молекулярная» опускается.
** Значения $Pr < 1$ характерны для расплавов металлов.

пределами вязкого подслоя, величину термического сопротивления можно определить как

$$R_{\text{т}} = \int_0^{\delta_0} \frac{dt}{q_{\text{т}}} \approx \int_0^{\infty} \frac{dt}{q_{\text{т}}} \tag{6.1.2}$$

Отсюда с учетом (6.1.1)

$$R_{\text{т}} = \frac{1}{\rho c_p} \int_0^{\infty} \frac{dy}{a + a_{\text{т}}} \tag{6.1.3}$$

В соответствии с гипотезой Ландау [13] коэффициент турбулентного переноса в вязком подслое изменяется пропорционально четвертой степени расстояния от стенки *:

$$a_{\text{т}} = v_0 y^4/\delta_0^3 \tag{6.1.4}$$

Подставив (6.1.4) в (6.1.3), имеем:

$$R_{\text{т}} = \frac{1}{\rho c_p} \int_0^{\infty} \frac{dy}{(v_0 y^4/\delta_0^3) + a} \approx \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \frac{1}{a\rho c_p} \sqrt[4]{\frac{a\delta_0^3}{v_0}} \tag{6.1.5}$$

или

$$\alpha \approx \frac{1}{R_{\text{т}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} a\rho c_p \sqrt[4]{\frac{v_0}{a\delta_0^3}} \tag{6.1.6}$$

Толщина вязкого подслоя δ_0 и скорость турбулентных пульсаций v_0 масштаба δ_0 связаны [13] соотношением

$$\text{Re}_{\text{кр}} = v_0\delta_0/\nu = 11{,}5 \tag{6.1.7}$$

где ν — кинематическая вязкость, м²/с.

Выражая из (6.1.7) величину δ_0 и определяя скорость турбулентных пульсаций масштаба δ_0 по Колмогорову—Обухову [16, 17]

$$v_0 \approx (\varepsilon_0\delta_0)^{1/3} \tag{6.1.8}$$

запишем (6.1.6) в следующей форме:

$$\alpha = 0{,}267\rho c_p (\varepsilon_0\nu)^{0{,}25}/\text{Pr}^{0{,}75} \tag{6.1.9}$$

Величина ε_0 — диссипация энергии в единице массы перемешиваемой среды — может быть принята равной

$$\varepsilon_0 = N/(\rho V) \tag{6.1.10}$$

где N — мощность, потребляемая на перемешивание, Вт; V — объем перемешиваемой среды, м³.

* Такой характер зависимости находит экспериментальное подтверждение, например, в работе [15]. Отметим, однако, что близкие результаты могут быть получены и при $a_{\text{т}} = v_0 y^3/\delta_0^2$ [10].

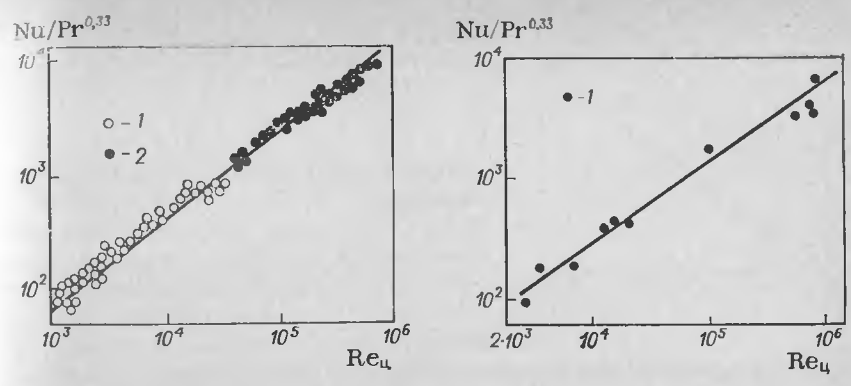


Рис. 6.1. Теплоотдача от стенки аппарата с отражательными перегородками и открытой турбинной мешалкой:

1 — опытные данные [19]; 2 — опытные данные [20]; сплошная линия — расчет по уравнению (6.1.12).

Рис. 6.2. Теплоотдача от стенки аппарата без отражательных перегородок с открытой турбинной мешалкой:

1 — опытные данные [21]; сплошная линия — расчет по уравнению (6.1.12).

Выражая далее мощность по (2.4.1) как

$$N = K_N \rho n^3 d_{\text{м}}^5 \tag{6.1.11}$$

преобразуем уравнение теплоотдачи (6.1.9) и представим его в форме*:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha D}{\lambda} = 0{,}283 K_N^{0{,}25} \text{Re}_{\text{ц}}^{0{,}75} \text{Pr}^{0{,}25} \left(\frac{D}{d_{\text{м}}}\right)^{0{,}25} \left(\frac{D}{H}\right)^{0{,}25} \left(\frac{\mu}{\mu_{\text{ст}}}\right)^{0{,}14} \tag{6.1.12}$$

Здесь $\mu_{\text{ст}}$, μ — вязкость перемешиваемой среды при температуре стенки и средней температуре в аппарате, Па·с; K_N — критерий мощности (см. гл. 2); $\text{Re}_{\text{ц}} = \rho n d_{\text{м}}^2/\mu$ — критерий Рейнольдса; n — частота вращения мешалки, об/с; D, $d_{\text{м}}$ — диаметр аппарата и мешалки, м; H — высота жидкости в аппарате, м.

Уравнение (6.1.12) получено на основе предположения о том, что диссипация энергии вблизи теплообменной поверхности близка к средней по аппарату величине ε_0, определяемой по формуле (6.1.10). Это уравнение распространяется на случаи теплообмена в аппаратах с рубашками при наличии и отсутствии отражательных перегородок. Тип мешалки и ее размеры не играют роли, и при одинаковых удельных затратах энергии коэффициенты теплоотдачи в аппаратах с мешалками различных типов одинаковы. Это вполне согласуется с экспериментальными данными по теплообмену в аппаратах различных типов и масштабов [19—24] (рис. 6.1—6.3), в том числе и при перемешивании ленточными мешалками при турбулентном режиме (см. гл. 12).

Расчетные линии, приведенные на рис. 6.1—6.3, получены по уравнению (6.1.12). При этом во избежание искажения эксперимен-

* Поправка $(\mu/\mu_{\text{ст}})^{0{,}14}$ вводится для учета изменения направления теплового потока [18].

Для определения $V_{сл}$ примем ширину следа приблизительно равной $1,5d_з$ [29, 30], тогда *

$$V_{сл} \approx 2\pi R_з d_з \left(1,5h_з - \frac{\pi}{4} z_в d_з\right) \qquad (6.1.14)$$

где $R_з$ — радиус навивки змеевика, м; $d_з$ — наружный диаметр трубы змеевика, м; $h_з$ — высота змеевика, м; $z_в$ — число витков змеевика.

Мощность, затрачиваемая на преодоление гидравлического сопротивления змеевика, установленного в канале с площадью поперечного сечения F_0, может быть определена по формуле

$$N_{сл} = \zeta_з \rho w^3 F_0/2 \qquad (6.1.15)$$

В аппарате с отражательными перегородками змеевик расположен либо в зоне восходящего потока, либо в зоне нисходящего потока. Площадь поперечного сечения этих зон (см. гл. 2):

$$F_0 \approx \pi D^2/8 \qquad (6.1.16)$$

Коэффициент гидравлического сопротивления змеевика [31]:

$$\zeta_з = 1,15 \varkappa_1 \varkappa_2 z_в/(1 - \varkappa_2 \varkappa_3)^3 \qquad (6.1.17)$$

Значение коэффициента $\varkappa_2$ определяется по формуле

$$\varkappa_2 = 16 R_з d_з/D^2 \qquad (6.1.18)$$

а значения $\varkappa_1$ и $\varkappa_3$ — по приведенным ниже данным:

$h_з/(z_в d_з)$	2	5	10	20
$\varkappa_1$	0,4	0,53	0,7	0,88

$\varkappa_2$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\varkappa_3$	0,75	0,52	0,4	0.27	0,18	0,12	0,075	0,04	0,02

Скорость обтекания змеевика w может быть принята равной средней скорости осевого потока жидкости и определена на основе расчетных значений циркуляционного расхода q. Следует, однако, отметить, что установка змеевика приводит к увеличению гидравлического сопротивления циркуляционного контура и, как следствие, к снижению циркуляционного расхода. Для оценки степени снижения расхода будем рассматривать мешалку в первом приближении как насос постоянного напора, для которого выполняется условие

$$\zeta_0 \rho w_0^2/2 = (\zeta_0 + \zeta_з) \rho w^2/2 \qquad (6.1.19)$$

где ζ_0 — коэффициент сопротивления циркуляционного контура в аппарате; w_0 — средняя скорость циркуляционного потока при отсутствии змеевика, м/с.

В соответствии с уравнением (2.2.12)

$$w_0 = 8q/(\pi D^2) = 16 k_q n d_м^3/(\pi D^2) \qquad (6.1.20)$$

Сопротивление циркуляционного контура в аппарате при отсутствии змеевика определяется главным образом наличием двух поворотов потока на 180°, и коэффициент сопротивления ζ_0 может быть в первом приближении принят равным 4,0 [31].

* Формула (6.1.14) учитывает, что часть области следа занята самим змеевиком.

Из уравнения (6.1.19) с учетом (6.1.20) имеем:

$$w \approx \frac{16 k_q n d_м^3}{\pi D^2} \sqrt{\frac{4}{4 + \zeta_з}} \qquad (6.1.21)$$

Таким образом, уравнения (6.1.13), (6.1.19) и (6.1.21) в сочетании с (6.1.9) позволяют определять коэффициенты теплоотдачи к змеевикам * в аппаратах с отражательными перегородками. Точность расчета иллюстрируется рис. 6.5. Расчет по этим уравнениям показывает, что установка в аппарате отражательных перегородок не приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи от змеевика, несмотря на повышение мощности, потребляемой на перемешивание. Заметим также, что в аппаратах без перегородок значения коэффициентов теплоотдачи к змеевику (рис. 6.4, *б*) и к рубашке (рис. 6.2) практически не различаются.

Уравнения, приведенные в настоящем разделе, относятся, строго говоря, только к случаям перемешивания гомогенных жидкостей. Однако они могут использоваться и при расчете теплоотдачи в гетерогенных системах, например в системах твердое тело—жидкость. Результаты ряда экспериментальных работ, посвященных вопросу теплоотдачи при перемешивании суспензий [32—34], показывают, что наличие твердых частиц в большинстве случаев приводит к некоторому уменьшению коэффициентов теплопередачи к стенке аппарата. Степень снижения коэффициента теплоотдачи возрастает с увеличением объемной концентрации частиц. В работе [35] при концентрациях твердой фазы 60 % наблюдалось снижение коэффициентов теплоотдачи в 2,5 раза. Авторами этой работы выполнен теоретический анализ влияния концентрации и свойств твердой фазы и предложено приближенное уравнение

$$\alpha_c/\alpha = (1 - \varphi)^a (1 + \varphi\, \Delta\rho/\rho)^{0,33} \qquad (6.1.22)$$

где α_c — коэффициент теплоотдачи от суспензии, Вт/(м²·К); φ — объемная концентрация частиц; $\Delta\rho$ — разность плотностей фаз, кг/м³; $a = 0,8 \div 1,0$.

При перемешивании систем жидкость—жидкость расчет теплоотдачи может быть выполнен [36], как и для чистых жидкостей, при условии использования в качестве свойств среды физических параметров смеси.

Данные о теплообмене при перемешивании в системах газ—жидкость в настоящее время крайне ограничены. Известно, что коэффициенты теплоотдачи к стенке аппарата при подаче газа снижаются по сравнению с измеряемыми в жидкости. Для аппарата с турбинной мешалкой и отражательными перегородками получено уравнение [37]

$$Nu = \alpha D/\lambda = 1,35\, Re_м^{0,50} Fr_ц^{-0,1} Pr^{0,33} (\mu/\mu_{ст})^{0,14} \qquad (6.1.23)$$

* Рассматриваемый подход к расчету теплообмена в зоне отрывного течения нашел подтверждение также применительно к случаю обтекания пучков труб [12].

где $\mathrm{Re_м} = (nd_м + 4w_г)\, d_м/\nu$ — модифицированный критерий Рейнольдса; $\mathrm{Pr} = c_p\mu/\lambda$ — критерий Прандтля для жидкости; $\mathrm{Fr_ц} = n^2 d_м/g$ — центробежный критерий Фруда; $w_г$ — приведенная скорость газа, м/с.

Следует отметить, что значения коэффициента теплоотдачи α, рассчитанные по уравнению (6.1.23), близки к вычисляемым по (6.1.9) и (6.1.10) при условии, что значение мощности, подставляемое в (6.1.10), определено с учетом влияния ввода газа (см. раздел 9.1). Уменьшение мощности в результате ввода газа обычно не превышает 50 %, и поскольку в уравнение (6.1.9) мощность входит с показателем степени всего 0,25, влияние ввода газа на α невелико.

6.2. ТЕПЛООТДАЧА В АППАРАТАХ СО СКРЕБКОВЫМИ МЕШАЛКАМИ

Скребковые мешалки при перемешивании вязких жидкостей обеспечивают значительно более высокую интенсивность теплообмена по сравнению с мешалками других типов, в том числе по сравнению с близкими по конструкции якорными или рамными мешалками [38]. Причиной существенного повышения коэффициентов теплоотдачи является отсутствие зазора между стенкой и лопастью мешалки (скребком). При движении скребка происходит удаление нагретых (охлажденных) элементов пограничного слоя с поверхности теплообмена и замена их объемами жидкости из области, удаленной от стенки. У стенки происходит нагрев (или охлаждение) этих элементарных объемов жидкости в течение промежутка времени $\tau = 1/(z_л n)$, где $z_л$ — число скребков в одном сечении. Затем они вновь переносятся скребком в ядро потока, открывая тем самым доступ к поверхности теплообмена новой порции жидкости. В непосредственной близости от стенки конвективный теплообмен не играет заметной роли, и в начальный период перенос теплоты осуществляется за счет молекулярной теплопроводности в элементе жидкости, мгновенно приведенном в соприкосновение с поверхностью теплообмена *. Такой случай теплопереноса описывается уравнением нестационарной теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \tag{6.2.1}$$

с граничными условиями

$$\left.\begin{aligned} t &= t_{ст} \quad \text{при } y = 0 \text{ и } \tau > 0 \\ t &= t_0 \quad \text{при } y > 0 \text{ и } \tau = 0 \end{aligned}\right\} \tag{6.2.2}$$

где y — расстояние от стенки, м; $a = \lambda/(\rho c_p)$ — коэффициент молекулярной температуропроводности, м²/с.

Решение уравнения (6.2.1) с граничными условиями (6.2.2) может быть представлено [42] как

$$\alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\lambda\rho c_p}{\tau_{ср}}} \tag{6.2.3}$$

где $\tau_{ср}$ — среднее время контакта элемента жидкости с поверхностью теплообмена, с.

* Описанное ниже решение для случая теплоотдачи в аппаратах со скребковыми мешалками получено независимо в работах [39—41].

В случае аппарата со скребковой мешалкой величина $\tau_{ср}$ представляет собой промежуток времени между двумя последовательными прохождениями скребков через данную точку поверхности:

$$\tau_{ср} = 1/(z_л n) \tag{6.2.4}$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\rho c_p \lambda n z_л} \tag{6.2.5}$$

и тепловой поток, передаваемый через стенку аппарата со скребковой мешалкой:

$$Q = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\rho c_p \lambda n z_л}\, F\,(t_0 - t_{ст}) \tag{6.2.6}$$

В уравнении (6.2.6), в отличие от уравнений теплоотдачи в аппаратах с мешалками других типов, величина t_0 — температура жидкости в ядре турбулентного потока — не равна среднему по аппарату значению t и представляет собой температуру в периферийной зоне аппарата, заключенной в области радиусов $r_с \leqslant r \leqslant R$. Как показано в гл. 3, в аппаратах со скребковыми мешалками имеют место две концентрические зоны $r < r_с$ и $r > r_с$, температура в которых может существенно различаться. Граница раздела зон — цилиндрическая поверхность радиуса оси скребков $r_с$ — обладает определенным конечным термическим сопротивлением $R_т$. В связи с этим при определении теплового потока по уравнению (6.2.6) вместо t_0 подставляется значение температуры t_2, рассчитываемое по уравнениям, приведенным в разделе 4.3. Для ориентировочной оценки можно пользоваться величиной так называемого кажущегося коэффициента теплоотдачи

$$\alpha' \approx \frac{1}{R_т + (1/\alpha)} \tag{6.2.7}$$

где $R_т$ — термическое сопротивление границы раздела зон, рассчитываемое по уравнению (4.3.11).

Использование приближенного уравнения (6.2.7) позволяет рассчитывать тепловой поток с использованием средней температуры перемешиваемой среды, а в случае непрерывного процесса — температуры среды на выходе из аппарата.

6.3. ТЕПЛООТДАЧА В ТЕПЛООБМЕННЫХ УСТРОЙСТВАХ

Одной из необходимых составляющих при определении коэффициентов теплопередачи в соответствии с выражениями (6.2) является коэффициент теплоотдачи в теплообменных устройствах. Методы расчета теплоотдачи в этих устройствах не являются специфическими для аппаратов с мешалками, и расчет обычно осуществляется по одному из общеизвестных методов, рассматриваемых в литературе по теплообмену [1, 2, 18]. Обзор методов расчета теплоотдачи в теплообменных устройствах применительно к аппаратам с мешалками дан в работе [43]. В настоящем разделе приводятся сведения

только о наиболее часто применяемых методиках расчета теплоотдачи в устройствах типовых конструкций, рассмотренных в гл. 1.

Теплоотдача от жидкого теплоносителя в гладкой рубашке. Одна из конструктивных особенностей гладких рубашек аппаратов с мешалками (см. рис. 1.2) заключается в том, что сечение входного и выходного патрубков в 80—100 раз меньше площади поперечного сечения канала рубашки. Скорость жидкого теплоносителя в патрубке обычно составляет 1—3 м/с, а средняя скорость течения в рубашке не превышает 0,01—0,03 м/с. Опыт показывает, что в таких условиях распределение расхода по сечению рубашки оказывается неравномерным (имеют место так называемая струйность течения и возникновение застойных зон). Однако, несмотря на наличие областей с относительно высокими локальными скоростями, коэффициенты теплоотдачи от жидкости к стенке корпуса, как правило, не превышают 300—400 Вт/(м²·К), а закономерности теплоотдачи определяются свободной конвекцией. Это следует не только из расчетных оценок, но и из практических данных; как показано в работе [44], даже десятикратное изменение расхода теплоносителя не оказывает заметного влияния на величину коэффициента теплоотдачи. Следовательно, расчет коэффициентов теплоотдачи в гладких рубашках может с достаточной точностью проводиться по уравнению теплоотдачи к вертикальной поверхности при свободной конвекции:

$$\alpha_т = C\,\frac{\lambda_т}{H_т}\,(\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}_т)^f \qquad (6.3.1)$$

где $\mathrm{Gr} = gH_т^3\beta\Delta t/\nu_т^2$ — критерий Грасгофа; $\mathrm{Pr}_т = \nu_т/a_т$ — критерий Прандтля для теплоносителя; $H_т$ — высота рубашки, м; $\nu_т$ — кинематическая вязкость теплоносителя, м²/с; $a_т$ — коэффициент температуропроводности, м²/с; β — температурный коэффициент объемного расширения, К⁻¹; Δt — средняя разность температур между стенкой и теплоносителем, К.

Коэффициенты C и f зависят от режима течения жидкости, определяемого величиной комплекса $\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}_т$:

$\mathrm{Gr}\mathrm{Pr}_т$	$<10^{-3}$	10^{-3}—$5\cdot10^2$	$5\cdot10^2$—$2\cdot10^7$	$>2\cdot10^7$
C	0,45	1,18	0,54	0,135
f	0	$^1/_8$	$^1/_4$	$^1/_3$

Температурный коэффициент объемного расширения определяется по формуле

$$\beta = \frac{\rho_{т.н} - \rho_{т.вых}}{\rho_{т.вых}\,(t_{т.н} - t_{т.вых})} \qquad (6.3.2)$$

где $\rho_{т.н}$ — плотность теплоносителя при температуре $t_{т.н}$, кг/м³; $\rho_{т.вых}$ — плотность теплоносителя при температуре $t_{т.вых}$, кг/м³; $t_{т.н}$, $t_{т.вых}$ — начальное и конечное значения температуры теплоносителя, К.

Средняя разность температур:

$$\Delta t = |\,t_{т.ст} - t_{т.вых}| \qquad (6.3.3)$$

Здесь $t_{т.ст}$ — температура стенки корпуса со стороны рубашки.

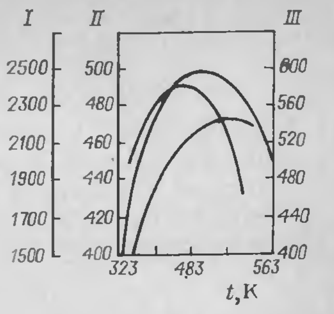


Рис. 6.6. Зависимость A_1 от температуры для насыщенных паров по данным [43]:
I — воды; II — дифенильной смеси; III — дитолилметана; нумерация кривых — слева направо.

При расчете по формуле (6.3.1) используются теплофизические свойства теплоносителя при температуре $t_{т.вых}$.

Конденсация пара в рубашке. Расчет теплообмена при конденсации пара в рубашке осуществляется по уравнениям, применяемым обычно для случаев теплоотдачи на плоской вертикальной поверхности, так как кривизна стенки корпуса аппарата, на которой происходит конденсация пара, невелика. Наиболее часто для этих целей используется уравнение [18]

$$\alpha_т = 0{,}943\left[\frac{\lambda_к^3\rho_к(\rho_к - \rho_п)\,gr}{\mu_к(t_п - t_{т.ст})\,H}\right]^{0,25} \qquad (6.3.4)$$

где $\lambda_к$ — теплопроводность конденсата, Вт/(м·К); $\rho_к$ — плотность конденсата, кг/м³; $\rho_п$ — плотность пара, кг/м³; g — ускорение свободного падения, м/с²; r — теплота конденсации, Дж/кг; $\mu_к$ — вязкость конденсата, Па·с; $t_п$ — температура насыщенного пара, К; H — высота рубашки, м.

Для удобства уравнение (6.3.4) можно представить в виде

$$\alpha_т = 0{,}94A_1\sqrt[4]{\frac{r}{H(t_п - t_{т.ст})}} \qquad (6.3.5)$$

где

$$A_1 = [\lambda_к^3\rho_к(\rho_к - \rho_п)\,g/\mu_к]^{0,25} \qquad (6.3.6)$$

Множитель A_1 учитывает свойства теплоносителя при температуре $t = (t_п + t_{т.ст})/2$ (рис. 6.6).

Уравнение (6.3.4) получено Нуссельтом для идеализированного случая невозмущенного ламинарного стекания пленки при отсутствии градиента температуры по толщине. При значениях $r/[c_{рк}(t_п - t_{т.ст})] < 5$ [где $c_{рк}$ — удельная теплоемкость конденсата, Дж/(кг·К)] коэффициент теплоотдачи может существенно увеличиваться. Это учитывается [18] путем введения поправок $\varepsilon_т$ и $\varepsilon_п$ на неизотермичность пленки, а также $\varepsilon_в$ на волнообразование:

$$\alpha_т = 0{,}943\left[\frac{\lambda_к^3\rho_к(\rho_к - \rho_п)\,gr}{\mu_к(t_п - t_{т.ст})\,H}\right]^{0,25}\varepsilon_т\varepsilon_п\varepsilon_в \qquad (6.3.7)$$

Здесь

$$\varepsilon_т = \left[\left(\frac{\lambda_{к.ст}}{\lambda_к}\right)^3\frac{\mu_к}{\mu_{к.ст}}\right]^{0,125} \qquad (6.3.8)$$

$$\varepsilon_п = \left[1 + 0{,}4\,(t_п - t_{т.ст})\,\frac{c_{рк}}{r}\right]^{0,5} \qquad (6.3.9)$$

$$\varepsilon_в = \mathrm{Re}_{пл}^{\;0,04} \qquad (6.3.10)$$

где $\lambda_{к.ст}$ и $\mu_{к.ст}$ — значения теплопроводности и вязкости конденсата при температуре стенки; $\mathrm{Re}_{пл}$ — критерий Рейнольдса для пленки:

$$\mathrm{Re}_{пл} = G/\mu_к \qquad (6.3.11)$$

где G — расход конденсата в расчете на 1 м смоченного периметра, кг/(м·с).

Для аппаратов с рубашками

$$G = Q/(\pi r D) \qquad (6.3.12)$$

где Q — тепловой поток, Вт.

При $Re_{пл} < 1$ волнообразование отсутствует, и поправка $\varepsilon_в$ принимается равной единице.

Область применения уравнений (6.3.4)—(6.3.10) соответствует значениям $Re_{пл} \leqslant 250$. При более высоких значениях $Re_{пл}$ расчет может проводиться [18] по уравнению

$$\frac{\alpha_т}{\lambda_к}\left[\frac{\nu_к^2}{g(1-\rho_п/\rho_к)}\right]^{1/3} = \frac{Re_{пл}}{2300 + 41\, Pr_т^{-0,5}\left(Re_{пл}^{0,75} - 89\right)\left(Pr_т/Pr_{т.ст}\right)^{0,25}} \qquad (6.3.13)$$

Теплоотдача от жидкого теплоносителя в рубашках из полутруб или змеевиках. В этом случае [2]

$$\alpha_т = 0{,}023\,\frac{\lambda_т}{d_з'}\,Re_т^{0,8}Pr_т^{0,33}\left(\frac{\mu_т}{\mu_{т.ст}}\right)^{0.14}\varepsilon_т \qquad (6.3.14)$$

где $d_з'$ — внутренний диаметр трубы змеевика или эквивалентный диаметр полутрубы, м; $\lambda_т$ — теплопроводность теплоносителя, Вт/(м·К); $\mu_т$, $\mu_{т.ст}$ — вязкость теплоносителя при средней температуре $t_т$ и температуре стенки $t_{т.ст}$, Па·с; $Re_т = \rho_т w_т d_з'/\mu_т$ — критерий Рейнольдса; $w_т$ — скорость теплоносителя, м/с; $\varepsilon_т$ — поправка на изогнутость канала полутрубы или змеевика.

Теплофизические свойства теплоносителя определяются при средней температуре

$$t_{т.ср} = (t_{т.вх} + t_{т.вых})/2 \qquad (6.3.15)$$

Поправки, учитывающие кривизну канала, рассчитываются для рубашки из полутруб как

$$\varepsilon_т = 1 + 3{,}6 d_з'/D \qquad (6.3.16а)$$

а для змеевика

$$\varepsilon_т = 1 + 1{,}8\,(d_з'/R_з) \qquad (6.3.16б)$$

где D — диаметр аппарата, м; $R_з$ — радиус навивки змеевика, м.

В качестве размера $d_з'$ в уравнении (6.3.16а) используется эквивалентный диаметр полутрубы, рассчитываемый по формуле

$$d_з' = 4S_з/P_з \qquad (6.3.17)$$

Здесь $S_з = 0{,}5R_т\,[l_1 - 2a\,(1 - h_т/R_т)]$ — площадь поперечного сечения полутрубы, м²; $P_з = 2a + R_т\sqrt{8\,(h_т/R_т) + 5{,}3\,(h_т/R_т) - 1}$ — периметр полутрубы, м; a — половина длины хорды основания полутрубы, определяемая по уравнению (6.5).

Скорость теплоносителя в полутрубе:

$$w_т = V_т/S_з \qquad (6.3.18)$$

где $V_т$ — объемный расход теплоносителя, м³/с.

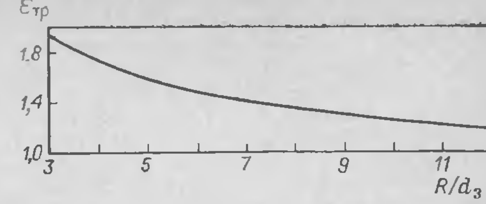


Рис. 6.7. Поправка на кривизну к коэффициенту сопротивления изогнутых труб.

Конденсация пара в рубашке из полутруб или в змеевике. Для расчета теплоотдачи в случае конденсации паров в рубашке из полутруб или змеевике при ламинарном режиме можно использовать [2] уравнение

$$\alpha_т = 0{,}555\left\{\frac{\lambda_к^3\rho_к\,(\rho_к - \rho_п)\,g}{\mu_к\,(t_п - t_{т.ст})\,d_э}\left[r + 0{,}68\,c_{pк}\,(t_п - t_{т.ст})\right]\right\}^{0,25} \qquad (6.3.19)$$

Для турбулентного режима ($Re_к > 5000$) рекомендована [2] формула

$$\alpha_т = 0{,}026\,(\lambda_к/d_э)\,Pr_т^{0,33}\left\{[w_п\,(\rho_к/\rho_п)^{0,5} + w_к]\,d_э/\mu_к\right\}^{0,8} \qquad (6.3.20)$$

где

$$Re_к = \lambda_к(t_п - t_{т.ст})/(\mu_к r);\quad w_п = 4G_п/(\pi d_э^2);\quad w_к = 4G_к/(\pi d_э^2)$$

$G_п$, $G_к$ — массовые расходы пара и конденсата, кг/с.

Гидравлический расчет теплообменных устройств. Одной из задач расчета теплообменных устройств является определение их гидравлического сопротивления. При использовании гладкой цилиндрической рубашки основной составляющей гидравлического сопротивления служат потери на преодоление местных сопротивлений входного и выходного патрубков *.

Потеря напора, вызываемая местными сопротивлениями штуцеров [18]:

$$\Delta p = 1{,}5\rho\left(w_т^2/2\right) \qquad (6.3.21)$$

Потери напора при течении в рубашках из полутруб или змеевиках определяются [31] с учетом кривизны каналов по уравнению

$$\Delta p = 0{,}03\varepsilon_{тр}\,\frac{\rho w_т^2}{2}\,\frac{l}{d_з'} \qquad (6.3.22)$$

где $\varepsilon_{тр}$ — поправка, учитывающая влияние кривизны канала (рис. 6.7); l — длина трубы змеевика или полутрубы, м.

При конденсации пара в рубашках из полутруб или змеевиках величина теплового потока не превышает некоторой максимальной величины, определяемой по формуле

$$Q_{макс} = 1{,}71\rho_к r_к d_э^{2,66}\sqrt{\pi h/l} \qquad (6.3.23)$$

где h — общая высота змеевика или рубашки из полутруб, м.

Более высокие значения Q недостижимы из-за увеличения гидравлического сопротивления змеевика по конденсату.

* Площадь проходного сечения рубашки значительно больше площади поперечного сечения штуцеров, и вклад канала рубашки в общее сопротивление незначителен.

Пример 6.1. Определить возможность отвода теплоты реакции $\dot{Q} = 25\,000$ Вт в непрерывнодействующем аппарате объемом 1 м³ ($D = 1$ м, высота заполнения $H = 1$ м) с четырьмя отражательными перегородками шириной 0,1 м и змеевиком [$R_з = 0,37$ м, $d_з = 0,032$ м, $h_з = 0,7$ м, $z_в = 6$, толщина стенки трубы змеевика $\delta_з = 0,002$ м, $\lambda_з = 46,5$ Вт/(м·К) — см. рис. 1.16]. Площадь теплообменной поверхности змеевика $F = 1,4$ м². Перемешивание в аппарате осуществляется турбинной мешалкой ($\zeta_м = 8,4$) с диаметром $d_м = 0,36$ м и частотой вращения $n = 3,25$ об/с. Свойства среды в аппарате: $\rho = 1050$ кг/м³; $\mu = 0,0024$ Па·с; $c_p = 4190$ Дж/(кг·К); $\lambda = 0,61$ Вт/(м·К). Теплоноситель в змеевике — вода [$\rho_т = 1000$ кг/м³, $\mu_т = 0,001$ Па·с; $\lambda_т = 0,61$ Вт/(м·К), $c_т = 4190$ Дж/(кг·К)]. Расход теплоносителя $V_т = 0,0015$ м³/с. Температуры: среды в аппарате $t = 313$ К (40 °С), теплоносителя (исходная) $t_{т.\,вх} = 283$ К (10 °С).

Решение. 1. Первый этап расчета — определение коэффициента теплоотдачи от перемешиваемой среды.

1.1. По (6.1.14): $V_{сл} = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,37 \cdot 0,032\,[1,5 \cdot 0,7 - (3,14/4)\,6 \cdot 0,032)] = 0,067$ м³.

1.2. Стр. 164: $\varkappa_1 = 0,47$ при $h_з/z_в d_з = 0,7/(6 \cdot 0,032) = 3,64$.

1.3. По (6.1.18): $\varkappa_2 = 16 \cdot 0,37 \cdot 0,032/1^2 = 0,19$.

1.4. Стр. 164: $\varkappa_3 = 0,54$.

1.5. По (6.1.17): $\zeta_з = 1,15 \cdot 0,47 \cdot 0,19 \cdot 6/(1 - 0,19 \cdot 0,54)^3 = 1,17$.

1.6. Принимаем значение $k_q \approx 0,5$ (см. раздел 2.2).

1.7. По (6.1.21): $w = \dfrac{16 \cdot 0,5 \cdot 3,25 \cdot 0,36^3}{3,14 \cdot 1^2} \sqrt{\dfrac{4}{4 + 1,17}} \approx 0,35$ м/с.

1.8. По (6.1.16): $F_0 = 3,14 \cdot 1^2/8 = 0,392$ м².

1.9. По (6.1.15): $N_{сл} = 1,17 \cdot 1050 \cdot 0,35^3 \cdot 0,392/2 = 10$ Вт.

1.10. По (6.1.13): $\varepsilon_{сл} = 10/(1050 \cdot 0,067) = 0,14$ Вт/кг.

1.11. Критерий Прандтля: $\mathrm{Pr} = c_p\mu/\lambda = 4190 \cdot 0,0024/0,61 = 16,5$.

1.12. По (6.1.9): $\alpha = 0,267 \cdot 1050 \cdot 4190\,(0,14 \cdot 0,0024/1050)^{0,25}/16,5^{0,75} = 3425$ Вт/(м²·К).

2. Второй этап расчета — определение коэффициента теплоотдачи в змеевике.

2.1. Внутренний диаметр змеевика: $d_з' = d_з - 2\delta_з = 0,032 - 2 \cdot 0,002 = 0,028$ м.

2.2. Площадь поперечного сечения трубы змеевика: $S_з = \pi(d_з')^2/4 = 3,14 \cdot 0,028^2/4 = 6,15 \cdot 10^{-4}$ м².

2.3. По (6.3.18): $w_т = 1,5 \cdot 10^{-3}/(6,15 \cdot 10^{-4}) = 2,43$ м/с.

2.4. Критерий Рейнольдса: $\mathrm{Re}_т = \rho_т w_т d_з'/\mu_т = 1000 \cdot 2,43 \cdot 0,028^2/0,001 = 6,8 \cdot 10^4$.

2.5. Критерий Прандтля: $\mathrm{Pr}_т = c_т\mu_т/\lambda_т = 4190 \cdot 0,001/0,61 = 6,87$.

2.6. По (6.3.16б): $\varepsilon_т = 1 + 1,8\,(0,028/0,37) = 1,14$.

2.7. Учитывая, что в данном случае $(\mu_т/\mu_{т.\,ст})^{0,14} \approx 1$, по (6.3.14): $\alpha_т = 0,023\,(0,61/0,028)\,(6,8 \cdot 10^4)^{0,8} \cdot (6,87)^{0,33} \cdot 1 \cdot 1,14 = 7900$ Вт/(м²·К).

3. Следующий этап расчета — определение коэффициента теплопередачи.

3.1. Термическое сопротивление отложений на змеевике принимается по практическим данным: $\delta_{от}/\lambda_{от} = R_{от} \approx 0,0007$ м²·К/Вт.

3.2. По (6.3): $R_{ст} = R_{от} + (\delta_з/\lambda_з) = 0,0007 + (0,002/46,5) = 7,43 \times 10^{-4}$ м²·К/Вт.

3.3. По (6.2): $K = \dfrac{1}{(1/3425) + 0,000743 + (1/7900)} = 860$ Вт/(м²·К).

4. Конечный этап расчета — определение достигаемой величины теплового потока методом последовательных приближений.

4.1. Для первого приближения:

$$t^{(1)}_{т.вых} = t_{т.вх} + \frac{Q}{V_т\rho_т c_т} = 283 + \frac{25000}{0,0015 \cdot 1000 \cdot 4190} = 287 \text{ К}$$

4.2. По табл. 6.1:

$$\Delta t^{(1)}_{ср} = \frac{t^{(1)}_{т.вых} - t_{т.вх}}{\ln \dfrac{t - t_{т.вх}}{t - t^{(1)}_{т.вых}}} = \frac{287 - 283}{\ln \dfrac{313 - 283}{313 - 287}} = 28 \text{ К}$$

4.3. По (6.1): $Q^{(1)} = 860 \cdot 1,4 \cdot 28 = 33\,600$ Вт.

4.4. Для второго приближения:

$$t^{(2)}_{т.вых} = t_{т.вх} + \frac{Q^{(1)}}{V_т\rho_т c_т} = 283 + \frac{33\,600}{0,0015 \cdot 1000 \cdot 4190} = 288,2 \text{ К}$$

4.5. По табл. 6.1:

$$\Delta t^{(2)}_{ср} = \frac{t^{(2)}_{т.вых} - t_{т.вх}}{\ln \dfrac{t - t_{т.вх}}{t - t^{(2)}_{т.вых}}} = \frac{288,2 - 283}{\ln \dfrac{313 - 283}{313 - 288,2}} = 27,3 \text{ К}.$$

4.6. По (6.1): $Q^{(2)} = 860 \cdot 1,4 \cdot 27,3 = 32\,870$ Вт.

Таким образом, $Q^{(1)}/Q^{(2)} = 33\,600/32\,870 = 1,02 \approx 1$. Следовательно, реально достижимый тепловой поток $Q \approx 33\,000$ Вт превышает заданное значение $Q = 25\,000$ Вт.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Жукаускас А. А.* Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982. 472 с.
2. *Уонг Х.* Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров/Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1979. 216 с.
3. *Штербачек З., Тауск П.* Перемешивание в химической промышленности/Пер. с чеш. под ред. И. С. Павлушенко. Л.: Госхимиздат, 1963. 416 с.
4. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
5. *Edwards M. F., Wilkinson W. L.* — The Chemical Engineer, 1972, August, № 264, p. 310.
6. *Консетов В. В.* — Инженерно-физический журнал, 1966, т. 10, № 2, с. 169—175.
7. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Павлушенко И. С.* — В кн.: Процессы химической технологии. Гидродинамика, тепло- и массопередача. М.: Наука, 1965, с. 72—74.
8. *Павлушенко И. С., Бегачев В. И., Брагинский Л. Н.* — В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 4. Минск: Наука и техника, 1968, с. 42.
9. *Доманский И. В., Соколов В. Н.* — ТОХТ, 1968, т. 2, № 5, с. 791—796.
10. *Консетов В. В.* — В кн.: Полимеризационные процессы. Аппаратурное оформление и математическое моделирование. Л.: Пластполимер, 1976, с. 5—20.
11. *Барабаш В. М., Брагинский Л. Н.* — Инженерно-физический журнал, 1981, т. 40, № 1, с. 16—20.
12. *Барабаш В. М., Бегачев В. И., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1982, т. 16, № 6, с. 784—789.
13. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 700 с.
14. *Франк-Каменецкий Д. А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Изд-во АН СССР, 1947. 368 с.
15. *Логинов А. В.* Автореф. канд. дисс. Л.: ЛТИ им. Ленсовета, 1979. 22 с.
16. *Колмогоров А. Н.* — ДАН СССР, 1941, т. 32, № 1, с. 19—25.
17. *Обухов А. М.* — Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1941, т. 5, № 4—5, с. 455—458.
18. *Маньковский О. М., Толчинский А. Р., Александров М. В.* Теплообменная аппаратура химических производств. Л.: Химия, 1976. 368 с.
19. *Chapman F., Dallenbach H., Holland F.* — Trans. Inst. Chem., 1964, v. 42, p. 398—403.
20. *Strek F.* — Chem. Stosow., 1962, № 3, S. 329.
21. *Cummings G. H., West A. S.* — Ind. Eng. Chem., 1950, v. 42, p. 1082.
22. *Uhl V. W., Voshik H. P.* — Chem. Engng Prog., 1960, v. 56, № 3, p. 72.
23. *Brown R. W., Scott R., Toyne C.* — Trans. Instn. Chem. Engrs., 1947, v. 25, p. 181.
24. *Uhl V. W.* — Chem. Eng. Prog., Symposium Series, 1955, v. 51, p. 93.
25. *Chilton T. H., Drew T. W., Jebens R. H.* — Ind. Engn. Chem., 1944, v. 36, p. 510—515.

26. *Жукаускас А., Макарявичюс В., Шланчяускас А.* Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1968. 192 с.
27. *Oldshue J. Y.* — Chem. Proc. Eng., 1966, v. 47, № 4, p. 183.
28. *Oldshue J. Y., Cretton A. T.* — Chem. Eng. Prog., 1954, v. 50, № 12, p. 615.
29. *Жукаускас А., Жюгждай А.* Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке жидкости. Вильнюс: Махслас, 1979. 240 с.
30. *Fabris G. J.* — Fluid. Mech., 1979, v. 94, № 4, p. 673—678.
31. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Энергоиздат, 1964. 365 с.
32. *Frantisak F., Smith J. W., Dohnal F.* — Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop., 1968, v. 7, p. 188.
33. *Hjulton H. G.* — Ind. Eng. Chem., 1944, v. 36, p. 522.
34. *Serwinski M., Kwasniak J.* — Chem. Stosow., 1969, № 4, S. 443.
35. *Консетов В. В., Юдахин Е. С.* — ТОХТ, 1978, т. 12, № 5, с. 700—709.
36. *Bodman S. W., Cortez D. H.* — Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop., 1963, v. 6, p. 127—132.
37. *Соколов В. Н., Доманский И. В.* Газожидкостные реакторы. Л.: Машиностроение, 1976. 216 с.
38. *Huggins F. E.* — Ind. Eng. Chem., 1931, v. 23, p. 749—751.
39. *Kool J.* — Trans. Inst. Chem. Eng. (London), 1958, v. 36, p. 253—257.
40. *Harriott P.* — Chem. Eng. Progr. Symp. Ser., 1959, v. 55 (29), p. 137—141.
41. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Павлушенко И. С.* — ЖПХ, 1964, т. 37, с. 1984—1988.
42. *Гребер Г., Эрк С., Григулль У.* Основы учения о теплообмене/Пер. с нем. под ред. А. А. Гухмана. М.: ИЛ, 1958. 566 с.
43. *Манусов Е. Б., Буянов Е. А.* Расчет реакторов объемного типа. М.: Машиностроение, 1978. 111 с.
44. *Глухов В. П., Павлов Н. Г., Лобанов А. А. и др.* — В кн.: Научно-техн. сб. Сер. «Промышленность СК». М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1970, № 7, с. 11—15.

Глава 7

МАССОПЕРЕДАЧА ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ В СИСТЕМЕ ЖИДКОСТЬ—ТВЕРДАЯ ФАЗА

Одним из назначений аппаратов с мешалками является проведение процессов растворения, кристаллизации из растворов и выщелачивания. Хотя перечисленные процессы существенно различаются по физической природе и закономерностям кинетики, воздействие на них перемешивания определяется едиными закономерностями массообмена между перемешиваемой жидкостью и взвешенными в ней твердыми частицами.

Растворение — процесс, сопровождающийся переходом в раствор вещества, вводимого в аппарат в виде твердых частиц. При этом частицы состоят из вещества, переходящего в раствор, а имеющиеся в них нерастворимые примеси незначительны и не образуют единой структуры. Процесс растворения представляет собой совокупность последовательно протекающих стадий перехода вещества с поверхности твердого тела в раствор у поверхности раздела фаз и отвода растворенного вещества от поверхности в ядро потока в результате молекулярной и турбулентной диффузии. Скорость растворения,

строго говоря, зависит от скорости протекания каждой из этих стадий. Практически же стадия переноса растворенного вещества от границы раздела в ядро потока оказывается во много раз более медленной, чем стадия перехода вещества из твердой фазы в раствор, и в связи с этим концентрация растворяющегося компонента на поверхности частицы может быть принята равной концентрации насыщения. В таких условиях скорость перехода вещества в раствор полностью определяется [1] растворимостью вещества, площадью поверхности контакта, т. е. гранулометрическим составом частиц, а также коэффициентом массоотдачи на границе твердая фаза — жидкость со стороны жидкой фазы, зависящим от интенсивности перемешивания.

Выщелачивание — процесс извлечения растворимого целевого компонента, находящегося в виде твердых включений внутри частиц инертного носителя, образующего пористую структуру. Сущность этого процесса состоит в том, что жидкий растворитель проникает внутрь пористого носителя и растворяет целевой компонент, а растворенное вещество диффундирует вдоль пор и переходит в основную массу жидкого растворителя. Перенос в порах осуществляется только молекулярной диффузией и протекает значительно медленнее, чем последующая стадия переноса растворенного вещества от частицы в ядро потока. В связи с вышеизложенным влияние интенсивности перемешивания на массообмен при выщелачивании в условиях полного суспендирования твердой фазы обычно невелико и основное внимание при расчетах аппаратуры уделяется математическому моделированию кинетики извлечения растворимого компонента из пор [1].

Кристаллизация из растворов * представляет собой процесс образования и роста кристаллов в пересыщенных растворах. Скорость его протекания, т. е. скорость увеличения концентрации твердой фазы, определяется не только интенсивностью массоотдачи, но и другими факторами: скоростью зародышеобразования, темпом снижения температуры при пересыщении, числом и размерами частиц вводимой в кристаллизатор затравки и т. д. [1—3]. На практике качество и размеры образующихся кристаллов часто имеют более важное значение, чем скорость кристаллизации. Следует отметить, что как скорость зародышеобразования, так и гранулометрический состав образующихся кристаллов зависят от интенсивности перемешивания. Эта зависимость, однако, далеко не однозначна и изучена крайне недостаточно [2, 3].

Настоящая глава посвящена в основном процессу растворения твердых частиц в условиях перемешивания, соответствующих полному подъему частиц с днища и распределению их в объеме аппарата. Если интенсивность перемешивания недостаточна для подъема частиц с днища и распределения их в объеме аппарата, скорость растворения лимитируется переносом растворенного вещества в пространстве между лежащими на дне частицами, что приводит к сни-

* В последнее время этот процесс называют массовой кристаллизацией в отличие от процесса выращивания монокристаллов.

жению величины доступной для массообмена поверхности. В этих условиях даже незначительное повышение частоты вращения мешалки приводит [4] к резкому увеличению доли частиц, взвешенных в жидкости, и скорости растворения. Такой характер зависимости наблюдается вплоть до значений Ре порядка 0,4—0,5 (см. гл. 5).

7.1. МАССООТДАЧА К ВЗВЕШЕННЫМ ЧАСТИЦАМ В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

Процесс массоотдачи на границе дисперсная фаза — жидкость принято описывать уравнением

$$\frac{dx}{d\tau} = -\beta F_{уд}(c_{нас} - c) \tag{7.1.1}$$

где x — концентрация твердой фазы, кг/м³; c — концентрация растворенного вещества в основной массе раствора, кг/м³; τ — время, с; $c_{нас}$ — концентрация насыщения (растворимость), кг/м³; β — коэффициент массоотдачи, м/с; $F_{уд}$ — площадь поверхности массообмена, заключенная в единице объема среды, м²/м³.

При обтекании сферической твердой частицы невозмущенным потоком жидкости коэффициент массоотдачи определяется по уравнению Фросслинга [5]:

$$\mathrm{Nu_д} = 2 + 0{,}6\mathrm{Re}^{1/2}\mathrm{Sc}^{1/3}$$

Здесь $\mathrm{Nu_д} = \beta d_ч/D_c$ — критерий Нуссельта для диффузии; $\mathrm{Re} = ud_ч/\nu$ — критерий Рейнольдса; $\mathrm{Sc} = \nu/D_c$ — критерий Шмидта; $d_ч$ — диаметр частицы, м; D_c — коэффициент диффузии растворяющегося вещества в растворе, м²/с; u — скорость обтекания частицы, м/с; ν — кинематическая вязкость раствора, м²/с.

Анализ многочисленных экспериментальных данных по массоотдаче при растворении [6, 7] показывает, что если использовать уравнения Фросслинга для перемешивания, полагая скорость обтекания частиц равной скорости их осаждения ($u = w_{oc}$), расчетные значения коэффициентов массоотдачи оказываются много ниже измеренных. К тому же это уравнение предсказывает значительную зависимость коэффициента массоотдачи от размера частиц (через его влияние на скорость осаждения) и отсутствие влияния интенсивности перемешивания, тогда как эксперименты, наоборот, свидетельствуют о существенном влиянии интенсивности перемешивания и отсутствии зависимости от размеров частиц * [8—16].

Один из путей разрешения указанного противоречия состоит [8] в использовании некоторой «эффективной» скорости относительного движения частиц, подстановка которой в уравнение Фросслинга приводила бы к равенству расчетных и фактических значений коэффициента массоотдачи. Попытка определить такую скорость как скорость проскальзывания частиц под действием маломасштабных турбулентных ускорений не приводит, однако, к желаемому результату. Как показывает анализ, выполненный в работе [17], при реальных условиях перемешивания скорость проскальзывания частиц, как правило, мала по сравнению со скоростью осаждения. В связи с этим наиболее обычным приемом является получение эмпирических зависимостей [6, 18], связывающих «эффективную» скорость или непосредственно коэффициент массоотдачи с характеристиками аппарата и мешалки.

Другой путь описания зависимости массоотдачи от интенсивности перемешивания связан с учетом воздействия маломасштабной турбулентности на структуру пограничного слоя вблизи поверхности частицы [10—17]. При использовании некоторых дополнительных допущений, рассмотренных в гл. 2 и 6 применительно к случаям гидравлического сопротивления и теплообмена, он обеспечивает [19—21] возможность расчета коэффициентов массоотдачи в аппаратах с мешалками различных конструкций с достаточной для практики точностью.

В рамках этого подхода скорость массоотдачи от поверхности частицы, взвешенной в турбулентном потоке, определяется наличием молекулярной и турбулентной диффузии и градиента концентрации растворяемого вещества вблизи поверхности:

$$j = (D_c + D_т)\frac{dc}{dy} \tag{7.1.2}$$

где j — поток вещества, кг/(м²·с); $D_т$ — коэффициент турбулентной диффузии, м²/с; y — расстояние от поверхности массообмена, м.

В соответствии с гипотезой Ландау о характере затухания турбулентности в вязком подслое [22] выразим величину коэффициента турбулентной диффузии вблизи твердой поверхности как

$$D_т = \delta_0 v_0 (y/\delta_0)^4 \tag{7.1.3}$$

где δ_0 — толщина вязкого подслоя*, м; v_0 — характеристическая скорость (см. раздел 6.1), м/с.

Из уравнения (7.1.3) следует, что коэффициент турбулентной диффузии $D_т \sim y^4$. Согласно уравнению (7.1.2) увеличение $D_т$ приводит к быстрому снижению градиента концентрации. В связи с этим изменение концентрации в пределах вязкого подслоя можно считать практически равным разности концентраций между границей раздела и ядром потока. Отсюда диффузионное сопротивление вязкого подслоя $R_д = 1/\beta$ равно

$$R_д = \frac{c_{нас} - c}{j} = \int_0^\infty \frac{dy}{D_c + v_0 y^4/\delta_0^3} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\sqrt[4]{\frac{\delta_0^3}{v_0 D_c^3}} \tag{7.1.4}$$

и коэффициент массоотдачи

$$\beta = 0{,}9\sqrt[4]{v_0 D_c^3/\delta_0^3} \tag{7.1.5}$$

---

* Заметное влияние размеров частиц, отмеченное авторами работы [4], объясняется недостаточно интенсивным перемешиванием. Расчеты показывают, что влияние размеров частиц наблюдалось в условиях, когда часть твердой фазы находилась в осадке.

* Вязкий подслой — область достаточно малых расстояний вблизи поверхности ($y \leqslant \delta_0$), в пределах которой проявляется влияние молекулярной вязкости на профиль скорости [22].

Как показано в разделе 6.1, зависимость величин v_0 и δ_0 от условий перемешивания описывается системой уравнений:

$$Re_\delta = v_0\delta_0/\nu = 11,5 \qquad (7.1.6)$$

$$v_0 = \varepsilon_0^{1/4}\delta_0^{1/3} \qquad (7.1.7)$$

Здесь ε_0 — осредненное значение диссипации энергии в единице массы перемешиваемой среды (в Вт/кг):

$$\varepsilon_0 = N/(\rho_{cp}V) \qquad (7.1.8)$$

где N — мощность, потребляемая на перемешивание, Вт; ρ_{cp} — средняя плотность суспензии, кг/м³; V — объем перемешиваемой среды, м³.

С учетом соотношений (7.1.6), (7.1.7) выражение (7.1.5) приобретает вид:

$$\beta = 0,267\,(\varepsilon_0\nu)^{1/4}Sc^{-3/4} \qquad (7.1.9)$$

Отсутствие зависимости коэффициента массоотдачи от размеров частиц в уравнении (7.1.9) объясняется тем, что скорость массообмена контролируется турбулентными пульсациями, масштаб которых по порядку величины близок к толщине вязкого подслоя δ_0 и не зависит от размера обтекаемого тела. С теоретической точки зрения уравнение, полученное на основе такой исходной посылки, должно быть применимо только для частиц, размер которых удовлетворяет условию $d_ч > \delta_0$, что для аппаратов с мешалками обычно соответствует $d_ч \geqslant 0,06 \div 0,1$ мм. Это согласуется и с результатами экспериментальных измерений, приведенными, например, в работе [16]. В случае растворения частиц меньших размеров, коэффициент массоотдачи определяется в основном величиной скорости относительного движения частиц в жидкости и увеличивается с уменьшением их диаметра. Отметим, что время растворения столь мелких частиц оказывается обычно очень малым. В связи с этим при расчете общей продолжительности процесса растворения использование уравнения (7.1.9) для всей совокупности частиц может создавать некоторый инженерный запас.

Расчет по уравнениям (7.1.8) и (7.1.9) приводит к некоторому среднему по аппарату значению коэффициента массоотдачи. В то же время истинное распределение энергии в объеме аппарата бывает существенно неоднородным [23]. Оценки показывают, однако, что различие между значениями β, вычисленными с учетом и без учета неоднородности распределения диссипации энергии, составляет всего 10—15 %, т. е. не выходит за пределы экспериментальных погрешностей при измерении коэффициентов массопередачи. Таким образом, при расчете массообмена с твердыми частицами в аппаратах с отражательными перегородками, т. е. при равномерном распределении частиц в объеме, уравнение (7.1.9) может использоваться без поправок на неоднородность распределения диссипации энергии в объеме перемешиваемой среды. Это согласуется и с результатами экспериментальных измерений [24, 25], приведенными на рис. 7.1. Заметим, что значения коэффициентов массоотдачи к неподвижной поверх-

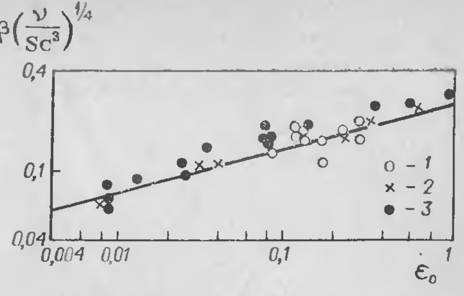


Рис. 7.1. Зависимость коэффицнента массоотдачи от величины диссипации энергии:

1 — результаты работы [24]; *2* — результаты работы [25]; *3* — собственные данные авторов; сплошная линия — расчет по уравненню (7.1.9).

ности (например, при растворении кольцеобразного образца, запрессованного в днище аппарата с отражательными перегородками [26]) не отличаются от коэффициентов массоотдачи к взвешенным частицам и также могут быть рассчитаны по уравнению (7.1.9) (рис. 7.2).

В тех случаях, когда частицы распределены в объеме неравномерно и область их сосредоточения является одновременно областью повышенных локальных значений диссипации энергии, измеренные значения коэффициентов массоотдачи могут заметно превышать рассчитанные с использованием осредненного значения ε_0. Неоднородность распределения может служить причиной таких, на первый взгляд парадоксальных явлений, как увеличение коэффициентов массоотдачи при снижении мощности, наблюдаемое иногда при переходе к аппаратам без отражательных перегородок [27].

Как было показано в гл. 5, в аппаратах без отражательных перегородок возникает радиальная сепарация взвешенных частиц под действием центробежной силы. При плотности частиц, превышающей плотность жидкости, основная их масса в ряде случаев оказывается сосредоточенной вблизи стенок аппарата *. Измерения интенсивности турбулентности [27] показывают (рис. 7.3), что в пристенной области аппаратов без перегородок ($\bar{r} \geqslant 0,85\bar{R}$) наблюдается увеличение пульсационных скоростей приблизительно в 2,5—3 раза по сравнению с остальной частью объема **. Это соответствует увеличению локальной диссипации энергии в 25—30 раз и в сочетании с явлением радиальной сепарации частиц приводит к увеличению среднего по аппарату коэффициента массоотдачи. Для учета такого явления в уравнение (7.1.9) вводится поправка $k_\beta \geqslant 1$:

$$\beta = 0,267k_\beta\,(\varepsilon_0/\nu)^{1/4}Sc^{-3/4} \qquad (7.1.10)$$

* Это особенно характерно для аппаратов малого диаметра.

** Аналогичный результат был получен в работе [28] при измерении интенсивности турбулентности в гидроциклоне.

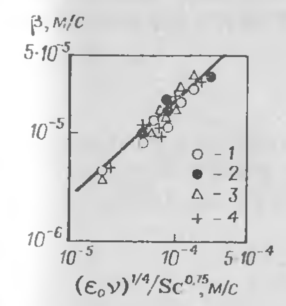
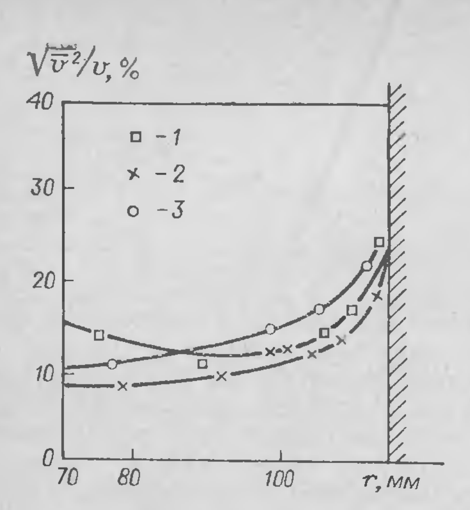


Рис. 7.2. Зависимость коэффициента массоотдачи от интенсивности перемешивания и свойств среды при растворении неподвижных образцов (D = 0,152 м; открытая турбинная мешалка, $d_м$ = 0,0762 м).

Точки *1*—*4* — номера образцов (см. таблицу); сплошная линия — расчет по уравнению (7.1.9)

Образец	Внутренний радиус, м	Внешний радиус, м
1	0,066	0,76
2	0,054	0,63
3	0,0381	0,47
4	0,065	0,20



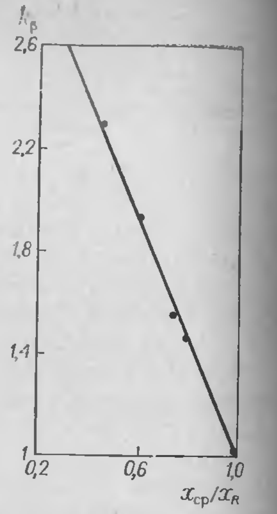


Рис. 7.3. Профиль интенсивности турбулентности в сосуде диаметром 0,23 м без отражательных перегородок с трехлопастной мешалкой ($d_М$ = 0,14 м) [27]:

Значения n (в об/с): *1* — 4,1; *2* — 3,33; *3* — 2,5

Рис. 7.4. Зависимость поправочного коэффициента k_β от степени неравномерности радиального распределения твердых частиц в аппарате без отражательных перегородок

Значение k_β зависит от степени радиальной неоднородности распределения частиц и может быть представлено в виде функции отношения концентрации частиц у стенки к средней концентрации в аппарате. График зависимости k_β от $x_{ср}/x_R$ приведен на рис. 7.4.

Методика расчета $x_R/x_{ср}$ на основе свойств фаз и характеристик аппарата и мешалки изложена в разделе 5.2.

7.2. РАСТВОРЕНИЕ В АППАРАТАХ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДЕЙСТВИЯ

Наиболее просто задача описания кинетики растворения решается для монодисперсных частиц сферической или кубической формы, если предположить, что их конфигурация по мере растворения не изменяется, а конечная концентрация раствора много меньше концентрации насыщения [20]. Уменьшение радиуса частицы по мере растворения в рассматриваемых условиях описывается уравнением

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{\beta}{\rho_ч} c_{нас} \tag{7.2.1}$$

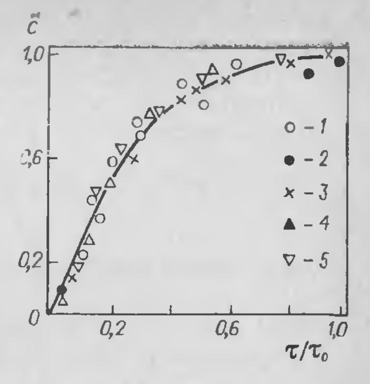
Учитывая независимость коэффициента массоотдачи β от размеров частиц (см. раздел 7.1) и полагая радиус частицы при τ = 0 равным $r_ч$, в результате интегрирования (7.2.1) получаем:

$$\frac{r(\tau)}{r_ч} = 1 - \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч r_ч} \tau \tag{7.2.2}$$

Рис. 7.5. Обобщенная кинетическая кривая растворения монодисперсных частиц в аппаратах с отражательными перегородками (D = 0,3 м, $d_М$ = 0,1 м) [20]

Точки	Тип мешалки	τ_0	n, об/с	$r_ч \cdot 10^4$, м
1	Открытая турбинная	85	5,0	0,55
2	Двухлопастная	48	5,83	0,35
3	Открытая турбинная	50	5,0	0,35
4	Двухлопастная	81	5,83	0,55
5	Трехлопастная	60	4,17	0,35

Сплошная линия — расчет по уравнению (7.2.4)



Поскольку при монодисперсном начальном составе частиц их массовая концентрация в момент τ пропорциональна текущему значению радиуса частицы в кубе, имеем:

$$x(\tau) = x_0 \left(1 - \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч r_ч} \tau\right)^3 \tag{7.2.3}$$

Отсюда концентрация раствора в момент τ:

$$c(\tau) = x_0 - x(\tau) = x_0 \left[1 - \left(1 - \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч r_ч} \tau\right)^3\right] \tag{7.2.4}$$

Время полного растворения частиц начального радиуса $r_ч$ определяется как время достижения $r(\tau) = 0$. В соответствии с (7.2.2)

$$\tau_0 = \rho_ч r_ч / (\beta c_{нас}) \tag{7.2.5}$$

При интенсивности перемешивания, характерной для наиболее распространенной серийной аппаратуры ($\varepsilon_0 \approx 1$ Вт/кг), коэффициент массоотдачи при растворении неорганических веществ представляет собой величину порядка 10^{-4} м/с, а продолжительность растворения частиц с начальным размером $2r_ч$ = 1 мм составляет, согласно (7.2.5), около 1 мин. Экспериментальные данные по кинетике растворения монодисперсных частиц, полученные [20] при различных условиях перемешивания, приведены на рис. 7.5 в форме обобщенной кинетической функции* $\bar{c} = 1 - (x/x_0) = f(\tau/\tau_0)$. Выражение этой функции для случая растворения монодисперсных частиц:

$$\bar{c} = 1 - \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)^3 \tag{7.2.6}$$

Описание кинетики растворения частиц полидисперсного начального состава оказывается значительно более сложным. Дисперс-

* Такое представление кинетики растворения обеспечивает инвариантность кинетической функции по отношению к интенсивности перемешивания [5].

ный состав суспензии принято характеризовать дифференциальной функцией распределения частиц по размерам $f(r)$, определяемой таким образом, что величина $f(r)\,dr$ представляет собой число частиц в единице объема, радиус которых заключен в пределах r и $r + dr$. При этом число частиц радиусом от 0 до r в единице объема равно

$$\tilde{z} = \int_0^r f(r)\,dr$$

а общая массовая концентрация частиц в суспензии

$$x = \frac{4}{3}\pi\rho_ч \int_0^\infty f(r)\,r^3\,dr$$

В процессе растворения дисперсный состав частиц изменяется и каждому моменту времени будет соответствовать некоторая функция распределения $f(r, \tau)$. Для определения этой функции рассмотрим изменение числа частиц радиусом от r до $r + dr$ за промежуток времени между моментами τ и $\tau + d\tau$. За время $d\tau$ рассматриваемая фракция пополнится частицами, радиус которых в результате растворения стал меньше чем $r + dr$. Одновременно с этим из состава фракции уйдут частицы, радиус которых стал меньше r. Таким образом, изменение числа частиц $f(r, \tau)dr$ за время $d\tau$:

$$f(r, \tau)\,dr\,|_{\tau+d\tau} - f(r, \tau)\,dr\,|_\tau = \left[\frac{f(r, \tau)\,dr}{d\tau}\right]_{r+dr} d\tau + \left[\frac{f(r, \tau)\,dr}{d\tau}\right]_r d\tau \quad (7.2.7)$$

При $d\tau \to 0$ и $dr \to 0$ уравнение (7.2.7) приобретает вид

$$\frac{\partial f(r, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial r}\left[f(r, \tau)\frac{dr}{d\tau}\right] \quad (7.2.8)$$

Выражая далее $dr/d\tau$ по уравнению (7.2.1), имеем для растворов, далеких от насыщения:

$$\frac{\partial f(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч}\frac{\partial f(r, \tau)}{\partial r} \quad (7.2.9)$$

Общее решение уравнения (7.2.9):

$$f(r, \tau) = \psi\left(\frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч}\tau + r\right) \quad (7.2.10)$$

где ψ — функция, вид которой зависит от распределения частиц по размерам в начальный момент времени $f_{вх}(r)$.

Применительно к частицам монодисперсного начального состава функция $f_{вх}(r)$ имеет вид

$$f_{вх}(r) = \psi(r, 0) = z_0\delta(r - r_ч) \quad (7.2.11)$$

Здесь $\delta(r - r_ч)$ — дельта-функция Дирака; z_0 — число частиц в единице объема, определяемое из очевидного соотношения:

$$z_0 = \frac{3x_0}{4\pi r_ч^3\rho_ч} \quad (7.2.12)$$

В этом случае выражение (7.2.10) можно представить как

$$f(r, \tau) = \psi\left(\frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч}\tau + r\right) = z_0\delta\left[r - \left(r_0 - \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч}\tau\right)\right] \quad (7.2.13)$$

и отсюда

$$x(\tau) = \int_0^\infty f(r, \tau)\frac{4}{3}\pi r_ч^3\rho_ч\,dr = \frac{4}{3}\pi\rho_ч r_ч^3 z_0\left(1 - \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч r_ч}\tau\right)^3 \quad (7.2.14)$$

Нетрудно убедиться, что с учетом (7.2.12) уравнение (7.2.14) тождественно уравнению (7.2.3).

При растворении частиц полидисперсного начального состава, характеризующегося функцией распределения по размерам $f_{вх}(r)$, решение уравнения (7.2.9) примет вид

$$\psi\left(r + \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч}\tau\right) = f_{вх}\left(r + \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч}\tau\right) \quad (7.2.15)$$

и

$$x(\tau) = \int_0^{r_{макс}} x_0 f_{вх}\left(r + \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч}\tau\right) dr \quad (7.2.16)$$

Вводя новую переменную $t = r + \beta c_{нас}\tau/\rho_ч$, после преобразования выражения (7.2.16) получаем:

$$x = \frac{4}{3}\pi\rho_ч \int_{\beta c_{нас}\tau/\rho_ч}^{r_{макс}+\beta c_{нас}\tau/\rho_ч} f_{вх}(t)\left(t - \frac{\beta c_{нас}\tau}{\rho_ч}\right)^3 dt \quad (7.2.17)$$

или

$$\frac{x}{x_0} = \int_{r_{макс}\tau/\tau_{0,макс}}^{r_{макс}(1+\tau/\tau_{0,макс})} f_{вх}(t)\left(\frac{r}{r_{макс}} - \frac{\tau}{\tau_{0,\,макс}}\right)^3 dr \quad (7.2.18)$$

где $\tau_{0,\,макс} = \rho_ч r_{макс}/(\beta c_{нас})$ — время полного растворения частиц максимального начального размера, с.

Решение уравнения (7.2.17) или (7.2.18) с использованием исходной функции распределения частиц по размерам позволяет определять кинетическую кривую растворения расчетным путем. Значения коэффициентов массоотдачи рассчитываются по уравнениям (7.1.9) или (7.1.10) на основании характеристик аппарата, мешалки и свойств рабочих сред. Примеры экспериментальной и расчетной кривых $\bar{c} = f(\tau/\tau_{0,\,макс})$

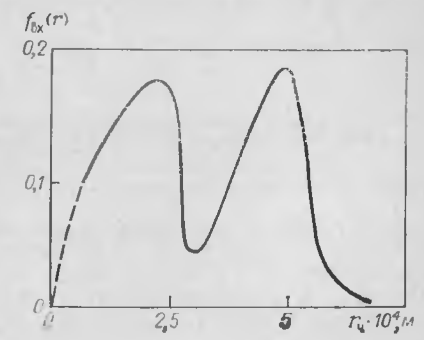


Рис. 7.6. Фракционный состав исходной твердой фазы, использованной в экспериментах [27].

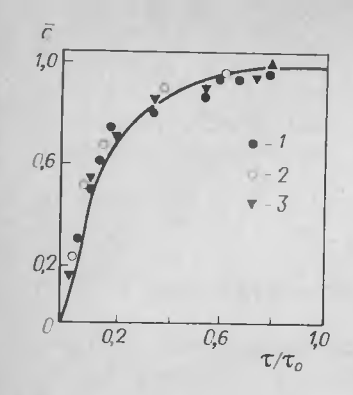


Рис. 7.7. Обобщенная кинетическая кривая растворения полидисперсных частиц в аппаратах с отражательными перегородками [27]:

Точки	D, м	$d_м$, м	Тип мешалки	n, об/с	$\tau_э$, с
1	0,3	0,1	Трехлопастная	3,33	130
2	0,8	0,16	Открытая турбинная	7,17	80
3	0,5	0,15	То же	5	80

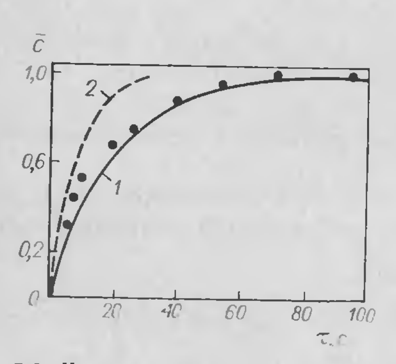
Сплошная линия — расчет по уравнениям (7.1.9) и (7.2.18).

для случая исходного распределения частиц по размерам, приведенного на рис. 7.6, представлены на рис. 7.7 и 7.8. Кинетика растворения частиц в аппарате без перегородок иллюстрируется рис. 7.9. При этом, поскольку продолжительность процесса определяется преимущественно кинетикой растворения наиболее крупных фракций, поправка k_β для аппаратов без отражательных перегородок найдена по рис. 7.4, исходя из характеристик частиц максимального размера.

В практике инженерных расчетов процесса массоотдачи от полидисперсных частиц определенное распространение получил средний поверхностно-объемный диаметр частиц: $d_{п.о} = 6x_0/F_{уд}$.

Расчеты и экспериментальные данные [27] показывают, однако, что в случае растворения использование этой величины вместо реальной функции распределения частиц по размерам нежелательно, так как может приводить к существенным погрешностям (см. рис. 7.8).

Уравнение (7.2.18) позволяет рассчитывать растворение на основе данных о дисперсном составе частиц в начальный момент



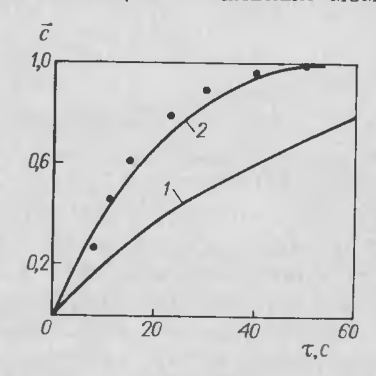


Рис. 7.8. Кинетическая кривая растворения полидисперсных частиц в аппаратах с отражательными перегородками ($D = 0,3$ м; трехлопастная мешалка, $d_М = 0,1$ м):

1 — расчет с учетом фракционного состава; 2 — расчет по среднему поверхностно-объемному диаметру частиц; точки — экспериментальные данные.

Рис. 7.9. Кинетика растворения монодисперсных частиц в аппаратах без отражательных перегородок ($D = 0,3$ м, $H = 0,3$ м; открытая турбинная мешалка, $d_М = 0,1$ м, $n = 6,17$ об/с; $r_ч = 0.4$ мм).

1 — расчет по уравнениям (7.1.9) и (7.2.18); 2 — расчет по уравнениям (7.1.10) и (7.2.18) с учетом поправки $k_\beta = 2,3$; точки — экспериментальные данные.

времени. Для этого исходную функцию распределения частиц по размерам аппроксимируют какой-либо аналитической зависимостью, подставляют ее в (7.2.18) и далее интегрируют полученное выражение в общем виде или численно. Возможен и другой способ — суспензию на входе в аппарат представляют в виде совокупности k фракций узкого состава со средним начальным размером частиц $r_{чi}$, а затем значение концентрации нерастворившихся частиц $x(\tau)$ рассчитывают как сумму значений остаточных концентраций частиц каждой фракции, найденных по уравнению (7.2.3):

$$x(\tau) = x_0 \sum_{i=1}^{k} \bar{x}_{0i} \left(1 - \frac{\beta c_{нас}}{\rho_ч r_{чi}} \tau\right)^3 \quad (7.2.19)$$

где $\bar{x}_{0i}$ — массовая доля частиц i-й фракции в исходной суспензии.

Уравнения (7.2.17)—(7.2.19) относятся к случаю получения разбавленных растворов ($x_0 \ll c_{нас}$). Анализ кинетики растворения при произвольных концентрациях твердой фазы выполнен в работе [29]. Исходя из предположения об экспоненциальном характере начальной функции распределения частиц по размерам, авторами было получено выражение для расчета кинетической кривой растворения:

$$\bar{x}(\tau) = (1 - b)\,[1 - b\exp(-\lambda\tau)]^{-1} \quad (7.2.20)$$

где $\lambda = \frac{a\varkappa\beta}{\rho_ч}(1 - b)$; a — параметр начальной функции распределения частиц по размерам $f_{вх}(r) = a\exp(-ar)$; $\varkappa$ — приведенный коэффициент формы частицы; $b = (c_{нас} - c_0)/p$; p — отношение начальной массы твердой фазы к объему жидкости.

При $b < 1$ раствор становится насыщенным прежде, чем растворятся все частицы; при $b > 1$ раствор ненасыщен даже после растворения всех частиц. В случае $b = 1$ из (7.2.20) следует:

$$\bar{x}(\tau) = [1 + \tau(a\varkappa\beta p/\rho_ч)]^{-1} \quad (7.2.21)$$

7.3. РАСТВОРЕНИЕ В АППАРАТАХ НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ

Как было показано в гл. 5, распределение времени пребывания частиц в аппарате с мешалкой в условиях, соответствующих равномерному распределению частиц в объеме, описывается уравнением

$$F(\tau) = 1 - e^{-\tau/\tau_{ср}} \quad (7.3.1)$$

где $\tau_{ср}$ — среднее время пребывания частиц в аппарате, с.

При распределении частиц, близком к равномерному, величина $\tau_{ср}$ может быть с достаточным приближением определена как

$$\tau_{ср} = V/G \quad (7.3.2)$$

где V — объем аппарата, м³; G — объемный расход суспензии через аппарат, м³/с.

Из уравнения (7.3.1) следует, что даже при очень больших значениях среднего времени пребывания в потоке, выходящем из аппарата, содержатся частицы, возраст которых меньше времени полного

растворения, а полное растворение твердой фазы теоретически вообще недостижимо.

Рассмотрим изменение числа частиц радиусом от r до $r + dr$ в объеме аппарата непрерывного действия. За время $d\tau$ рассматриваемая фракция пополнится частицами, входящими в аппарат с поступающим потоком, а также частицами, радиус которых в результате растворения стал меньше $r + dr$. Одновременно из состава этой фракции уйдут частицы, выносимые выходным потоком, а также частицы, радиус которых стал меньше r. Следовательно

$$\frac{G}{V} f_{\text{вх}}(r)\, dr\, d\tau + \left[\frac{f(r)\, dr}{d\tau}\right]_{r+dr} d\tau - \frac{G}{V} f(r)\, dr\, d\tau - \left[\frac{f(r)\, dr}{d\tau}\right]_{r} d\tau = 0 \quad (7.3.3)$$

При $dr \to 0$ имеем:

$$\frac{d}{dr}\left[f(r)\frac{dr}{d\tau}\right] + \frac{G}{V}\left[f_{\text{вх}}(r) - f(r)\right] = 0 \quad (7.3.4)$$

где $f_{\text{вх}}(r)$, $f(r)$ — функция распределения частиц по размерам на входе в аппарат и выходе из него.

Как следует из (7.3.1), распределение времени пребывания частиц в аппаратах с мешалками соответствует идеальному смешению. В связи с этим функция $f(r)$ характеризует также и распределение частиц по размерам в самом аппарате [30].

При $c_{\text{нас}} \gg x_0$ изменение радиуса частиц по мере их растворения определяется в соответствии с (7.2.1) как

$$\frac{dr}{d\tau} = -\frac{\beta c_{\text{нас}}}{\rho_{\text{ч}}} \quad (7.3.5)$$

где x_0 — начальная концентрация твердой фазы, кг/м^3.

Таким образом, применительно к случаю непрерывного растворения полидисперсных частиц уравнение (7.3.3) приобретает вид:

$$\frac{\beta c_{\text{нас}}}{\rho_{\text{ч}}}\frac{df(r)}{dr} - \frac{G}{V} f(r) = -\frac{G}{V} f_{\text{вх}}(r) \quad (7.3.6)$$

Для интегрирования уравнения (7.3.6) используем метод вариации постоянной (метод Лагранжа [31]). С этой целью сначала проинтегрируем соответствующее однородное уравнение

$$\frac{\beta c_{\text{нас}}}{\rho_{\text{ч}}}\frac{df(r)}{dr} - \frac{G}{V} f(r) = 0 \quad (7.3.7)$$

Общее решение уравнения (7.3.7):

$$f(r) = Me^{Br} \quad (7.3.8)$$

$$\text{где } B = G\rho_{\text{ч}}/(\beta c_{\text{нас}} V) \quad (7.3.9)$$

Теперь заменим постоянную M в (7.3.8) некоторой функцией $M(r)$, при подстановке которой выражение

$$f(r) = M(r)\, e^{Br} \quad (7.3.10)$$

удовлетворяло бы исходному неоднородному уравнению (7.3.6). Подставив (7.3.10) в (7.3.6), найдем:

$$M'(r) = -Bf_{\text{вх}}(r)\, e^{-Br} \quad (7.3.11)$$

и

$$M(r) = -B\int_0^r f_{\text{вх}}(r)\, e^{-Br}\, dr + A \quad (7.3.12)$$

Отсюда в соответствии с (7.3.10)

$$f(r) = e^{Br}\left[-B\int_0^r f_{\text{вх}}(r)\, e^{-Br}\, dr + A\right] \quad (7.3.13)$$

Принимая во внимание, что частицы большого размера в суспензии отсутствуют

$$f(r) \to 0 \qquad \text{при } r \to \infty \quad (7.3.14)$$

определим постоянную интегрирования A:

$$A = B\int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, e^{-Br}\, dr \quad (7.3.15)$$

Окончательное выражение функции распределения частиц по размерам в аппарате при непрерывном растворении имеет вид

$$f(r) = Be^{Br}\int_r^\infty f_{\text{вх}}(r)\, e^{-Br} dr \quad (7.3.16)$$

В наиболее простом случае — при вводе в аппарат монодисперсных частиц радиуса $r_{\text{ч}}$ — решение уравнения (7.3.16) может быть получено аналитически. Для этого представим функцию распределения частиц на входе $f_{\text{вх}}(r)$ в виде δ-функции Дирака:

$$f_{\text{вх}}(r) = z_0\delta(r - r_{\text{ч}}) \quad (7.3.17)$$

Подставляя (7.3.17) в (7.3.16), в результате интегрирования получаем:

$$f(r) = \begin{cases} Bz_0e^{B(r-r_{\text{ч}})} & \text{при } r \leqslant r_{\text{ч}} \\ 0 & \text{при } r > r_{\text{ч}} \end{cases} \quad (7.3.18)$$

Определяя массу твердой фазы, находящуюся в единице объема аппарата в виде частиц диаметром от r до $r + dr$ как

$$dx = {}^4/_3\pi\rho_{\text{ч}}r^3 f(r)\, dr \quad (7.3.19)$$

найдем остаточную концентрацию частиц:

$$x = \frac{4}{3}\pi\rho_{\text{ч}}\int_0^{r_{\text{ч}}} f(r)\, r^3\, dr = \frac{4}{3}\pi\rho_{\text{ч}}z_0\left[r_{\text{ч}}^3 - \frac{3r_{\text{ч}}^2}{B} + \frac{6r_{\text{ч}}}{B^2} - \frac{6}{B^3}\left(1 - e^{-Br_{\text{ч}}}\right)\right] \quad (7.3.20)$$

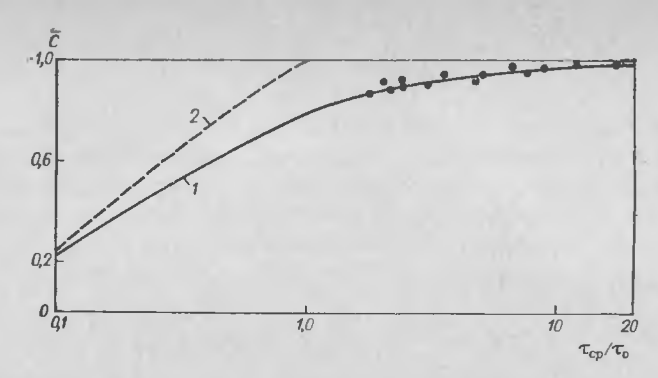


Рис. 7.10. Зависимость относительной концентрации раствора от отношения среднего времени пребывания в аппарате непрерывного действия к времени полного растворения (кривая 1) и от отношения текущего значения времени к времени полного растворения в аппарате периодического действия (кривая 2).

Точки — экспериментальные данные.

Выразим теперь z_0 по (7.2.12) и, учитывая, что в соответствии с (7.3.9) и (7.2.5)

$$Br_0 = \tau_0/\tau_{ср} = \bar{\tau}_0 \tag{7.3.21}$$

упростим уравнение (7.3.20):

$$\bar{x} = x/x_0 = 1 - \frac{3}{\bar{\tau}_0} + \frac{6}{\bar{\tau}_0^2} - \frac{6}{\bar{\tau}_0^3}\left(1 - e^{-\bar{\tau}_0}\right) \tag{7.3.22}$$

где $\bar{\tau}_0$ — время полного растворения частиц радиуса $r_ч$.

Далее, разлагая $e^{-\bar{\tau}_0}$ в ряд по степеням $\bar{\tau}_0$, для значений $\bar{\tau}_0 < 1$ * получим:

$$\bar{x} = 0{,}25\bar{\tau}_0 - 0{,}05\bar{\tau}_0^2 \tag{7.3.23}$$

Отсюда концентрация раствора на выходе из аппарата при растворении монодисперсных частиц:

$$\bar{c} = 1 - \bar{x} = 1 - 0{,}25\bar{\tau}_0 + 0{,}05\bar{\tau}_0^2 \tag{7.3.24}$$

где $\bar{c}$ — степень растворения частиц.

На рис. 7.10 приведена зависимость $\bar{c}$ от среднего времени пребывания суспензии в аппарате, отнесенного к времени полного растворения частиц. Как следует из рисунка, достижение высокой полноты растворения в аппаратах непрерывного действия требует значительного увеличения объема по сравнению с аппаратами периодического действия.

Уравнения (7.3.20)—(7.3.24) относятся к случаю ввода в аппарат монодисперсных частиц. Однако эти уравнения могут быть применены и для полидисперсных частиц, если представить исходную суспензию как совокупность k узких фракций частиц, радиус которых заключен в пределах между $r_{ч,\,i-1}$ и $r_{чi}$. При достаточно большом k исходная концентрация частиц каждой фракции определяется как

$$x_0^i = {}^4/_3\pi\rho_ч f(r_{чi})\, r_{чi}^3\,(r_{чi} - r_{ч,\,i-1}) \tag{7.3.25}$$

а уравнения (7.3.23) и (7.3.24) приобретают вид

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} \bar{x}_0^i\left[0{,}25\bar{\tau}_0^i - 0{,}05\left(\bar{\tau}_0^i\right)^2\right] \tag{7.3.26}$$

$$\bar{c} = 1 - \sum_{i=1}^{k} \bar{x}_0^i\left[0{,}25\bar{\tau}_0^i - 0{,}05\left(\bar{\tau}_0^i\right)^2\right] \tag{7.3.27}$$

где $\bar{\tau}_0^i = \tau_0^i/\tau_{ср}$; τ_0^i — время полного растворения частиц радиуса $r_{чi}$, с; $\bar{x}_0^i$ — массовая доля частиц радиуса $r_{чi}$ в исходной суспензии.

Как было отмечено выше, одной из исходных посылок при выводе уравнений (7.3.20)—(7.3.27) являлось условие практической равномерности распределения частиц в объеме аппарата, необходимое для выполнения равенства (7.3.2). При одноступенчатом растворении в условиях, когда степень растворения $\bar{c}$ приближается к единице, рассматриваемое требование практически всегда выполняется из-за ничтожного содержания в аппарате частиц крупных размеров. При многоступенчатом растворении уменьшение размеров частиц в первом аппарате каскада может оказываться недостаточным для устранения влияния неоднородности, что иногда приводит к снижению степени растворения частиц. Поэтому при выборе аппаратов для частичного растворения целесообразно проводить проверку выполнения условий $Pe < 0{,}3$ и $K_ц < 0{,}1$ (см. гл. 5) применительно к частицам максимального размера.

Приведенные выше уравнения позволяют рассчитывать аппараты для непрерывного растворения при известном исходном фракционном составе твердых частиц. Когда фракционный состав неизвестен, возможен расчет степени растворения на основе экспериментальных кинетических кривых $c = f(\tau)$, полученных при периодическом режиме растворения и равномерном распределении частиц в объеме опытного аппарата. Необходимыми для расчета данными являются растворимость частиц $c_{нас}$ и коэффициент диффузии растворяемого вещества D_c. Рассмотрим уравнение материального баланса аппарата непрерывного действия:

$$G(x_0 - x) = F_{уд} G \beta c_{нас} \tau_{ср} \tag{7.3.28}$$

Удельная поверхность контакта фаз $F_{уд}$, входящая в уравнение (7.3.28), для сферических частиц определяется в соответствии с (7.3.16):

$$F_{уд} = 4\pi\int_0^\infty f(r)\, r^2\, dr = 4\pi B\int_0^\infty e^{Br} r^2 \int_r^\infty f_{вх}(t)\, e^{-Bt}\, dt\, dr \tag{7.3.29}$$

* Рассматриваемое неравенство практически всегда выполняется.

Изменяя порядок интегрирования на обратный и используя выражение $f(r)$ (7.3.18) для фракции частиц с исходным радиусом r, запишем уравнение (7.3.29) как

$$F_{\text{уд}} = 4\pi B \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r) \left[\frac{r^2}{B} - \frac{2r}{B^2} + \frac{2}{B^3}\left(1 - e^{-Br}\right)\right] dr \qquad (7.3.30)$$

и после разложения e^{-Br} в ряд получим:

$$F_{\text{уд}} = 4\pi B \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, r^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{Br}{12} + \frac{B^2r^2}{60} - \frac{B^3r^3}{360} + \cdots\right) dr \qquad (7.3.31)$$

Далее, ограничиваясь по аналогии с (7.3.23) двумя первыми членами ряда, представим уравнение (7.3.31) в следующей форме:

$$F_{\text{уд}} = \frac{4\pi B}{3} \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, r^3\, dr - \frac{\pi B^2}{3} \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, r^4\, dr \qquad (7.3.32)$$

Проанализируем теперь члены правой части этого уравнения.

Из определения функции распределения частиц по размерам $f_{\text{вх}}(r)$ следует, что начальная концентрация частиц в суспензии, поступающей в аппарат, равна

$$x_0 = \frac{4}{3}\pi\rho_{\text{ч}} \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, r^3\, dr \qquad (7.3.33)$$

Отсюда с учетом выражения (7.3.9) первый член правой части уравнения (7.3.32) можно представить в виде

$$\frac{4\pi B}{3} \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, r^3\, dr = \frac{x_0 B}{\rho_{\text{ч}}} = \frac{x_0 G}{\beta c_{\text{нас}} V} \qquad (7.3.34)$$

Для выяснения физического смысла второго члена уравнения (7.3.32) найдем площадь под кинетической кривой $x(\tau) = x_0 - c(\tau)$, определяемую по (7.2.17) как

$$\int_0^\infty x(\tau)\, d\tau = \frac{4}{3}\pi\rho_{\text{ч}} \int_0^\infty d\tau \int_{\beta c_{\text{нас}}\tau/\rho_{\text{ч}}}^\infty f_{\text{вх}}(r)\left(r - \frac{B c_{\text{нас}}}{\rho_{\text{ч}}}\tau\right)^3 dr \qquad (7.3.35)$$

Изменяя порядок интегрирования, найдем:

$$\int_0^\infty x(\tau)\, d\tau = \frac{4}{3}\pi\rho_{\text{ч}} \int_0^\infty dr \int_0^{r\rho_{\text{ч}}/(\beta c_{\text{нас}})} f_{\text{вх}}(r)\left(r - \frac{\beta c_{\text{нас}}}{\rho_{\text{ч}}}\tau\right) d\tau = \frac{\pi\rho_{\text{ч}}}{3\beta c_{\text{нас}}} \times$$

$$\times \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, r^4\, dr \qquad (7.3.36)$$

Из (7.3.36) следует, что второй член правой части уравнения (7.3.32) может быть выражен через величину площади под экспериментальной функцией $x(\tau)$, полученной при периодическом растворении:

$$\frac{4\pi B^2}{12} \int_0^\infty f_{\text{вх}}(r)\, r^4\, dr = \frac{\beta c_{\text{нас}}}{\rho_{\text{ч}}} B^2 \int_0^\infty x(\tau)\, d\tau = \frac{G^2}{V^2 \beta c_{\text{нас}}} \int_0^\infty x(\tau)\, d\tau \qquad (7.3.37)$$

Таким образом, выражение удельной площади поверхности контакта фаз в непрерывнодействующем аппарате (7.3.32) приобретает вид

$$F_{\text{уд}} = \frac{x_0 G}{\beta c_{\text{нас}} V} - \frac{G^2}{V^2 \beta c_{\text{нас}}} \int_0^\infty x(\tau)\, d\tau \qquad (7.3.38)$$

Введем обозначение

$$\bar{x}(\tau) = x(\tau)/x_0 \qquad (7.3.39)$$

Далее разделим и умножим правую часть уравнения (7.3.38) на величину $\tau_{0,\,\text{макс}}$ — время полного растворения частиц, связанное с наибольшим размером частиц в исходной суспензии $r_{\text{макс}}$ соотношением

$$\tau_{0,\,\text{макс}} = \rho_{\text{ч}} r_{\text{макс}}/(\beta c_{\text{нас}}) \qquad (7.3.40)$$

Учитывая, что отношение V/G при равномерном распределении частиц в объеме равно среднему времени пребывания частиц в аппарате, представим уравнение (7.3.38) в обобщенной форме:

$$F_{\text{уд}} = \frac{x_0}{\rho_{\text{ч}} r_{\text{макс}}} \frac{\tau_{0,\,\text{макс}}}{\tau_{\text{ср}}} \left(1 - \frac{1}{\tau_{\text{ср}}} \int_0^\infty \bar{x}(\tau)\, d\tau\right) \qquad (7.3.41)$$

Уравнение (7.3.41) в сочетании с (7.3.28) может служить основой для расчета процесса растворения в непрерывнодействующем промышленном аппарате с использованием кинетической функции, полученной в лабораторных условиях. Порядок выполнения расчетов следующий.

1. Исходя из характеристик лабораторного аппарата и мешалки, а также значений $c_{\text{нас}}$ и D_c по уравнению (7.1.9) рассчитывается коэффициент массоотдачи $\beta_{\text{э}}$.

2. На основе экспериментального значения времени полного растворения $\tau^{\text{э}}_{0,\,\text{макс}}$ и $\beta_{\text{э}}$ по формуле (7.3.40) рассчитывается наибольший радиус частиц в исходной суспензии $r_{\text{макс}}$.

3. По экспериментальным данным о кинетике растворения численно или графически определяется величина интеграла

$$\int_0^\infty \bar{x}(\tau)\, d\tau = \int_0^{\tau^{\text{э}}_{0,\text{макс}}} \bar{x}(\tau)\, d\tau$$

4. На основании предварительно выбранных значений диссипации энергии $\varepsilon_0 = N/(\rho V)$ по уравнению (7.1.9) определяется коэффициент массоотдачи β и по уравнению (7.3.40) рассчитывается значение $\tau_{0,\text{макс}}$ для проектируемого аппарата. Рассчитывается также среднее время пребывания $\tau_{\text{ср}}$ по уравнению (7.3.2).

5. По уравнению (7.3.41), определяется $F_{\text{уд}}$, а затем по (7.3.28) — концентрация частиц x на выходе из аппарата.

7.4. ВЫЩЕЛАЧИВАНИЕ В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

Как было отмечено во вводной части настоящей главы, процесс выщелачивания состоит в извлечении растворимого целевого компонента из пор инертного носителя. В наиболее простом случае, когда все поры заполнены растворимым компонентом, растворитель, постепенно растворяя целевой компонент, проникает внутрь пор, и процесс протекает в две стадии: диффузия в порах и перенос растворенного вещества от устьев пор в ядро потока [1]. Возможен и более сложный вариант: поры не заполнены растворяющимся веществом и в них находится воздух. В этом случае жидкий растворитель вначале контактирует с воздухом, находящимся в непосредственной близости от устья поры, а затем под действием сил капиллярного давления [33, 34] входит в свободную часть пор, сжимая находящийся в них воздух. Следующей стадией является растворение воздуха в жидком растворителе, что способствует непосредственному контакту растворителя с целевым продуктом, который переходит в раствор и извлекается из пор. Механизм и скорость извлечения могут быть различными и зависят от структуры пористого инертного носителя, размеров и конфигурации пор, свойств целевого компонента и растворителя, а при весьма неглубоких порах с широким устьем — от гидродинамической обстановки вблизи поверхности твердых частиц. В общем случае полное время экстрагирования определяется суммой времен всех последовательных стадий, однако при теоретическом анализе обычно приходится вводить ряд упрощений. Наиболее распространенным является допущение, в соответствии с которым целевой растворимый компонент занимает первоначально весь объем пор. Тогда для периодического процесса выщелачивания из сферической частицы можно записать следующее уравнение материального баланса

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{3}{4} r_{r}^{3} \rho_{\text{ч}} \varepsilon_{\text{м}}\right) = 4 D_{э} \pi r_{\text{ч}}^{2}\left(\frac{\partial c}{\partial r}\right)_{r=r_{\text{ч}}} \qquad (7.4.1)$$

где $D_э = D_c \varepsilon_{\text{м}}$; $r_{\text{ч}}$ — радиус частицы; $\varepsilon_{\text{м}}$ — пористость материала (отношение объема пор к объему частицы).

Записывая баланс массы для периодического процесса экстрагирования как

$$\varkappa (1 - y_0^3) = c_{\text{ж}} - c_{\text{ж0}} = \frac{V_{\text{т}}}{V}(1 - y_0^3) \qquad (7.4.2)$$

где $\varkappa$ — начальное содержание переходящего вещества в твердой фазе, отнесенное к единице объема жидкости.

а также баланс на поверхности частиц

$$-D_c \varepsilon_{\text{м}} \frac{\partial c}{\partial r}\bigg|_{r=r_{\text{ч}}} = \beta \left(c\big|_{r=r_{\text{ч}}} - c_{\text{ж}}\right) \qquad (7.4.3)$$

с учетом выражения

$$\frac{c_{\text{нас}} - c}{\Delta c} = \frac{1 - (y_0/y)}{1 - y} \qquad (7.4.4)$$

можно получить окончательное уравнение кинетики экстракции:

$$a\left[F_1(a) - F_1(b)\right] + \left(\frac{1}{\text{Bi}} - 1\right)\left[F_2(a) - F_2(b)\right] = \frac{\varkappa D_c \tau}{\rho_{\text{ч}} r_{\text{ч}}^2} \qquad (7.4.5)$$

Здесь $y_0 = r_1/r_{\text{ч}}$; $y = r/r_{\text{ч}}$; $r_{\text{ч}}$, r_1, r — соответственно, радиусы частицы, отработанной зоны и текущий радиус внутри отработанной зоны; $\Delta c = c_{\text{нас}} - c$.

$$\left.\begin{aligned} &a = \left(\frac{c_{\text{нас}} - c_{\text{ж0}}}{\varkappa} - 1\right)^{1/3}; \quad b = \left(\frac{c_{\text{ж}} - c_{\text{ж0}} - \varkappa}{c_{\text{нас}} - c_{\text{ж0}} - \varkappa}\right)^{1/3} \\ &F_1(\Theta) = \frac{1}{6}\ln\frac{1 - \Theta - \Theta^2}{(1 + \Theta)^2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2\Theta - 1}{\sqrt{3}} \\ &F_2(\Theta) = {}^1\!/_3 \ln(1 + \Theta^3); \qquad \text{Bi} = \beta r_{\text{ч}}/D_э \end{aligned}\right\} \qquad (7.4.6)$$

При непрерывном режиме выщелачивания уравнение для определения концентрации целевого компонента в растворе на выходе из аппарата ($c_{\text{к}}$) имеет вид [1]

$$3V_{\text{т}}\rho_{\text{ч}}\varepsilon_{\text{м}}\int_0^1 y_0^2 \exp\left[-\frac{r_0^2\rho_{\text{ч}}\varepsilon_{\text{м}}}{\varepsilon_{\text{м}} D_c (c_{\text{нас}} - c_{\text{к}})\,\bar{\tau}}\left(\frac{1}{6} - \frac{y_0^2}{2} + \frac{y_0^3}{3}\right)\right] dy_0 = V(c_{\text{к}} - c_{\text{н}}) \qquad (7.4.7)$$

где $V_{\text{т}}$, V — текущий объем твердой фазы и объем чистой жидкости, м³; $c_{\text{н}}$ — концентрация растворителя на входе в аппарат, кг/м³; $\bar{\tau} = N \cdot {}^4\!/_3 \pi r_{\text{ч}}^3 / V_{\text{т}}$; N — число частиц, имеющих время пребывания от нуля до бесконечности.

Значение интеграла в уравнении (7.4.7) в зависимости от параметра $A = r_0^2 \rho_{\text{ч}} \varepsilon_{\text{м}} / [D_э (c_{\text{нас}} - c_{\text{к}})\,\bar{\tau}]$ можно найти по рис. 7.11.

Результаты расчетов, выполняемых на основе приведенных зависимостей, ориентировочны, поскольку в большинстве реальных процессов поры инертного носителя имеют неправильную геометрическую форму, а следовательно, и неравнодоступную поверхность. Более надежные результаты могут быть получены при использовании экспериментальных данных по кинетике экстрагирования. В связи с этим один из наиболее распространенных методов анализа процессов извлечения растворяющихся включений из пористых тел произвольной формы основан на получении кинетиче-

Рис. 7.11. Зависимость определенного интеграла в уравнении (7.4.7) от параметра A [1].

ских характеристических функций [1]. Характеристические функции получают экспериментально путем анализа проб твердого материала или проб раствора. В процессе такого эксперимента регистрируется зависимость $c_ж(\tau)$ и определяется функция

$$\Theta(\tau) = \int_0^\tau [c_{нас} - c_ж(\tau)]\, d\tau \qquad (7.4.8)$$

Остаточная доля целевого компонента в твердой фазе также определяется по опытным данным из материального баланса как

$$\gamma(\tau) = 1 - \varkappa^{-1}[c_ж(\tau) - c_{ж0}] \qquad (7.4.9)$$

На основе экспериментальных значений $\Theta(\tau)$ и $\gamma(\tau)$ для соответственных моментов времени получают характеристическую функцию $\Theta = f(\gamma)$, которая затем используется для расчета периодического или непрерывного процесса выщелачивания.

Из приведенных выше сведений о физическом механизме процесса экстрагирования и теоретических зависимостей следует, что продолжительность процесса определяется главным образом скоростью диффузии вещества в порах и практически не зависит от интенсивности перемешивания. Основным требованием к перемешиванию в аппаратах для выщелачивания является чаще всего обеспечение условий суспендирования — подъема частиц с днища и распределения их в объеме аппарата. При этом должна учитываться зависимость среднего времени пребывания твердой фазы в аппарате от степени равномерности распределения частиц в объеме, а также от размещения точек отбора суспензии (см. гл. 5).

Известны, однако, промышленные процессы выщелачивания, скорость которых зависит также от интенсивности перемешивания. Это процессы выщелачивания с химической реакцией, в которых одним из реагентов служит газ, например кислород (процессы окислительного выщелачивания) или CO_2. Скорость таких процессов определяется степенью насыщения жидкого экстрагента реагентом, переходящим из газовой фазы, и, следовательно, скоростью массопередачи между жидкостью и газом в аппарате. Повышение интенсивности перемешивания в рассматриваемых случаях сказывается только до определенного предела, соответствующего достижению равновесия между раствором и газовой фазой.

Пример 7.1. Определить возможность применения аппарата объемом 2 м³ ($D = 1{,}4$ м, высота заполнения $H = 1$ м, объем перемешиваемой среды $V = 1{,}6$ м³) с отражательными перегородками и турбинной мешалкой ($K_N = 5$, $\zeta_м = 8{,}4$, $d_м = 0{,}45$ м, $n = 2{,}83$ об/с) для непрерывного растворения минеральной соли ($\rho_ч = 1800$ кг/м³, $D_c = 2\cdot10^{-9}$ м²/с, $c_{нас} = 390$ кг/м³) в воде. Свойства раствора: $\rho = 1100$ кг/м³, $\nu = 9{,}1\cdot10^{-7}$ м²/с. Расход $G = 4$ м³/ч ($1{,}1\cdot10^{-3}$ м³/с), начальная концентрация твердой фазы $x_0 = 40$ кг/м³, требуемая степень растворения — не менее 99 % ($\bar{c} \geqslant 0{,}99$). Исходный фракционный состав соли неизвестен. Кинетика растворения изучалась в лабораторном аппарате с мешалкой и перегородками объемом 0,003 м³ (расчетное значение потребляемой мощности 50 Вт). Получено аппроксимационное уравнение $1 - \bar{c}(\tau) = \bar{x}(\tau) = \exp(-0{,}17\tau)$, время полного растворения составляло $\tau^э_{0,\,макс} \approx 30$ с.

Р е ш е н и е. 1. Первый этап расчета — определение коэффициента массоотдачи в лабораторных условиях.

1.1. По (7.1.8): $\varepsilon^э_0 = 50/(1100\cdot0{,}003) = 15{,}2$ Вт/кг.

1.2. Критерий Шмидта: $Sc = \nu/D_c = 9{,}1\cdot10^{-7}/(2\cdot10^{-9}) = 454$.

1.3. По (7.1.9): $\beta_э = 0{,}267\,(15{,}2\cdot9{,}1\cdot10^{-7})^{1/4}\cdot454^{-3/4} = 1{,}66\cdot10^{-4}$ м/с.

2. Второй этап расчета — определение возможности подъема и распределения частиц в проектируемом аппарате.

2.1. Из (7.3.40): начальный радиус наибольших частиц $r_{макс} = 30\cdot1{,}66\times10^{-4}\cdot390/1800 = 0{,}0011$ м.

2.2. По (5.1.7): $w_{ос} = 1{,}15\sqrt{2\cdot0{,}0011\cdot9{,}81\,(1800-1100)/1100} = 0{,}135$ м/с.

2.3. $\bar{R} = R/r_0 = D/d_м = 1{,}4/0{,}45 = 3{,}11$.

2.4. В соответствии с (3.4.2): $\gamma_п = 2\,(H/R) + 1 = 2\,(1/0{,}7) + 1 = 3{,}86$.

2.5. По (3.4.8): $D_{эф} = 0{,}435\cdot2{,}83\cdot0{,}45\cdot1{,}4\,[8{,}4\cdot1/(3{,}11^2\cdot3{,}86)]^{1/3} = 0{,}472$.

2.6. По (5.2.34): $Pe_м = 0{,}135\cdot1/0{,}472 = 0{,}286$.

2.7. По (5.2.32) отношение наибольшего локального значения концентрации твердых частиц (при $z = 0$, т. е. у днища) к среднему значению: $x_{макс}/x_{ср} = Pe_м/[1 - \exp(-Pe_м)] = 0{,}286/[1 - \exp(-0{,}286)] = 1{,}15$. Таким образом, в аппарате достигается распределение частиц максимального начального размера, достаточно близкое к равномерному.

3. Третий этап расчета — определение коэффициента массопередачи в проектируемом аппарате.

3.1. По (2.4.1): $N = 5\cdot1100\cdot2{,}83^3\cdot0{,}45^5 = 2300$ Вт.

3.2. По (7.1.8): $\varepsilon_0 = 2300/(1100\cdot1{,}6) = 1{,}3$ Вт/кг.

3.3. По (7.1.9): $\beta = 0{,}267\,(1{,}3\cdot9{,}1\cdot10^{-7})^{1/4}\cdot454^{-3/4} = 8{,}95\cdot10^{-5}$ м/с.

4. Конечный этап — расчет степени растворения в проектируемом аппарате.

4.1. По (7.3.40): $\tau_{0,\,макс} = 1800\cdot0{,}0011/(8{,}95\cdot10^{-5}\cdot390) = 57$ с.

4.2. По (7.3.2): $\tau_{ср} = 1{,}6/0{,}0011 = 1450$ с.

4.3. Подставим под знак интеграла в (7.3.41) выражение экспериментальной кинетической функции $\bar{x}(\tau)$:

$$\int_0^\infty e^{-0{,}17\tau}\, d\tau = -\frac{1}{0{,}17}\, e^{-0{,}17\tau}\Big|_0^\infty = \frac{1}{0{,}17} = 5{,}88 \text{ с}$$

Отсюда по (7.3.41):

$$F_{уд} = \frac{40}{1800\cdot0{,}0011}\,\frac{57}{1450}\left(1 - \frac{5{,}88}{1450}\right) = 0{,}79 \text{ 1/м}$$

4.4. В соответствии с (7.3.28):

$$x = x_0 - F_{уд}\beta c_{нас}\tau_{ср} = 40 - 0{,}79\cdot8{,}95\cdot10^{-5}\cdot390\cdot1450 = 0{,}0163 \text{ кг/м}^3$$

4.5. Степень растворения: $\bar{c} = 1 - (x/x_0) = 1 - (0{,}0163/40) = 0{,}999$. Таким образом, достигаемая степень растворения при выбранных условиях перемешивания существенно превышает требуемую по заданию. Заметим, однако, что снижение интенсивности перемешивания в данном случае ограничивается условиями распределения твердой фазы в аппарате.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Романков П. Г., Рашковская Н. Б., Фролов В. Ф.* Массообменные процессы химической технологии. Л.: Химия, 1975. 333 с.
2. *Хамский Е. В.* Кристаллизация в химической промышленности. М.: Химия, 1979. 343 .
3. *Маллин Дж. У.* Кристаллизация/Пер. с англ. под ред. В. Н. Вигдоровича. М.: Металлургия. 1965. 342 с.
4. *Hixson A. W., Baum S. J.* — Ind. Eng. Chem., 1941, v. 33, p. 478—485.
5. *Вигдорчик Е. М., Шейнин А. Б.* Математическое моделирование непрерывных процессов растворения. Л.: Химия, 1971. 246 с.

6. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
7. *Аксельруд Г. А., Молчанов А. Д.* Растворение твердых веществ. М.: Химия, 1977. 320 с.
8. *Sage B. H., Galloway T. R.* — Int. J. Heat Mass Transf., 1967, v. 7, p. 283—285.
9. *Oyama Y.* — Chem. Engng. Japan, 1956, v. 20, p. 575—578.
10. *Kolar V.* — Coll. Czech. Chem. Communs, 1959, v. 24, p. 3309—3312.
11. *Calderbank O. H., Moo-Young M. B.* — Chem. Engng Sci., 1961, v. 16, p. 39.
12. *Brian P. L. T., Hales H. B.* — AIChEJ, 1969, v. 15, p. 419—424.
13. *Hughmark G. A.* — Chem. Engng Sci., 1969, v. 24, № 2, p. 291—295.
14. *Levins D. M., Glastonbury J. R.* — Ibid., 1972, v. 27, p. 537—541.
15. *Темкин М. И.* — Кинетика и катализ, 1977, т. 18, № 2, с. 493—497.
16. *Harriott P.* — AIChEJ, 1962, v. 8, № 1, p. 93—108.
17. *Schwartzberg H. G., Treybal R. T.* — Ind. Engng Chem. Fundam., 1968, v. 7, № 1, p. 1—6.
18. *Штербачек З., Тауск П.* Перемешивание в химической промышленности. Л, Госхимиздат, 1963. 416 с.
19. *Барабаш В. М., Брагинский Л. Н., Смирнова Н. А.* — ТОХТ, 1980, т. 14: № 2, с. 193—196.
20. *Николаишвили Е. К., Барабаш В. М., Брагинский Л. Н., Кулов Н. Н., Малюсов В. А.* — Там же, т. 14, № 3, с. 349—355.
21. *Кулов Н. Н., Николаишвили Е. К., Барабаш В. М., Брагинский Л. Н., Малюсов В. А., Жаворонков Н. М.* — В кн.: Труды 7-го Международного конгресса по оборудованию химических производств и автоматизации ХИСА-81. Прага. 422 с.
22. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953. 788 с.
23. *Möckel H. O.* — Chem. Techn., 1980, Bd. 32, № 3, S. 127—129.
24. *Hixson A. W., Baum S. J.* — Ind. Engng Chem., 1942, v. 34, № 1, p. 120—125.
25. *Barker J. J., Treybal R. E.* — AIChEJ, 1960, v. 6, № 2, p. 289—295.
26. *Johnson A .I.*, Chen-Jung Huang. — AIChEJ, 1956, v. 2, № 3, p. 412—419.
27. *Николаишвили. Е. К., Барабаш В. М., Брагинский Л. Н., Кулов Н. Н., Малюсов В. А.* — ТОХТ, 1980, т. 14, № 4, с. 603—608.
28. *Кузнецов А. А, Кутепов А. М., Терновский И. Г.* — Химия и хим. технология, 1980, т. 23, № 11, с. 1442—1446.
29. *Буевич Ю. А., Ясников Г. П.* — ТОХТ, 1982, т. 16, № 5, с. 597—603.
30. *Кафаров В. В.* Методы кибернетики в химии и химической технологии. М.: Химия, 1976. 480 с.
31. *Корн Г., Корн Т.*. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970. 720 с.
32. *Нешков П. Ф., Заостровский Ф. П.* — ЖПХ, 1966, т. 39, с. 1482—1484.
33. *Козловский С. С.* — Труды Грозненского нефтяного института, 1949, № 7, с. 227—241.
34. *Порхаев А. П.* — Коллоид. ж., 1949, т. 11, № 5, с. 346—353.

Глава 8

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ ВЗАИМНО НЕРАСТВОРИМЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Целью перемешивания взаимно нерастворимых жидкостей в аппаратах с мешалками обычно является получение эмульсий с размерами капель 0,1—3 мм * или интенсификация массообмена. Первый слу-

* Для приготовления тонкодисперсных эмульсий с высокой степенью устойчивости применяются специальные устройства [1, 2].

чай, как правило, встречается в аппаратах для эмульсионной полимеризации, а также при получении масловодяных эмульсий, применяемых при холодной обработке металлов; при проведении этих операций цель перемешивания состоит в получении капель или частиц полимера требуемых размеров. Второй случай соответствует проведению процессов жидкостной экстракции (или аналогичных ей операций, например промывки тех или иных продуктов для удаления примесей), а также химических реакций в системах жидкость—жидкость, и задача перемешивания заключается в обеспечении требуемой интенсивности массопередачи.

Для описания массообмена в системах жидкость—жидкость чаще всего пользуются уравнением

$$\frac{dq}{d\tau} = \beta_{об}(c_{нас} - c) \tag{8.1}$$

Здесь q — массовый поток вещества в единице объема аппарата, кг/(м^3·с); $c_{нас}$ — концентрация насыщения, кг/м^3; c — концентрация раствора, кг/м^3; $\beta_{об}$ — объемный коэффициент массопередачи (в с$^{-1}$).

Объемный коэффициент массопередачи определяется как

$$\beta_{об} = \beta F_{уд} \tag{8.2}$$

где β — коэффициент массопередачи, м/с; $F_{уд}$ — удельная площадь поверхности контакта фаз (в единице объема перемешиваемой среды), м^2/м^3.

Величина $F_{уд}$ является функцией диаметра капель и удерживающей способности аппарата по дисперсной фазе (или, что то же самое, ее объемной концентрации):

$$F_{уд} = 6\varphi/d_{п.о} \tag{8.3}$$

где $d_{п.о}$ — средний поверхностно-объемный диаметр капель, м; φ — объемная доля дисперсной фазы.

Таким образом, при проектировании аппаратов с мешалками, предназначенных для проведения процессов перемешивания взаимно нерастворимых жидкостей, задачей расчета служит обычно определение размеров капель, удерживающей способности аппарата по дисперсной фазе и коэффициентов массопередачи. В тех случаях, когда к этим параметрам не предъявляются жесткие требования, расчет сводится к определению минимальной интенсивности перемешивания, достаточной для распределения одной из фаз в другой [3]. Следует отметить, что современный уровень изученности процесса перемешивания в системах жидкость—жидкость не всегда достаточен для решения этих задач с требуемой точностью. Практическое применение расчетных формул, имеющихся в литературе, осложняется еще и тем, что величина поверхности контакта фаз и коэффициенты массопередачи могут существенно изменяться из-за присутствия небольших, иногда ничтожных количеств случайных примесей. Последнее обстоятельство создает особые трудности при переходе от чистых лабораторных систем к промышленным продуктам, состав которых зависит от многих трудно контролируемых факторов. В связи с этим точность расчетов применительно к аппаратам для перемешивания взаимно нерастворимых жидкостей обычно

невысока. В большинстве случаев, однако, она достаточна для обеспечения работоспособности проектируемых аппаратов и определения способов повышения их эффективности.

8.1. МЕХАНИЗМ ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Дробление представляет собой результат действия на каплю: 1) разности динамических напоров, деформирующей каплю, и 2) поверхностного натяжения, которое проявляется в возникновении капиллярного давления $p_к$, препятствующего деформации:

$$p_к = 2\sigma/r_к = 4\sigma/d_к \quad (8.1.1)$$

где σ — поверхностное натяжение, Н/м; $d_к$ — диаметр капли, м.

Причиной возникновения разности динамических напоров служит наличие градиентов скорости сплошной фазы в окрестностях капли [4] или колебания самой капли * [5—7]. В первом случае при разности скоростей Δv разность динамических напоров $\Delta p_д$ может быть выражена как

$$\Delta p_д = \rho\,(\Delta v^2/2) \quad (8.1.2)$$

а во втором

$$\Delta p_д = \rho_д\,(\Delta v^2/2) \quad (8.1.3)$$

где ρ, $\rho_д$ — плотность сплошной и дисперсной фаз, кг/м³.

В условиях, когда капиллярное давление превышает разность динамических напоров ($p_к \geqslant \Delta p_д$), капля сохраняет устойчивую сферическую форму. При $p_к < \Delta p_д$ происходит деформация и капля превращается в эллипсоид вращения. Наименьший радиус кривизны поверхности эллипсоида отвечает условиям:

$$\Delta p_д = p_к$$

и

$$r_{мин} = 4\sigma/(\rho\Delta v^2) \quad (8.1.4)$$

Поверхность капли при этом, естественно, увеличивается. В случае, если величина площади поверхности деформированной капли оказывается больше, чем сумма площадей поверхностей двух или более капель того же суммарного объема, существование единичной капли становится энергетически невыгодным ** и происходит ее распад. Кинетическая энергия относительного движения отдельных частей капли и деформирующей ее жидкости должна быть достаточна для того, чтобы компенсировать увеличение поверхностной энергии образовавшихся капель. В работе [8] было показано, что минимальному избытку энергии (около 1 %) соответствует деление исходной капли на две неравновеликие части, отношение объемов которых составляет приблизительно 1 : 1000 (что отвечает отношению диаметров большой и малой капель около 10 : 1). Рассматриваемый

* Применительно к системам жидкость — жидкость, характеризующимся близкими значениями плотностей сплошной и дисперсной фаз, различие между двумя механизмами не принципиально, однако при дроблении газовых пузырьков оно может иметь решающее значение.

** Система стремится к минимуму поверхностной энергии, определяемой как произведение величины площади поверхности на поверхностное натяжение.

случай является предельным. Из количественных оценок следует, что при условии равенства значений $p_к$ и $\Delta p_д$, т. е. уже при весьма малых деформациях, кинетическая энергия относительного движения достаточна для значительно большего увеличения площади поверхности капли.

Разность динамических напоров, деформирующая каплю и определяемая соотношениями (8.1.2) и (8.1.3), сообщает капле кинетическую энергию

$$E_к = \frac{\Delta v^2}{2}\,\rho\,\frac{\pi d_к^3}{6} \quad (8.1.5)$$

которая достаточна для увеличения площади поверхности капли на величину

$$\Delta f = \frac{E_к}{\sigma} = \rho\pi d_к^3\,\frac{\Delta v^2}{12\sigma}$$

Полагая $\Delta v = \bar{v}'_d$ и подставляя выражение квадрата пульсационной скорости из (8.1.13) в последнее равенство, получаем:

$$\Delta f = {}^2/_3\pi d_к^2$$

Таким образом, минимальная кинетическая энергия деформации достаточна для увеличения поверхности капли на ²/₃ ее исходной величины.

Реальное отношение объемов большой и малой капель обычно меньше 10 : 1. Как следует из данных скоростной киносъемки [9], в тех случаях, когда отношение полуосей эллипсоида, образовавшегося при деформации капли, не превышает 4 : 1, дробление приводит к образованию двух близких по размеру капель. При больших деформациях разрыв эллипсоида происходит одновременно в нескольких местах.

Источником возникновения разности динамических напоров, деформирующей и дробящей каплю в турбулентном потоке, являются маломасштабные пульсации скорости. Учет взаимосвязи между осредненными характеристиками этих пульсаций и интенсивностью перемешивания осуществляется [6, 7, 10] на основе выводов теории локальной изотропной турбулентности Колмогорова-Обухова [11, 12].

Как отмечалось в гл. 3, развитое турбулентное течение жидкости характеризуется наложением на осредненный направленный поток случайных пульсаций скорости с переменными направлением и амплитудой. Это пульсационное движение характеризуется пульсационной скоростью v'_λ и масштабом λ — расстоянием, на котором мгновенное значение скорости изменяется на величину v'_λ. Период T_λ пульсации масштаба λ — время изменения скорости на величину v'_λ — по порядку равен λ/v'_λ. Максимальным значениям пульсационных скоростей в потоке отвечает и максимальный масштаб $\lambda = l$, определяемый размерами области, в которой происходит течение. По порядку величины пульсационная скорость v'_l соответствует разности значений средней скорости на расстоянии l. Такие пульсации носят

Изложенные взгляды на механизм дробления капель в турбулентном потоке являются общепринятыми и используются при анализе явлений диспергирования в аппаратах с различными способами перемешивания [6, 10, 16].

8.2. РАЗМЕРЫ КАПЕЛЬ И УДЕРЖИВАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ АППАРАТОВ С МЕШАЛКАМИ

В аппаратах с мешалками, как и в других случаях диспергирования, капли дисперсной фазы имеют различные размеры. Распределение капель по размерам принято характеризовать дифференциальной функцией распределения $f(d)$. По определению этой функции произведение

$$\varphi(d) = f(d)\, d(d) \qquad (8.2.1)$$

есть доля объема дисперсной фазы, заключенная в каплях диаметром от d_i до $d_i + d(d)$. Поверхность контакта полидисперсных капель в единице объема определяется через дифференциальную функцию распределения как

$$F_{\text{уд}} = 6\varphi_0 \int_0^{d_{\text{макс}}} (f(d)/d)\, d(d) \qquad (8.2.2)$$

где z_0 — общее число капель в единице объема.

Используется также интегральная функция распределения

$$F(d) = \int_0^d f(d)\, d(d) \qquad (8.2.3)$$

которая характеризует долю капель диаметром не более d. В соответствии с данными [17], интегральная функция распределения капель по размерам в аппарате с турбинной мешалкой и отражательными перегородками аппроксимируется уравнением

$$F(d) = \exp\left(\frac{a}{d_{\text{макс}}} - \frac{a}{d}\right) \qquad (8.2.4)$$

где $a = 0{,}613\ d_{\text{макс}}$.

Диаметр наибольших капель $d_{\text{макс}}$ связан со средним поверхностно-объемным диаметром $d_{\text{п. о}}$ соотношением [17]

$$d_{\text{макс}} = 2{,}64 d_{\text{п. о}} \qquad (8.2.5)$$

Дифференциальная функция распределения капель представлена на рис. 8.1. Она описывается уравнением [17, 18]:

$$f(d) = 0{,}613\,\frac{d_{\text{макс}}}{d^2}\exp\left[0{,}613\left(1 - \frac{d_{\text{макс}}}{d}\right)\right] \qquad (8.2.6)$$

или в безразмерной форме

$$f(d) = f\left(\frac{d}{d_{\text{п.о}}}\right) = 4{,}28\,\frac{d^2_{\text{п. о}}}{d^2}\exp\left[0{,}613\left(1 - 2{,}64\,\frac{d_{\text{п. о}}}{d}\right)\right] \qquad (8.2.7)$$

Рис. 8.1. Дифференциальная функция распределения капель по размерам [17].

В большинстве случаев диаметр наибольших капель не превышает 2—3 мм, наименьшие капли имеют размеры порядка 0,03—0,05 мм. В связи с тем, что экспериментальное определение функций распределения капель по размерам весьма трудоемко, степень дисперсности чаще всего характеризуют величиной среднего поверхностно-объемного диаметра капель, определяемого по уравнению (8.3). Измерения диаметра капель $d_{\text{п. о}}$ выполнены во многих работах. В частности, в работе [19] применительно к перемешиванию турбинными и лопастными мешалками получено уравнение

$$d_{\text{п. о}} = 6\ \text{We}^{-0{,}6} f d_{\text{м}} \qquad (8.2.8)$$

где $\text{We} = n^2 d_{\text{м}}^2 \rho/\sigma$ — критерий Вебера; φ — объемная концентрация дисперсной фазы.

Коэффициент f в этом уравнении для шестилопастной турбинной мешалки при $\overline{R} = 3$ найден равным $f = 1 + 9\varphi$, а для лопастной мешалки с $z_{\text{л}} = 4$ при $\overline{R} = 1{,}33$ — равным $f = 1 + 3{,}75\varphi$. Близкое уравнение получено для лопастных мешалок [20]

$$d_{\text{п. о}} \approx 0{,}063\,\text{We}^{-0{,}6} f d_{\text{м}} \qquad (8.2.9)$$

где $f = 1 + 3{,}3\varphi$.

В работе [21] для аппаратов с перегородками предложена зависимость

$$\frac{d_{\text{п. о}}}{d_{\text{м}}} = C\,\text{We}^{-0{,}5}\,\text{Re}_{\text{ц}}^{-0{,}1}\varphi \qquad (8.2.10)$$

Здесь $\text{Re}_{\text{ц}} = \rho_{\text{ср}} n d_{\text{м}}^2/\mu_{\text{ср}}$;

$$\rho_{\text{ср}} = \rho_{\text{д}}\varphi + \rho(1 - \varphi) \qquad (8.2.11)$$

$$\mu_{\text{ср}} = \frac{\mu}{1 - \varphi}\left[1 + 1{,}5\varphi\,\frac{\mu_{\text{д}}}{\mu + \mu_{\text{д}}}\right] \qquad (8.2.12)$$

где μ, $\mu_{\text{д}}$ — динамическая вязкость сплошной и дисперсной фазы, Па·с.

Коэффициент C в уравнении (8.2.10) для турбинных мешалок равен 25,9, для пропеллерных — 13,85 [21].

Для пропеллерных мешалок в аппаратах без отражательных перегородок в работе [3] получено уравнение

$$F_{\text{уд}} = \frac{0{,}212}{d_{\text{м}}}\,\text{Re}_{\text{ц}}\left(\frac{\mu^2}{\rho\sigma d_{\text{м}}}\right)^{0{,}56}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{0{,}25}\left(\frac{d_{\text{м}}}{D}\right)^{1{,}21}\varphi^{0{,}32} \qquad (8.2.13)$$

В ряде публикаций при обработке опытных данных используется так называемый саутеровский диаметр:

$$d_{32} = \frac{\sum z_i d_i^3}{\sum z_i d_i^2} \qquad (8.2.14)$$

где z_i — число капель диаметром d_i в единице объема.

Например, в работе [22] получено уравнение

$$d_{32}/d_{\text{м}} = 0{,}081\,(1 + 4{,}47\varphi)\,\text{We}^{-0{,}6} \qquad (8.2.15)$$

Аналогичные уравнения, связывающие размеры капель с частотой вращения и диаметром мешалки, концентрацией дисперсной фазы и свойствами фаз получены также в работах [23—27].

Анализ результатов измерений, выполненных различными методами, показывает, что средний диаметр капель в аппаратах с мешалками является функцией удельной мощности и поверхностного натяжения, выражаемой приближенно как

$$d_{\text{к}} \sim \sigma^{0{,}6}\left(\frac{N}{\rho V}\right)^{-0{,}4} \qquad (8.2.16)$$

Время достижения устойчивых размеров капель составляет обычно около 5 мин.

Анализ дробления капель [6, 10] основывается на допущении, что распределение диссипации энергии $\varepsilon_0^{\text{л}}$ в объеме аппарата близко к равномерному, и предполагает определение среднего значения диссипации энергии по величине мощности, потребляемой на перемешивание:

$$\varepsilon_0 = N/(\rho V) = K_N n^3 d_{\text{м}}^5/V \qquad (8.2.17)$$

Подставив выражение (8.2.17) в уравнение наибольшего устойчивого диаметра капель (8.1.14), получим:

$$d_{\text{к}} \approx 3{,}5\left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{0{,}6}\left(\frac{N}{\rho V}\right)^{-0{,}4} \qquad (8.2.18)$$

или

$$\frac{d_{\text{к}}}{d_{\text{м}}} \approx 3{,}5 K_N^{-0{,}4}\text{We}^{-0{,}6}\left(\frac{V}{d_{\text{м}}^3}\right)^{0{,}4} \qquad (8.2.19)$$

Уравнение (8.2.19) по характеру влияния критерия We хорошо согласуется с приведенными выше экспериментальными зависимостями, но абсолютные значения диаметра капель, рассчитанные по уравнениям (8.2.18) или (8.2.19), оказываются намного больше наблюдаемых в эксперименте. Обработка многочисленных опытных данных, полученных в аппаратах с мешалками разных типов при концентрации $\varphi = 0{,}05 \div 0{,}1$, приводит к уравнению [18]

$$d_{\text{н. о}} \approx 0{,}13\left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{0{,}6}\left(\frac{N}{\rho V}\right)^{-0{,}4} \qquad (8.2.20)$$

Можно полагать, что столь значительное расхождение между теоретическими результатами и опытом вызывается одновременным действием двух факторов. Во-первых, амплитуда пульсаций скорости представляет собой случайную величину, распределенную в первом приближении по нормальному закону [28]. Если предположить, что размер капель определяется величиной максимальных пульсаций скорости масштаба $d_{\text{к}}$, равных *

$$v'_{\text{макс}} \approx 3\sqrt{\overline{(v'_{d_{\text{к}}})^2}} \qquad (8.2.21)$$

и подставить $v'_{\text{макс}}$ в выражение (8.1.13) вместо $v'_{d_{\text{к}}}$, то коэффициент в уравнении (8.2.18) приобретет значение 0,83.

Во-вторых, условие равномерности распределения диссипации энергии в реальном аппарате с мешалкой обычно не выполняется. Как показывают результаты измерений [30], вблизи мешалки существует область, в пределах которой локальные значения диссипации энергии превышают среднее по аппарату значение в 50—100 раз. Если допустить, что дробление происходит главным образом в зоне мешалки и принять в уравнении (8.1.14)

$$\varepsilon_0^{\text{л}} \approx 75N/\rho V \qquad (8.2.22)$$

то коэффициент уравнения (8.2.18) примет с учетом (8.2.21) значение 0,185, что очень близко к эмпирическому значению коэффициента в уравнении (8.2.20).

В соответствии с (8.1.7) локальные значения диссипации энергии связаны с локальными значениями пульсационной скорости соотношением

$$\varepsilon_0^{\text{л}} \approx (v'_\lambda)^3/\lambda \qquad (8.2.23)$$

При обтекании лопастей мешалки могут возникать пульсации масштаба высоты лопасти $\lambda \approx \alpha h_{\text{л}}$, скорость которых является величиной порядка скорости обтекания лопастей (см. гл. 2). В аппаратах с отражательными перегородками $u \approx \omega_0 r_0$ и

$$v'_{h_{\text{л}}} \approx \omega_0 r_0 \qquad (8.2.24)$$

где r_0 — радиус мешалки, м; ω_0 — угловая скорость вращения мешалки, рад/с.

Отсюда

$$\varepsilon_{0,\,\text{макс}}^{\text{л}} \approx \omega_0^3 r_0^3/(\alpha h_{\text{л}}) \qquad (8.2.25)$$

Мощность, потребляемая на перемешивание, в аппаратах с перегородками, в соответствии с (2.4.21б) приближенно определяется как

$$N = \frac{K_N}{7{,}75}\rho\omega_0^3 r_0^5 \approx 0{,}09\rho\zeta_{\text{м}}\omega_0^3 r_0^5 \qquad (8.2.26)$$

* Нормальное распределение случайной величины характеризуется [29] соотношением $S_{\text{макс}} \approx 3S$, где S — среднеквадратичное отклонение случайной величины от среднего значения.

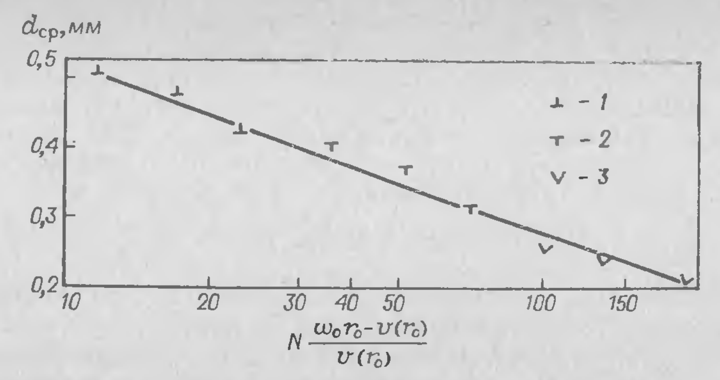


Рис. 8.2. Средний арифметический диаметр капель ($d_{ср}$) для мешалок:

1 — открытая турбинная мешалка (n = 3; 3,4; 3,77 об/с); 2 — трехлопастная мешалка с изогнутыми в плане лопастями (n — 5; 5,6; 6,24 об/с); 3 — трехлопастная мешалка с лопастями в виде прямоугольных пластин, укрепленных под углом 78,5° к радиальным пластинчатым кронштейнам ступицы мешалки.
Диаметр мешалок $d_м$ = 0,25, диаметр аппарата D = 0,5 м.

Выражая среднее значение диссипации энергии в аппарате по (8.2.17) с учетом (8.2.26) и сопоставляя полученное выражение с уравнением (8.2.25), найдем:

$$\frac{\varepsilon^{л}_{0,макс}}{\varepsilon_0} \approx \frac{11V}{\zeta_м r_0^2 h_л \alpha} \qquad (8.2.27)$$

Уравнение (8.2.27) позволяет объяснить различие в степени дисперсности при перемешивании мешалками различных типов. Из него следует также, что для получения капель малых размеров энергетически выгодны мешалки малого диаметра и с низкими коэффициентами сопротивления. Изложенные соображения качественно вполне соответствуют опытным данным [31]. Как следует, в частности, из этой работы (рис. 8.2), при одинаковой мощности средний размер капель уменьшается с увеличением скорости обтекания лопастей, что соответствует уменьшению коэффициента сопротивления мешалки, ее диаметра и величины $h_л$ (см. гл. 2). Некоторые качественные стороны этого явления рассматривались также в работах [19, 32].

Отметим, однако, что выполненные количественные и качественные оценки не исчерпывают всех расхождений между теорией и опытом. Так, теоретическая модель и полученные на ее основе уравнения не отражают наблюдаемого на практике значительного увеличения среднего размера капель с повышением концентрации дисперсной фазы. Естественным объяснением этой зависимости представляется влияние коалесценции капель при их столкновениях.

Рассмотрим теоретическую модель столкновений капель в турбулентном потоке, описанную в [5]. Предположим, что вокруг каждой капли существует сферическая область радиусом R, при попадании в которую всякая другая капля обязательно столкнется и сольется с выделенной каплей. Понятно, что такому условию будет

отвечать сферическая поверхность радиусом $R \approx 1{,}5 d_к$, вблизи которой возникает градиент концентрации и соответствующий ему диффузионный поток, равный среднему числу капель, пересекающих эту поверхность вследствие турбулентного движения. Для количественной оценки скорости переноса капель используем диффузионное уравнение

$$\operatorname{div}(D_{тр} \operatorname{grad} z) = 0 \qquad (8.2.28)$$

где $D_{тр}$ — коэффициент турбулентной диффузии, зависящий от масштаба пульсаций λ и диссипации энергии в турбулентном потоке ε_0; z — число капель в единице объема;

Граничные условия для уравнения (8.2.28):

$$\left.\begin{aligned} z &= 0 \quad \text{при} \quad r \leqslant R \\ z &= z_0 \quad \text{при} \quad r \to \infty \end{aligned}\right\} \qquad (8.2.29)$$

Проинтегрируем уравнение (8.2.28):

$$j = D_{тр} r^2 \frac{dz}{dr} = A \qquad (8.2.30)$$

где j — поток капель на единицу поверхности радиусом R в единицу времени; A — константа.

Коэффициент турбулентной диффузии $D_{тр}$ в соответствии с [5] определяется как

$$D_{тр} \approx v'_\lambda \lambda \approx (\varepsilon_0 \lambda)^{1/3} \lambda \qquad (8.2.31)$$

Полагая, что перенос дисперсной фазы в фиксированной капле осуществляется преимущественно пульсациями, масштаб которых сопоставим с расстоянием между сталкивающимися каплями r, имеем:

$$D_{тр} \approx (\varepsilon_0 r)^{1/3} r \qquad (8.2.32)$$

Подставляя (8.2.32) в (8.2.30), после интегрирования найдем

$$z \approx -{}^3/_7 A \varepsilon_0^{-1/3} r^{-7/3} + B \qquad (8.2.33)$$

и с учетом граничных условий (8.2.29):

$$z/z_0 \simeq 1 - (R/z)^{7/3} \qquad (8.2.34)$$

Отсюда в соответствии с (8.2.30)

$$j \simeq {}^7/_3 z_0 \varepsilon_0^{1/3} R^{1/3}$$

Учитывая связь между числом капель в единице объема и объемным содержанием дисперсной фазы φ

$$z_0 = 6\varphi / (\pi d_к^3) \qquad (8.2.35)$$

получаем уравнение для оценки частоты столкновений в расчете на одну каплю:

$$\nu_к \approx 11{,}5 \varphi \varepsilon_0^{1/3} d_к^{-2/3} \qquad (8.2.36)$$

Как следует из уравнения (8.2.36), повышение концентрации дисперсной фазы приводит к увеличению частоты коалесценции капель, и это может служить объяснением возрастания $d_{п.о}$ с увеличением φ, однако, количественная оценка частоты коалесценции капель по уравнению (8.2.36) оказывается завышенной. Уравнение

$$\nu_к = 1{,}7 \cdot 10^{-12} d_к^{-2,73} \quad (8.2.37)$$

полученное в работе [33], дает значения частоты коалесценции порядка 0,02 $с^{-1}$, т. е. в 10^3 раз меньше. Невысокие значения частоты коалесценции капель в аппаратах с мешалками получены также в работе [23]. Столь большое различие между теоретическими и практическими данными свидетельствует о том, что только небольшая часть столкновений приводит к слиянию капель. Имеются также данные [34] о том, что ввод в аппарат с мешалкой небольшого количества жидкости, образующей одну из фаз и содержащей растворенные добавки, может приводить к быстрому (за несколько минут) увеличению размеров капель. Этот результат показывает, что, несмотря на низкую частоту, роль коалесценции в формировании капель существенна.

В соответствии с уравнением (8.3) площадь поверхности контакта фаз зависит не только от размеров капель, но и от объемной доли диспергированной фазы φ, называемой также удерживающей способностью аппарата по дисперсной фазе. Этот термин, строго говоря, применим только к аппаратам непрерывного действия, в которых величина φ зависит от интенсивности перемешивания. В аппаратах периодического действия аналогом такой величины является объемное содержание диспергированной жидкости, взвешенной в сплошной фазе. При недостаточной интенсивности перемешивания величина φ может отличаться от соотношения объемов фаз в аппарате. При малой частоте вращения объем диспергированной жидкости может быть очень малым, а градиент концентрации дисперсной фазы по высоте большим. С повышением частоты вращения мешалки доля диспергированной жидкости увеличивается, и при некотором значении n один из слоев полностью исчезает. Время полного разрушения слоя жидкости, образующей дисперсную фазу, составляет несколько десятков минут; с увеличением n оно быстро уменьшается до 2—3 мин.

В работе [3] введено понятие определяющей частоты вращения (n_0), достаточной для равномерного распределения капель по высоте аппарата. Экспериментальное измерение значений n_0 выполнено в работах [3, 35].

Расчетное уравнение, полученное в [35], имеет вид

$$\mathrm{Re}_0 = 2{,}2\left(\mathrm{Re}_ц^2/\mathrm{We}_ц\right)^{0,185} \mathrm{Ar}^{0,315} \bar{R}^{\alpha} \quad (8.2.38)$$

где $\mathrm{Re}_0 = n_0 d_м/\nu$; $\mathrm{Re}_ц^2/\mathrm{We}_ц = \rho d_м \sigma/\mu^2$; $\mathrm{Ar} = d_м^3 \Delta\rho\rho g/\mu^2$.

Для пропеллерных мешалок $\alpha = 1{,}25$, для турбинных $\alpha = 0{,}85$.

Возможен и более общий подход к расчету распределения фаз в объеме аппарата, аналогичный использованному при описании перемешивания суспензий. Как показано в гл. 5, условие равномер-

ного распределения дисперсной фазы по высоте аппарата может быть сформулировано следующим образом:

$$\mathrm{Pe} = w_{ос} H/D_т \leqslant 0{,}3 \quad (8.2.39)$$

где $w_{ос}$ — скорость осаждения (всплывания) частиц или капель, м/с; H — высота заполнения аппарата, м; $D_т$ — коэффициент макромасштабного турбулентного переноса (турбулентной диффузии), $м^2/с$.

Коэффициент турбулентной диффузии $D_т$ применительно к аппаратам с отражательными перегородками определяется по уравнению (3.4.6) или (3.4.7).

Для расчета скорости осаждения (всплывания) капель малых размеров воспользуемся уравнением Адамара-Рыбчинского:

$$w_{ос} = \frac{d_{п.о}^2 \Delta\rho g}{18\mu} \frac{3(\mu_д + \mu)}{2\mu_д + 3\mu} \quad (8.2.40)$$

Диаметр капель $d_{п.о}$ определим по уравнению (8.2.20). Из уравнений (8.2.20)—(8.2.39) и (3.4.6) найдем минимальное значение мощности, необходимое для распределения капель по высоте аппарата при $H = D$:

$$N_0 \approx 0{,}0455 \left[\frac{3(\mu_д + \mu)}{2\mu_д + 3\mu} \Delta\rho g\right]^{0,86} \frac{D^{0,55}\sigma^{1,03}}{\rho^{0,28}\nu^{0,79}} \quad (8.2.41)$$

Далее, выражая мощность в аппаратах с перегородками по уравнениям (2.4.1) и (2.4.21б) при $z_м = 1$, получим уравнение

$$\mathrm{Re}_0 \approx \frac{0{,}172}{\zeta_м^{0,335}} \left[\frac{3(\mu_д + \mu)}{2\mu_д + 3\mu} \mathrm{Ar}\right]^{0,286} \left(\frac{\mathrm{Re}_ц^2}{\mathrm{We}}\right)^{0,345} \bar{R}^{0,77} \quad (8.2.42)$$

которое применимо для расчета определяющей частоты вращения в аппаратах с мешалками различных типов.

Отметим, что уравнение Адамара-Рыбчинского (8.2.40) получено для случая ламинарного осаждения (всплывания) одиночной капли в невозмущенной жидкости и ее использование применительно к осаждению капель в турбулентном потоке не вполне обоснованно. В связи с этим уравнение (8.2.42) следует рассматривать как приближенное. Сопоставление результатов расчета по уравнению (8.4.42) с опытными данными [3, 35] приведено на рис. 8.3.

При установившемся непрерывном режиме работы аппарата концентрация дисперсной фазы на выходе равна ее объемной доле в питании, а удерживающая способность $\bar{\varphi}$ зависит [27, 36] от интенсивности перемешивания (рис. 8.4). При верхнем размещении отводного патрубка и $\rho_д < \rho$ недостаточная равномерность распределения фаз по высоте приводит к существенному снижению удерживающей способности и, как следствие, к уменьшению поверхности контакта и среднего времени пребывания дисперсной фазы в аппарате. При $\rho_д > \rho$ уменьшение интенсивности перемешивания вызывает повышение удерживающей способности по сравнению с объемной долей дисперсной фазы в питании. Необходимо отметить, что увеличение концентрации дисперсной фазы в нижней части может приводить

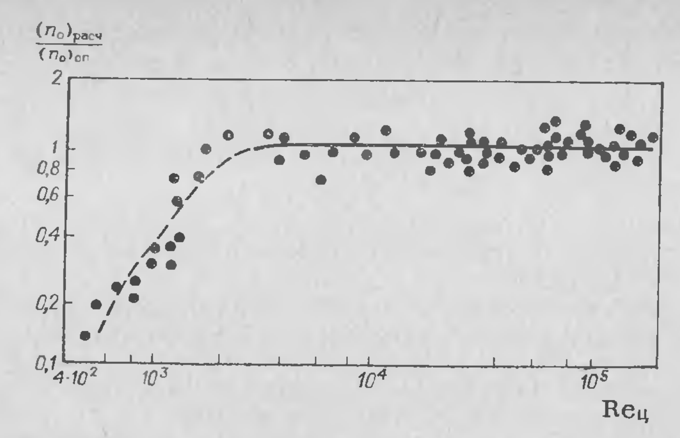


Рис. 8.3. Сопоставление опытных значений определяющей частоты вращения мешалки при перемешивании в системах жидкость—жидкость с вычисленными по уравнению (8.2.42).

к локальному увеличению размеров капель, а следовательно, к увеличению концентрации. Результатом может явиться обращение фаз и нарушение устойчивости работы аппарата. Известны случаи накапливания тяжелой фазы в аппарате через несколько часов после пуска.

При невысоких концентрациях дисперсной фазы в условиях, когда среднее время пребывания среды в аппарате существенно превышает время стабилизации размеров капель (5—6 мин), закономерности распределения капель в объеме аппарата в основном аналогичны закономерностям распределения твердых частиц, рассмотренным в гл. 5. В частности, применительно к аппаратам с отражательными перегородками распределение по высоте капель диаметром d_i при $\rho_д < \rho$ и направлении потока снизу вверх можно описать уравнением *

$$\bar{\varphi}_{iz} = (1 - W_i) \exp(-z\mathrm{Pe}_{Mi}) + W_i \tag{8.2.43}$$

где $\mathrm{Pe}_{Mi} = H(w_{вс i} + w_с)/D_т$ — модифицированный критерий Пекле для капель диаметром d_i; $\bar{\varphi}_i = \varphi_i/\varphi_0$; $z = h/H$; $W_i = g_i/[(w_{вс i} + w_с)/\varphi_0]$; φ_0 — концентрация дисперсной фазы в питании; $w_{вс i}$ — скорость всплывания капель диаметром d_i, м/с; g_i — объемный расход капель диаметром d_i через единицу сечения аппарата, м/с; $w_с$ — приведенная скорость движения сплошной фазы через аппарат, м/с; $D_т$ — осредненное значение коэффициента турбулентной диффузии, м²/с.

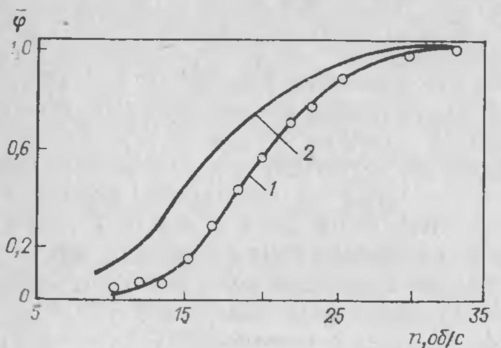


Рис. 8.4. Зависимость удерживающей способности от частоты вращения мешалки (система вода — бензол):

1 — расчет по уравнению (8.2.
2 — расчет по уравнению (8.2.5
точки — опытные данные [36].

* Вывод уравнения аналогичен выводу уравнения (5.3.7) [18].

Отсюда средняя по аппарату концентрация капель диаметром d_i определяется как

$$\bar{\varphi}_i = \int_0^1 \varphi_{iz}\,dz = (1 - W_i)\frac{1}{\mathrm{Pe}_{Mi}}[1 - \exp(-\mathrm{Pe}_{Mi})] + W_i \tag{8.2.44}$$

Уравнение (8.2.44) может быть использовано для нахождения удерживающей способности аппарата при известной дифференциальной функции распределения капель по размерам. Выражая величины, входящие в уравнение (8.2.44), через функцию распределения как

$$\varphi_{i0} = \varphi_0 f(d_i)\,d(d) \tag{8.2.45}$$

$$g_i = gf(d_i)\,d(d) \tag{8.2.46}$$

имеем:

$$\bar{\varphi_i} = \left\{(1 - W_i')\frac{1}{\mathrm{Pe}_{Mi}}[1 - \exp(\mathrm{Pe}_{Mi})] + W_i'\right\} f(d_i)\,d(d) \tag{8.2.47}$$

где g — объемный расход дисперсной фазы, м³/с;

$$W_i' = g_i/[(w_{вс} + w_с)\varphi_0] \tag{8.2.48}$$

Отсюда общая удерживающая способность аппарата по дисперсной фазе:

$$\bar{\varphi} = \int_0^1 (1 - W_i')\frac{1}{\mathrm{Pe}_{Mi}}[1 - \exp(\mathrm{Pe}_{Mi})] f(d)\,d(d) + \int_0^1 W_i' f(d_i)\,d(d) \tag{8.2.49}$$

Уравнение (8.2.49) в сочетании с (8.2.6) и (8.2.40) удовлетворительно описывает экспериментальные данные (рис. 8.4). Для практических расчетов может быть использован также упрощенный метод [18]. Поскольку максимум распределения (8.2.6) соответствует каплям, диаметр которых близок к $d_{п.о}$, двухфазную систему в аппарате можно рассматривать в первом приближении как монодисперсную:

$$\bar{\varphi} = (1 - W)\frac{1}{\mathrm{Pe}_M}[1 - \exp(-\mathrm{Pe}_M)] + W \tag{8.2.50}$$

где $W = g/[(w_{вс_{п.о}} + w_с)\varphi_0]$; $\mathrm{Pe}_M = H(w_{вс_{п.о}} + w_с)/D_т$; $w_{вс_{п.о}}$ — скорость всплывания капель диаметром $d_{п.о}$, м/с.

Расчет по формулам (8.2.50), (8.2.40), (8.2.20) при $\bar{\varphi} < 0{,}8$ приводит к значениям удерживающей способности, несколько завышенным по сравнению с вычисленными по более точному уравнению (8.2.49). Задачей практических расчетов чаще всего является, однако, выбор условий перемешивания, обеспечивающих достижение значений $\bar{\varphi}$ в диапазоне 0,9—1. Как следует из рис. 8.4, в этом диапазоне формула (8.2.50) дает вполне удовлетворительные результаты.

8.3. МАССООБМЕН В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ ЖИДКОСТЬ–ЖИДКОСТЬ

При отсутствии химического взаимодействия поток вещества через границу раздела жидкость—жидкость в единице объема определяется [37, 38] уравнением

$$q = F_{уд} k_д (c_д - c_{нас.\,д}) = F_{уд} k (c_{нас} - c) \qquad (8.3.1)$$

где k, $k_д$ — коэффициенты массопередачи по сплошной и дисперсной фазам, м/с; c, $c_д$ и $c_{нас}$, $c_{нас.\,д}$ — концентрации переходящего вещества и равновесные концентрации в сплошной и дисперсной фазах; $F_{уд}$ — удельная поверхность раздела фаз (см. раздел 8.2), 1/м.

Соотношение между значениями $c_{нас}$ и $c_{нас.\,д}$:

$$c_{нас} = \psi c_{нас.\,д} \qquad (8.3.2)$$

где ψ — коэффициент распределения.

Коэффициенты массопередачи k и $k_д$ могут быть выражены через коэффициенты массоотдачи со стороны каждой из фаз β и $\beta_д$ *

$$k = \frac{1}{\dfrac{1}{\beta} + \dfrac{\psi}{\beta_д}}; \qquad k_д = \frac{1}{\dfrac{1}{\psi\beta} + \dfrac{1}{\beta_д}} \qquad (8.3.3)$$

Уравнение (8.3.3) описывает распространенный на практике случай соизмеримых диффузионных сопротивлений обеих фаз. Возможны также две предельных ситуации: $k = \beta$ при $1/\beta \gg \psi/\beta_д$ и $k_д = \beta_д$ при $1/\beta_д \gg 1/(\psi\beta)$.

Массообмен на границе жидкость—жидкость при турбулентном режиме течения представляет собой весьма сложное физическое явление и его механизм пока не может считаться выясненным [38]. В настоящее время существуют два подхода к анализу механизма влияния турбулентности на массообмен. В первом случае определение коэффициентов массоотдачи основывается на использовании уравнения установившейся диффузии в пограничном слое, аналогичного уравнению (7.1.2). Условие затухания турбулентной диффузии в вязком подслое на плоской подвижной границе получено в работе [5] в виде соотношения **

$$D_т \approx v_0 y^2/\lambda \qquad (8.3.4)$$

где y — расстояние от границы, м; λ — наименьший радиус кривизны деформаций поверхности, определяемый как $\lambda = 2\sigma/(\rho v_0^2)$, м; v_0 — величина пульсационной скорости при $y = \lambda$, м/с.

Выражая связь между v_0 и λ по «закону двух третей» Колмогорова—Обухова (8.1.7), после преобразования получаем:

$$D_т = \rho v_0^3 y^2/(2\sigma) \qquad (8.3.5)$$

---

* Уравнение (8.3.3) относится к простейшему случаю, когда величины β, $\beta_д$ и ψ не зависят от концентрации переходящего вещества.

** Как следует из сопоставления выражений (7.1.3) и (8.3.4), затухание турбулентной диффузии вблизи деформируемой границы раздела происходит медленнее, чем на твердой поверхности.

Отсюда по аналогии с (7.1.4), диффузионное сопротивление на границе

$$R_д = \int_0^\infty \frac{dy}{D_c + \rho v_0^3 y^2/(2\sigma)}$$

и

$$\beta \sim \rho^{0.2} \varepsilon_0^{0.3} D_c^{0.5} / \sigma^{0.2} \qquad (8.3.6)$$

Уравнение (8.3.6) отражает зависимость коэффициента массоотдачи от физико-химических свойств среды и интенсивности перемешивания. По-видимому, оно все же не является достаточно общим, так как включает величину диссипации энергии только в одной из фаз. Как следует из результатов измерений, выполненных в специальной ячейке с плоской поверхностью раздела и независимыми мешалками в каждой из контактирующих фаз [39—41], коэффициент массоотдачи в каждой фазе практически в равной мере зависит от частоты вращения обеих мешалок. Это следует, например, из уравнения

$$\frac{\beta_1 d_{м1}}{D_1} = 3{,}16 \cdot 10^{-3} (Re_ц Re_{ц2})^{1/2} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{1,9} \left(0{,}6 + \frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^{-2,4} Sc^{5/6} \qquad (8.3.7)$$

которое получено [41] путем обработки опытных данных и включает частоты вращения обеих мешалок с одинаковым показателем степени.

Метод учета влияния динамического взаимодействия фаз на массоотдачу в каждой из них предложен в работах [38, 42]. Согласно [38, 42], массообмен на подвижной границе раздела описывается уравнениями вида

$$Nu_д = C Re^m Sc_д^n (1 + f) \qquad (8.3.8)$$

где f — фактор динамического состояния поверхности раздела фаз, отражающий энергию взаимодействия на границе.

Основой второго подхода является использование модели нестационарной диффузии вблизи границы раздела [43, 44]. В рамках этой модели предполагается [44], что турбулентные пульсации не затухают полностью вблизи границы раздела и перенос вещества из ядра потока осуществляется элементами жидкости («турбулентными вихрями») вплоть до самой поверхности контакта. При достаточно высокой интенсивности турбулентности время пребывания этих элементов на границе невелико и имеет место нестационарная молекулярная диффузия. Через некоторое время, малое по сравнению с периодом стабилизации поля концентраций в пограничном слое, происходит замещение этого элемента жидкости элементом из ядра потока, и процесс нестационарной диффузии повторяется. Исходя из предположения, что вероятность смены элемента не зависит от его возраста (т. е. от времени его нахождения на границе), в работе [44] получено уравнение

$$\beta = \sqrt{Ds} \qquad (8.3.9)$$

которое связывает коэффициент массоотдачи с s-фактором обновления поверхности, представляющем собой долю поверхности, обновляемую в единицу времени. Поскольку обновление поверхности связано с совершением работы против сил поверхностного натяжения, величину s предложено определять [45, 46] как отношение величины энергии P, подводимой к единице поверхности в единицу времени, к коэффициенту межфазного поверхностного натяжения:

$$s = P/\sigma \tag{8.3.10}$$

Обновление поверхности является следствием ее деформации под действием турбулентных пульсаций скорости. Масштаб наименьших пульсаций, деформирующих поверхность, определяется согласно (8.1.4) по уравнению

$$\lambda_{\text{мин}} \approx 2\sigma/(\rho v'_\lambda) \tag{8.3.11}$$

Далее, учитывая, что частота пульсаций масштаба λ равна v'_λ/λ, и используя выражение «закона двух третей» (8.1.7), выразим энергию, подводимую к единице поверхности со стороны каждой фазы, следующим образом:

$$P_i \sim \left[\frac{\rho\,(v'_{\lambda\text{мин}})^2}{2}\right]_i \lambda_{\text{мин}} \frac{v'_{\lambda i}}{\lambda_{\text{мин}}} \sim (\rho^2\sigma^3\varepsilon_0^3)^{1/5} \tag{8.3.12}$$

Так как деформации поверхности под действием турбулентных пульсаций в каждой из фаз приводят к обновлению поверхностного слоя жидкости одновременно по обе стороны границы раздела, частота обновления поверхности определяется по (8.3.10) через сумму энергий $P = P_1 + P_2$. Подставив это значение в (8.3.9), получим зависимость [46]

$$\beta_i \sim \frac{D_i^{0,5}}{\sigma^{0,2}} \sqrt{\rho_1^{0,4}\varepsilon_{01}^{0,6} + \rho_2^{0,4}\varepsilon_{02}^{0,6}} \tag{8.3.13}$$

которая удовлетворительно согласуется с опытными данными [39—41]. При отсутствии перемешивания в одной из фаз уравнение (8.3.13) не отличается от формулы (8.3.6), полученной на основе использования стационарной модели. Следует отметить, что оба описанных механизма — стационарный и нестационарный — могут рассматриваться [47] как отвечающие двум предельным случаям: случаю очень больших и очень малых значений среднего времени пребывания элементов жидкости на границе. Промежуточный случай (время контакта сопоставимо с временем стабилизации профиля концентраций в пограничном слое) рассмотрен в работах [47, 48].

Таким образом, даже применительно к массообмену на плоской границе раздела в настоящее время не выработаны единые представления и методы расчета *.

* Массообмен на границе жидкость — жидкость дополнительно осложняется влиянием примесей, особенно ПАВ, а также спонтанной межфазной турбулентностью (так называемый эффект Марангони), которая возникает как следствие изменения поверхностного натяжения вдоль поверхности.

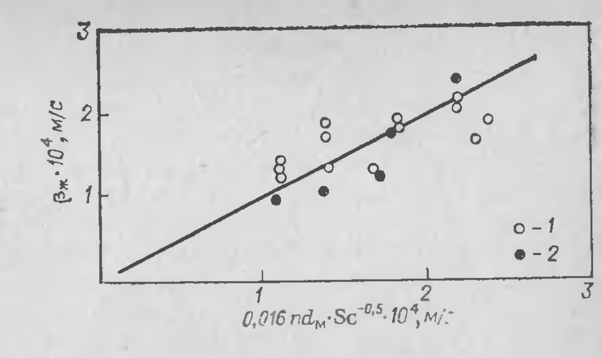


Рис. 8.5. Коэффициенты массоотдачи в сплошной фазе в аппаратах с мешалками:
1 — массоперенос из сплошной фазы в дисперсную; *2* — массоперенос из дисперсной фазы в сплошную.

При массообмене с каплями задача оказывается еще более сложной, поскольку здесь могут одновременно реализоваться несколько механизмов. Как следует из материалов предыдущего раздела, в зоне мешалки на массообмен может оказывать существенное влияние деформация капель, их колебания и дробление. В основной части объема размер капель меньше, чем масштаб пульсаций, способных деформировать поверхность, и поэтому можно ожидать, что закономерности массоотдачи со стороны сплошной фазы аналогичны массоотдаче к твердым частицам. Определенное влияние на массообмен может оказывать также и коалесценция капель. Экспериментальные исследования массопередачи в системе жидкость—жидкость в аппаратах с мешалками весьма немногочисленны. В работе [34] для случая массоотдачи со стороны сплошной фазы при перемешивании четырехлопастной мешалкой в аппарате с отражательными перегородками получено уравнение

$$\beta = 0{,}016 n d_м \mathrm{Sc}^{0,5} \tag{8.3.14}$$

которое описывает также результаты измерений с турбинными мешалками [49, 50]. Значения коэффициентов массоотдачи в сплошной фазе, измеренные в [34], составляют $(1 \div 2)\cdot 10^{-4}$ м/с (рис. 8.5) и в 5—10 раз превышают значения коэффициентов массоотдачи к твердым частицам при тех же значениях удельной мощности N/V. В тех случаях, когда лимитирующей является массоотдача со стороны дисперсной фазы, для приближенного расчета можно пользоваться методикой [37], основанной на модели внутренней циркуляции в капле (модель Кронига—Бринка [51]).

На рис. 8.6 и 8.7 приведены значения степени извлечения $A = (c_д(\tau) - c_{н.\,д})/(c_{нас.\,д} - c_{н.\,д})$ и критерия Шервуда $\mathrm{Sh} = \beta_д d_к/D_д$, рассчитанные [37] по Кронигу—Бринку в виде функции критерия Фурье $\mathrm{Fo} = 4D_д\tau/d_к^2$. Здесь $c_{н.\,д}$ — начальная концентрация целевого компонента в дисперсной фазе; τ — время, с. Оценки по этим графикам и уравнению (8.2.20) показывают, что при обычных значениях коэффициентов диффузии порядка 10^{-9} м²/с и обычных для практики пределах удельных мощностей (0,5—2 кВт/м³), при которых достигается распределение дисперсной фазы в объеме, продолжительность периода извлечения в отсутствие химической реакции

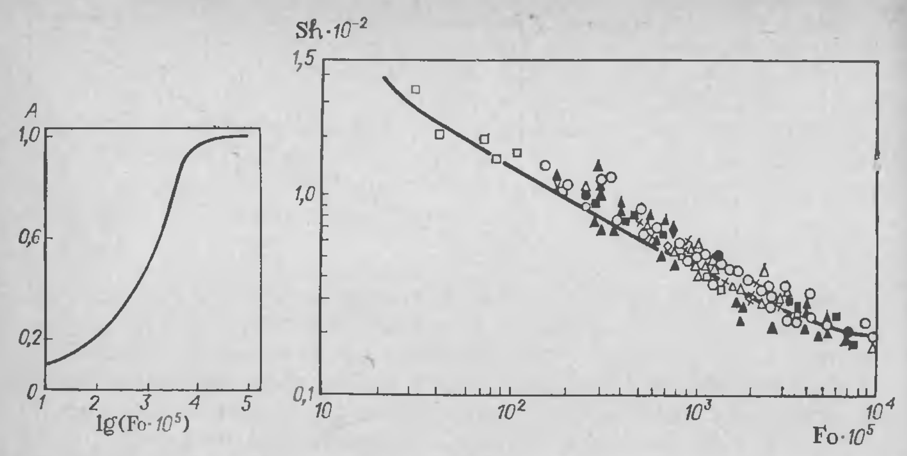


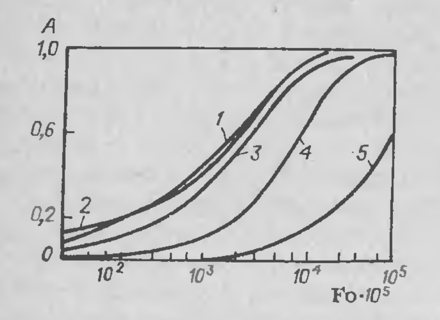
Рис. 8.6. Зависимость степени извлечения (насыщения) A от критерия Фурье Fo.

Рис. 8.7. Сравнение экспериментальных данных [52, 53] с рассчитанными по формулам Кроинга и Бринка.

Точки — опытные данные, сплошная линия — расчетная.

определяется массоотдачей в дисперсной фазе. Время достижения 98—99 %-ной степени извлечения (что соответствует $\mathrm{Fo} \approx 0{,}15$) составляет менее 10 мин.

Коэффициенты массоотдачи в сплошной и дисперсной фазах оказываются соизмеримыми только при небольших значениях степени извлечения ($0{,}2 \leqslant A \leqslant 0{,}5$). В этих случаях вклад массообмена со стороны каждой из фаз в общий коэффициент массопередачи оценивается [54] по величине параметра $\eta = D_д\psi/(\beta\, d_к)$. Зависимость степени извлечения от критерия Фурье при различных значениях η представлена на рис. 8.8 и 8.9. Из них следует, что время достижения степени извлечения $A = 0{,}2 \div 0{,}5$ (что соответствует значениям $\eta = 0{,}001 \div 1$) в обычных условиях составляет около 1 мин.



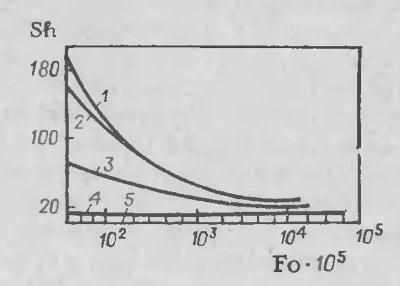


Рис. 8.8. Зависимость степени извлечения (насыщения) A от Fo при соизмеримых фазовых сопротивлениях.
Значения η: *1* — 0; *2* — 0,001; *3* — 0,01; *4* — 0,1; *5* — 1,0.

Рис. 8.9. Зависимость критерия Шервуда Sh от Fo при соизмеримых фазовых сопротивлениях.
Значения η: *1* — 0; *2* — 0,001; *3* — 0,01; *4* — 0,1; *5* — 1.

Приведенные оценки показывают, что время извлечения в отсутствие химической реакции мало по сравнению с обычными для аппаратов с мешалками значениями продолжительности периодических операций, продолжающихся, как правило, больше 30 мин. В связи с этим основным требованием при выборе перемешивающих устройств для аппаратов периодического действия оказывается обеспечение интенсивности перемешивания, необходимой для распределения фаз в объеме. При непрерывном способе проведения процесса среднее время пребывания в аппарате, необходимое для достижения заданной степени извлечения, может превышать соответствующее время периодического извлечения в 5—10 и более раз (см. рис. 7.9) и в связи с этим требования к интенсивности перемешивания повышаются.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками/Пер. с польск. под ред. И. А. Щупляка. Л.: Химия, 1975. 384 с.
2. *Штербачек З., Тауск П.* Перемешивание в химической промышленности/Пер. с чешск. под ред. И. С. Павлушенко. Л.: Госхимиздат, 1963. 416 с.
3. *Павлушенко И. С., Янишевский А. В.* — ЖПХ, 1958, т. 31, № 9, 1348—1359.
4. *Колмогоров А. Н.* — ДАН СССР, 1949, т. 66, с. 825.
5. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 698 с.
6. *Shinnar R., Church J.* — Ind. Eng. Chem., 1960, v. 52, p. 253.
7. *Shinnar R., Church J.* — Ibid., 1961, v. 53, p. 479.
8. *Кремнев Л. Я., Равдель А. А.* — Коллоид. ж., 1954, № 1, с. 16—17.
9. *Sleicher C. A.* — AIChEJ., 1962, v. 8, p. 471.
10. *Питерских Г. П., Валашек Е. Р.* — Хим. пром., 1959, № 1, с. 35.
11. *Колмогоров А. Н.* — ДАН СССР, 1941, т. 32, № 1, с. 19.
12. *Обухов А. М.* — Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1941, т. 5, № 4—5, с. 453.
13. *Франк-Каменецкий Д. А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Изд-во АН СССР, 1967. 492 с.
14. Турбулентное смешение газовых струй/Под ред. Г. Н. Абрамовича. М.: Наука, 1974. 272 с.
15. *Баранаев М. К., Теверовский Е. Н., Трегубова Э. Л.* — ДАН СССР, 1949, т. 66, с. 821.
16. *Соколов В. Н., Доманский И. В.* Газожидкостные реакторы, Л.: Машиностроение, 1976. 216 с.
17. *Sprow F. B.* — AIChEJ, 1967, v. 13, p. 995.
18. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И.* — ТОХТ, 1969, т. 3, № 1, с. 103—109.
19. *Calderbank P. H.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1958, v. 36, p. 443.
20. *Vermeulen T., Williams C. M., Langlois G. E.* — Chem. Eng. Prog., 1955, v. 51, p. 85.
21. *Кафаров В. В., Бабанов Б. Н.* — ЖПХ, 1959, т. 32, р. 789.
22. *Coulaloglou C. A., Tavlarides L. L.* — AIChEJ. 1976, v. 22, № 2, p. 289.
23. *Shinnar R.* — J. Fluid Mech., 1961, v. 10, p. 259.
24. *Brown D. E., Pitt K.* — In.: Proc. Chemica 70. Melbourn — Sydney, 1970, p. 83.
25. *Mlynek Y., Resnick W.* — AICHEJ, 1972, v. 18, p. 122.
26. *Brown D. E., Pitt K.* — Chem Eng. Sci., 1974, v. 29, p. 345.
27. *Трейбал Р.* Жидкостная экстракция. М.: Химия, 1966. 722 с.
28. *Брэдшоу П.* Введение в турбулентность и ее измерение. М.: Мир, 1974. 277 с.
29. *Химмельблау Д.* Анализ процессов статистическими методами. М.: Мир, 1973. 956 с.
30. *Mockel H.-O.* — Chem. Techn., 1980, Bd. 32, № 3, S. 127.
31. *Смирнов Ю. А., Белопольский А. О.* — Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976. 256 с.

32. *Vanderveen J. H., Verneulen T.* — Reprt. VCRL — 8733, Univ. of California, 1960.
33. *Воробьев В. П., Клипиницер В. А., Скворцов В. Г., Кафаров В. В.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976. 256 с.
34. *Каган С. З., Ковалев Ю. Н., Ильин В. И.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973. 318 с.
35. *Павлушенко И. С., Брагинский Л. Н.* — ЖПХ, 1963, т. 36, с. 3122.
36. *Ковалев Ю. Н., Каган С. З.* — ЖПХ, 1966, т. 38, № 7, с. 1513.
37. *Броунштейн Б. И., Железняк А. С.* Физико-химические основы жидкостной экстракции. М.; Л.: Химия, 1966. 318 с.
38. *Кафаров В. В.* Основы массопередачи. М.: Высшая школа, 1979. 439 с.
39. *Lewis W. K.* — Chem. Eng. Sci., 1954, v. 9, № 3, p. 255.
40. *McManamey W. I.* — Chem. Eng. Sci., 1961, v. 16, № 3, p. 251.
41. *Mayers G. R. A.* — Chem. Eng. Sci., 1961, v. 16, № 1, p. 69.
42. *Кафаров В. В.* — ДАН СССР, 1957, т. 117, № 4, с. 668.
43. *Higbi R.* — Trans. AIChE, 1935, v. 35, p. 365.
44. *Данквертс П. В.* Газожидкостные реакции. М.: Химия, 1973. 295 с.
45. *Брагинский Л. Н.* — В кн.: Тезисы докладов научно-технической конференции ЛТИ им. Ленсовета, Л.: Госхимиздат. 1962, с. 106.
46. *Брагинский Л. Н., Павлушенко И. С.* — ЖПХ, 1965, т. 38, № 6, 1290—1295.
47. *Toor H. L., Marchello J. M.* — AIChEJ, 1958, v. 4, p. 97.
48. *Dobbins W. E.* — San. Eng. Divn., Poc. Am. Soc., Civ. Eng., 1964, v. 3, № 4, p. 312.
49. *Schindler H. D., Treybal R. E.* — AIChEJ, 1968, v. 5, № 3, p. 790.
50. *Mor Y. I., Treybal R. E.* — AIChEJ, 1971, v. 17, № 4, p. 916.
51. *Kronig R., Brink I.* — Appl. Sci. Res., 1950, v. A2, p. 142.
52. *Железняк А. С., Броунштейн Б. И.* — ЖПХ, 1963, т. 36, с. 2437—2445.
53. *Кузнецов Ф. А.* Автореф. канд. дисс. Л.: ЛТИ им. Ленсовета, 1961. 22 с.
54. *Броунштейн Б. И., Фишбейн Г. А.* Гидродинамика, массо- и теплообмен в дисперсных системах. Л.: Химия, 1977. 280 с.

Глава 9

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В СИСТЕМЕ ГАЗ — ЖИДКОСТЬ

Целью перемешивания в системах газ—жидкость служит, как правило, интенсификация массообмена. Теория и многолетний практический опыт свидетельствуют о том, что применение для рассматриваемой цели аппаратов емкостного типа, таких как аппараты с мешалками, а не колонных массообменных аппаратов целесообразно в тех случаях, когда требуется поглощение значительных количеств труднорастворимых газов, обычно с последующей химической реакцией между поглощенным газом и веществами, находящимися в растворе. К числу таких процессов относятся, например, процессы окисления, хлорирования и т. д. Весьма распространенную группу составляют также процессы массообмена в трехфазных системах газ—жидкость—твердая фаза, когда поглощаемый жидкостью газообразный реагент взаимодействует с взвешенными в жидкости твердыми частицами. К этой группе относятся некоторые процессы выщелачивания, в которых перевод в раствор извлекаемых из твердой фазы веществ требует их предварительного окисления, карбонизации и т. п., процессы гидрирования на твердых катализаторах, а также

процессы биоокисления при биосинтезе или биологической очистке сточных вод. Во всех этих случаях общая скорость протекания процесса в большей или меньшей степени определяется скоростью перехода в раствор реагента из газовой фазы и выбор интенсивности перемешивания диктуется требованиями к интенсивности массообмена между газом и жидкостью *.

Способы интенсификации массообмена в емкостных аппаратах, размеры и конструкции этих аппаратов весьма разнообразны. Объем наибольших аппаратов для биосинтеза достигает в настоящее время нескольких сотен [1], а объем современных сооружений для биологической очистки сточных вод — многих тысяч кубических метров [2]. Перемешивание в этих аппаратах и сооружениях может осуществляться не только посредством обычных мешалок, но и путем применения барботажных и газлифтных систем [3], специальных перемешивающих устройств всасывающего типа [2, 4], различного рода «эжекционных» устройств [5] и т. д. В литературе высказываются различные мнения о сравнительной эффективности всех этих способов проведения процесса. В настоящее время наиболее распространенным на практике является, однако, применение традиционных аппаратов с мешалками и отражательными перегородками (см. рис. 1.1), снабженных барботером для ввода газа под мешалку.

Настоящая глава посвящена рассмотрению вопросов перемешивания газожидкостных систем именно в таких аппаратах. При этом основное внимание уделяется перемешиванию двухфазных систем газ—жидкость в аппаратах с отражательными перегородками — вопросам определения мощности, газосодержания, площади поверхности контакта фаз и скорости массоотдачи. Кроме того, приводятся некоторые данные о влиянии присутствия твердых частиц в системе. Вопросы массообмена в барботажных и газлифтных аппаратах, а также особенности перемешивания и массообмена в ферментационной аппаратуре и крупномасштабных сооружениях для очистки сточных вод в настоящей книге не рассматриваются, поскольку они подробно освещены в специальной литературе [1—3, 6].

9.1. МОЩНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ В СИСТЕМЕ ГАЗ—ЖИДКОСТЬ

Ввод газа в аппарат и образование в нем газожидкостной смеси приводит к снижению мощности, потребляемой на перемешивание, вследствие уменьшения плотности среды в зоне лопастей мешалки [7—10]. Экспериментальные результаты, отражающие это снижение, предложено [7] обобщать в форме зависимостей

$$N_г/N = f\left(\frac{G_г}{nd_м^3}\right) \tag{9.1.1}$$

* Разумеется, используются и такие методы интенсификации процесса, как повышение давления и температуры, увеличение удельной поверхности твердых частиц и т. д., однако это в большинстве случаев также сопровождается соответствующим повышением требований к скорости массообмена между газом и жидкостью.

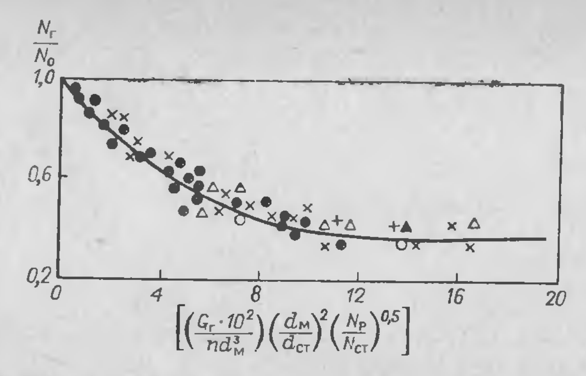


Рис. 9.3. Графическая корреляция для расчета мощности в аппаратах с одно- и многорядными турбинными мешалками [15].

которая приведена на рис. 9.3 и подтверждена экспериментами на аппаратах объемом до 100 м³.

Здесь $d_{м.\,ст} = 0{,}3D$, а величина $N_р/N_{ст}$ определяется из следующих соотношений:

$$\frac{N_р}{N_{ст}} = \frac{N}{3000} \qquad \text{при } \frac{N}{V} = 1000 \div 3000 \text{ Вт/м}^3 \tag{9.1.4а}$$

$$\frac{N_р}{N_{ст}} = 1 \qquad \text{при } \frac{N}{V} \geqslant 3000 \text{ Вт/м}^3 \tag{9.1.4б}$$

9.2. ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ГАЗА, УДЕЛЬНОЕ ГАЗОСОДЕРЖАНИЕ, ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КОНТАКТА ФАЗ И ПЕНООБРАЗОВАНИЕ В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

Структура газожидкостной смеси в аппаратах с мешалками во многом зависит от интенсивности перемешивания, условий ввода газа и его расхода. В случае ввода газа через барботер, расположенный под мешалкой, при низкой интенсивности перемешивания диспергирование газа практически не происходит и наблюдается его подъем в центральной части аппарата в виде крупных пузырей. Начало диспергирования газа и увеличения газосодержания (рис. 9.4) соответствует некоторому минимальному уровню интенсивности перемешивания, который зависит от расхода газа, размеров аппарата и свойств фаз. Как показано в работе [16], при перемешивании турбинной мешалкой в системах водные растворы — воздух рассматриваемый предельный уровень интенсивности перемешивания определяется уравнениями

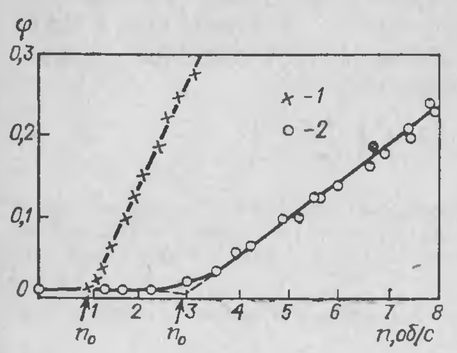


Рис. 9.4. Зависимость газосодержания от частоты вращения мешалки (система водный раствор аминокапролактама — воздух, $w' = 0{,}005$ м/с, $H = D$) [16, 21]:
$1 - d_м = 0{,}3$ м, $D = 0{,}45$ м; $2 - d_м = 0{,}14$ м, $D = 0{,}29$ м.

$$\left(\frac{n_0 d_м^2}{D}\right)(gD)^{1/2} = 0{,}07 \text{ при } D < 1 \text{ м} \tag{9.2.1}$$

$$\left(\frac{\mu n_0 d_м^2}{D\sigma}\right)\left(\frac{\rho\sigma^3}{g\mu^4}\right)^{1/4} = \left(\frac{H - h_м}{D}\right)^{1/2} \qquad \text{при } D > 1 \text{ м} \tag{9.2.2}$$

где n_0 — значение частоты вращения мешалки, (в об/с), соответствующее началу диспергирования, $h_м = H/3$ — высота установки мешалки над дном аппарата, м.

Область применения уравнений (9.2.1) ограничена соотношениями

$$w' \leqslant 0{,}03 \text{ м/с}; \qquad 0{,}1 < (H - h_м)/D < 0{,}6 \tag{9.2.3}$$

Уравнение для определения n_0, полученное в работе [17] *, имеет вид

$$\frac{n_0 d_м}{(\sigma g/\rho)^{1/4}} = A + B\,(D/d_м) \tag{9.2.4}$$

Здесь для турбинных мешалок $A = 1{,}22$ и $B = 1{,}25$; для лопастных мешалок $A = 2{,}25$ и $B = 0{,}6$.

В условиях, когда интенсивность перемешивания в аппарате незначительно превышает порог диспергирования, основная масса подаваемого в аппарат газа диспергируется и в виде мелких пузырьков распределяется в части объема аппарата, расположенной выше плоскости размещения мешалки, а область ниже мешалки не аэрируется. При увеличении частоты вращения устойчивость деления аппарата на аэрируемую и неаэрируемую зоны нарушается, и при превышении некоторого критического значения частоты вращения весь объем аппарата оказывается заполненным газожидкостной смесью. Рассматриваемая критическая величина частоты вращения n' увеличивается с возрастанием расхода газа и высоты расположения мешалки над днищем аппарата (рис. 9.5).

Для турбинных мешалок в работе [18] получено уравнение

$$n' d_м^3 = \frac{0{,}0075\pi D^2 (1 + 4h_м/D)}{0{,}35 + 0{,}65\exp\left[-0{,}138\left(\frac{G_г\cdot 10^2}{nd_м^3}\right)^{1,1}\right]} \tag{9.2.5}$$

Еще одно явление, характерное для перемешивания в аппаратах с отражательными перегородками и оказывающее значительное влияние на интенсивность массообмена в системе газ—жидкость — самопроизвольный захват газа на поверхности перемешиваемой жидкости при частоте вращения выше некоторого значения n_0'. Это явление наблюдается в тех случаях, когда верхний край отражательных перегородок выступает над уровнем перемешиваемой среды. По наблюдениям [16], захват воздуха — следствие захлопывания неболь-

* Отметим, что расчеты по уравнениям, полученным в работах [16] и [17], приводят к значительным расхождениям.

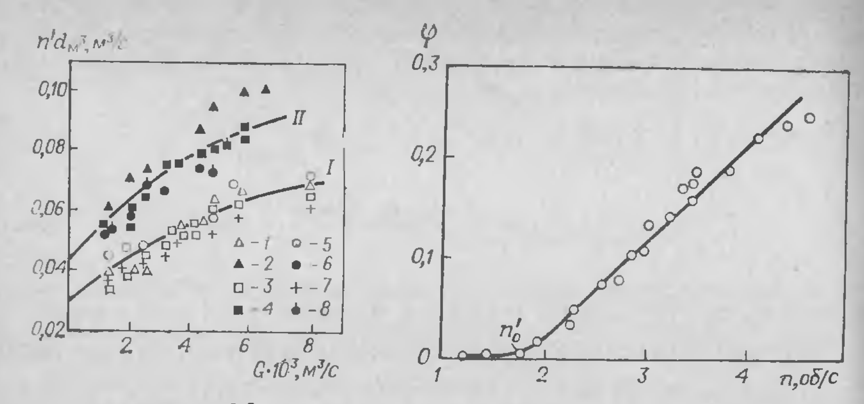


Рис. 9.5. Зависимость $n'd_М^3$ от расхода газа через аппарат.

Сплошные линии — расчет по уравнению (9.2.5); *I* — $h_М/D = 0{,}5$; *II* — $h_М/D = 0{,}25$; значения $d_М$ (в м) *1*, *2*—0,25; *3*, *4*—0,2; *5*, *6*—0,182; *7*, *8*—0,16 м.

Рис. 9.6. Зависимость газосодержания от частоты вращения мешалки при увлечении воздуха с поверхности ($d_М = 0{,}14$ м, $D = 0{,}29$ м) [16].

ших вихревых образований. Для расчета значений n_0', выше которых это явление приводит к увеличению газосодержания φ (рис. 9.6), в работе [16] предложено уравнение

$$\left(\frac{\mu n_0' d_М^2}{D\sigma}\right)\left(\frac{\rho\sigma^3}{g\mu^4}\right)^{1/4} = 2\left(\frac{H - h_М}{D}\right)^{1/2} \quad (9.2.6)$$

Уравнение (9.2.6) получено для турбинных мешалок при $0{,}1 \leqslant (H - h_М)/D \leqslant 0{,}2 + 1{,}75\,(d_М/D)$.

В работе [19] установлено, что величина n_0' зависит также от расстояния между мешалкой и поверхностью жидкости h_n. В результате экспериментов на системе вода—воздух в аппаратах объемом от 4 до 100 м³ с одно- и многорядными турбинными мешалками в этой работе получено соотношение

$$\mathrm{Fr}\,(d_М/h_П) = 0{,}36 \quad (9.2.7)$$

где $\mathrm{Fr} = (n_0')^2 d_М/g$ — критерий Фруда.

Среднее газосодержание газожидкостной смеси. При значениях частоты вращения мешалки $n > n'$ перемешиваемая среда в аппарате представляет собой газожидкостную смесь со средним удельным газосодержанием:

$$\varphi = \frac{H_{гж} - H}{H_{гж}} \quad (9.2.8)$$

где $H_{гж}$ — высота слоя газожидкостной смеси в аппарате, м; H — высота заполнения аппарата жидкостью в отсутствие подачи газа, м.

В реальных условиях величина среднего газосодержания может составлять от 2—3 до 15—20 %; она возрастает с увеличением частоты вращения мешалки или удельной мощности N/V, а при соблюдении условия $G_Г/(nd_М^3) \leqslant [G_Г/(nd_М^3)]_0$ (см. раздел 9.1) — и при

повышении расхода газа. Влияния размеров отверстий барботера на газосодержание в аппаратах крупнолабораторных и промышленных масштабов обычно не наблюдается.

Для расчета среднего газосодержания предложен ряд эмпирических корреляций [14, 17, 20—25], основанных, как правило, на результатах лабораторных исследований. При обработке экспериментальных данных газосодержание чаще всего представляют в виде функции среднего по аппарату значения диссипации энергии при данной частоте вращения и диаметре мешалки

$$\varepsilon_0 = N_Г/(\rho V) \quad (9.2.9)$$

(или удельной мощности $N_Г/V$) и приведенной скорости газа

$$w' = G_Г/(\pi D^2) \quad (9.2.10)$$

Характер зависимости φ от этих параметров можно представить [23—25] следующим образом:

$$\varphi \sim (N_Г/V)^{0{,}47}\,(w')^{0{,}5} \quad (9.2.11)$$

Наряду с удельной мощностью и расходом газа, определенное влияние на величину газосодержания оказывают физические свойства фаз. Уравнение, отражающее это влияние, получено в работе [20]:

$$\varphi = \left(\frac{w'}{w_{вс}}\varphi\right)^{0{,}5} + 0{,}000216\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^{0{,}6}\varepsilon_0^{0{,}4}\left(\frac{w'}{w_{вс}}\right)^{0{,}5} \quad (9.2.12)$$

Здесь $w_{вс}$ — скорость всплывания пузырьков газа, принимаемая в рассматриваемой работе равной 0,265 м/с; σ — поверхностное натяжение, Н/м.

Эксперименты [20] проведены в аппаратах диаметром 0,184 и 0,5 м с турбинными мешалками при значениях удельной мощности от 0,25 до 5 кВт/м³ и приведенной скорости газа от 0,003 до 0,018 м/с.

Уравнение (9.2.12) принято за основу в работах [26, 27] при обобщении данных более высоких расходов газа. Так, например, в работе [27] предложено уравнение

$$\varphi = \left(\frac{w'}{w_{вс}}\varphi\right)^{0{,}5} + 0{,}000216\left(\frac{\rho}{\sigma}\right)^{0{,}6}\varepsilon_0^{0{,}4}\left(\frac{w'}{w_{вс}}\right)^{0{,}5}\left(\frac{N_С}{N_Г}\right)\left(\frac{\rho_Г}{\rho_{Г0}}\right)^{0{,}16} \quad (9.2.13)$$

где $\rho_{Г0}$, $\rho_Г$ — плотность газа при атмосферном и рабочем давлениях, кг/м³; $N_С$ — суммарная мощность, затрачиваемая на перемешивание, Вт.

Суммарная мощность $N_с$ в уравнении (9.2.13) определяется с учетом трех составляющих — мощности $N_Г$, затрачиваемой мешалкой на перемешивание газожидкостной смеси, и мощностей, подводимых с газом за счет его кинетической ($N_К$) и потенциальной ($N_П$) энергии:

$$N_С = N_Г + N_К + N_П \quad (9.2.14)$$

Здесь

$$N_К = G_К\rho w_б^2/2 \quad (9.2.15)$$

$$N_Р = G_Г\rho g H \quad (9.2.16)$$

где $w_б$ — скорость газа на выходе из барботера, м/с.

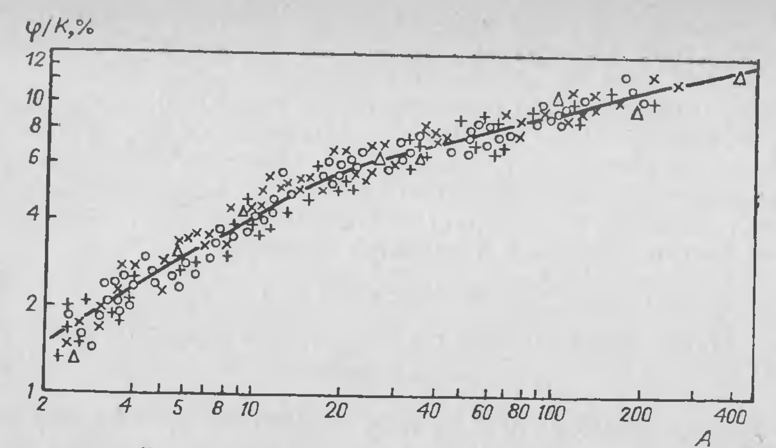


Рис. 9.7. График $\varphi/K = f(A)$ [14].

Мощность, потребляемую при перемешивании газожидкостной смеси, авторы [26, 27] рассчитывали по уравнению

$$N_г = 0{,}706\left(N^2 n d_м^3 / G_г^{0{,}55}\right)^{0{,}45} \qquad (9.2.17)$$

полученному в [8].

Влияние условий перемешивания на газосодержание исследовано также в работе [28] в аппаратах диаметром 0,25 и 0,5 м с турбинными мешалками при вязкости жидкости до 22,4 мПа·с. Приведенная скорость газа в опытах составляла 0,005—0,03 м/с, удельная мощность — от 2,5 до 12 кВт/м³. В результате обработки опытных данных получены уравнения, отражающие влияние расхода газа, удельной мощности и вязкости среды:

1) при $\mu = 0{,}001 \div 0{,}0025$ Па·с.

$$\varphi = 0{,}33\,(w'/w_{вс})^{0{,}55}\,(N_г/V)^{0{,}17(w'/w_{вс})^{-0{,}3}} \qquad (9.2\ 18)$$

2) при $\mu = 0{,}0025 \div 0{,}0224$ Па·с

$$\varphi = 0{,}43\,(w'/w_{вс})^{0{,}55}\,(N_г/V)^{0{,}17(w'/w_{вс})^{-0{,}3}}\left(\frac{\mu}{\mu_в}\right)^{-0{,}2} \qquad (9.2.19)$$

где $N_г/V$ — удельная мощность, кВт/м³.

Наряду с уравнениями вида $\varphi = f(\varepsilon_0, w')$, предложен ряд корреляций, связывающих газосодержание непосредственно с характеристиками мешалки — ее диаметром и частотой вращения. Наиболее полной на этих корреляций является обобщенная графическая зависимость (рис. 9.7), полученная в работе [14]:

$$\varphi = Kf(A) \qquad (9.2.20)$$

Здесь

$$K = 10^{0{,}0063\left(1 - \frac{\mu}{\mu_в}\right)} \qquad (9.2.21)$$

$$A = \left(\frac{H}{D}\right)^{0{,}4}\left(\frac{G_г}{n d_м^3}\,We\right)^{0{,}67\sqrt{Fr}} \qquad (9.2.22)$$

$We = n^2 d_м \rho/\sigma$ — число Вебера; $\mu_в$ — вязкость воды при 293 К, Па·с.

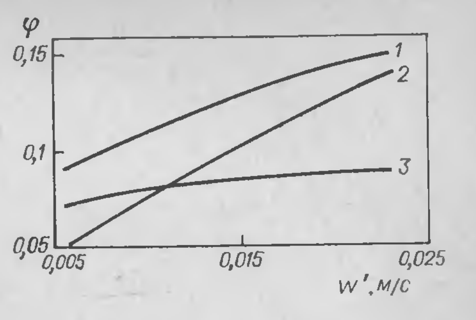


Рис. 9.8. Зависимость газосодержания от приведенной скорости газа в аппарате объемом 10 м³ ($D = 2{,}2$ м, $d_м = 1$ м, $N_г/V = 5$ кВт/м³).

Кривые соответствуют уравнениям: 1 — (9.2.18); 2 — (9.2.12); 3 — (9.2.20).

Сопоставление значений газосодержания, рассчитанных по уравнениям (9.2.12), (9.2.18) и (9.2.20) применительно к аппарату объемом 10 м³, дано на рис. 9.8.

Приведенные выше уравнения получены на основании экспериментов с чистыми жидкостями. При диспергировании газа в растворах электролитов газосодержание оказывается обычно существенно выше (может достигать 40 % [29]). Наличие в аппарате взвешенных твердых частиц приводит к некоторому снижению газосодержания. Для учета этого снижения в уравнения (9.2.18) и (9.2.19) вводится множитель $\exp\left(-1{,}22\frac{x}{1-x}\right)$, в котором x — массовая доля твердой фазы в суспензии, кг/кг [28].

Размеры пузырьков и площадь поверхности контакта фаз. По существующим представлениям [27, 30] механизм дробления пузырьков газа в турбулентном потоке в основном аналогичен механизму дробления капель, подробно рассмотренному в разделе 8.1. Дробление рассматривается как результат действия разности динамических напоров, деформирующих пузырек. При этом разность напоров должна превышать капиллярное давление, препятствующее деформации. В [30] на основании предположения, что разность динамических напоров возникает как результат движения газа под действием турбулентных пульсаций скорости жидкости, получено уравнение для диаметра наибольших пузырьков, устойчивых в турбулентном потоке. Используя это уравнение и полагая (см. раздел 8.2), что, во-первых, максимальное значение пульсационной скорости $v'_{макс}$ равно $3v'_d$ и что, во-вторых, локальное значение диссипации энергии в зоне мешалки $\varepsilon_0^л \approx 75\varepsilon_0$ [31], получаем для размера пузырей $d_п$:

$$d_п \approx 0{,}155\left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{0{,}6}\left(\frac{\rho}{\rho_г}\right)^{0{,}2}\varepsilon_0^{-0{,}4} \qquad (9.2.23)$$

Уравнение (9.2.23) в целом верно отражает характер влияния интенсивности перемешивания на размеры пузырьков. По порядку величины расчетные значения $d_п$ (1,5—2 мм при удельной мощности около 1 кВт/м³) приближаются к вычисленным по эмпирическому уравнению

$$\frac{d_п}{d_м} = (2{,}5\varphi + 0{,}75)\left(\frac{Re_ц^2}{We_ц}\right)^{-3/4}\left(\frac{\mu}{\sqrt{D\sigma\rho}}\right)^{1/2}\left(\frac{\mu_г}{\mu}\right)^{-3/4} \qquad (9.2.24)$$

(где $\mu_г$, μ — вязкость газа и жидкости, Па·с)

полученному в работе [32] в результате измерений вблизи лопастей мешалки. В то же время в основной части объема пузырьки оказы-

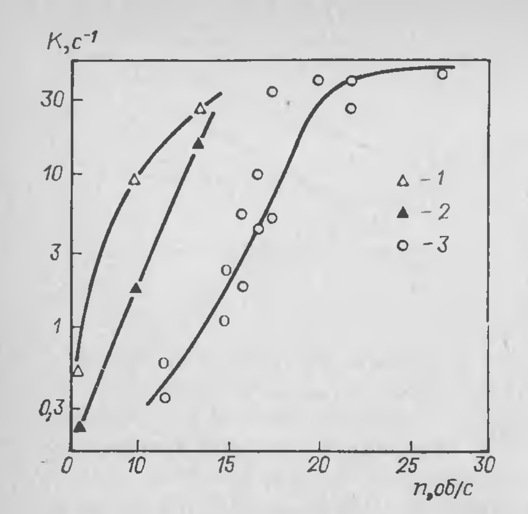


Рис. 9.9. Зависимость частоты коалесценции пузырьков от частоты вращения турбинной мешалки ($d_М = 0,076$ м, $D = 0,19$ м, $H = 0,4$ м) [34].

Значения w' (в м/с): *1* — 0,01; *2* — 0,03; *3* — 0,047.

ваются значительно крупнее. По данным [20], при перемешивании турбинной мешалкой в системе вода—воздух среднее по аппарату значение «саутеровского» диаметра пузырьков * может быть рассчитано по уравнению

$$d_п^c = 4,15\,(\sigma/\rho)^{0,6}\,\varepsilon_0^{-0,4}\varphi^{0,5} + 0,0009 \qquad (9.2.25)$$

При высоких расходах газа $w' \geqslant 0,018$ м/с, т. е. в условиях, когда энергия потока газа сопоставима с энергией механического перемешивания, авторы [27] рекомендуют использовать уравнение (9.2.25) в видоизмененной форме:

$$d_п^c = 4,15\,(\sigma/\rho)^{0,6}\,\varepsilon_0^{-0,4}\,(N_г/N_c)\,(\rho_{г0}/\rho_г)^{0,16}\,\varphi^{0,5} + 0,0009 \qquad (9.2.26)$$

Расчеты по уравнениям (9.2.25) и (9.2.26) показывают, что средний диаметр пузырьков в основной части объема аппарата составляет 5—6 мм, т. е. в 2—4 раза больше, чем в зоне мешалки. Естественным объяснением этого различия может служить влияние коалесценции пузырьков [33]. Экспериментальное измерение частоты коалесценции пузырьков в аппарате с мешалкой было проведено в работе [34]. Из результатов этих измерений следует (рис. 9.9), что средняя частота коалесценции пузырьков составляет 6—10 $с^{-1}$; она значительно выше частоты коалесценции капель при перемешивании взаимно нерастворимых жидкостей (раздел 8.2). В водных растворах электролитов и спиртов, т. е. при снижении частоты коалесценции [33], размеры пузырьков существенно уменьшаются. Применительно к системам газ—водные растворы электролитов в работе [20] получено уравнение

$$d_п^c = 2,25\,(\sigma/\rho)^{0,6}\,\varepsilon_0^{-0,4}\varphi^{0,4}\,(\mu_г/\mu) \qquad (9.2.27)$$

а для водноспиртовых растворов

$$d_п^c = 1,9\,(\sigma/\rho)^{0,6}\,\varepsilon_0^{-0,4}\varphi^{0,65}\,(\mu_г/\mu)^{0,25} \qquad (9.2.28)$$

Различие между размерами пузырьков в разных точках объема приводит [35] к тому, что величина удельной поверхности контакта фаз в разных частях аппарата существенно различается (рис. 9.10).

---

* См. уравнение (8.2.14).

Рис. 9.10. Изменение удельной поверхности контакта фаз по радиусу аппарата ($D = 0,13$ м, $d_М = 0,045$ м).

Кривая	w', м/с	n, об/с	Литература
1	0,0147	19,2	[35]
2	0,0128	25	[35]
3	0,017	17,7	[35]
4	0,016	15	[35]
5	0,0229	6,65	[20]

Для расчета осредненного по объему значения удельной поверхности контакта $F_{уд}$ при $w' \leqslant 0,018$ м/с в работе [20] получена зависимость

$$F_{уд} = 1,44\,(\rho/\sigma)^{0,6}\,\varepsilon_0^{0,4}\,(w'/w_{вс})^{0,5} \qquad (9.2.29)$$

Для более высоких значений приведенной скорости газа в работе [35] предложено выражение

$$F_{уд} = 1,44\,(\rho/\sigma)^{0,6}\varepsilon_0^{0,4}\,(w'/w_{вс})^{0,5}\,(N_c/N_г)\,(\rho_г/\rho_{г0})^{0,16} \qquad (9.2.30)$$

Пенообразование в аппаратах с мешалками. Диспергирование газа в жидкостях, содержащих поверхностно-активные вещества (например, при биосинтезе), обычно сопровождается обильным пенообразованием. В этих условиях пузырьки газа, всплывающие в перемешиваемой жидкости, переходят в слой пены, а затем по мере ее разрушения — в газовую подушку. Высота слоя пены может быть значительной, и в ряде случаев требуется увеличение высоты аппарата и применение специальных пеногасящих устройств или добавок, подавляющих пенообразование. Приближенный анализ процесса пенообразования в аппаратах с мешалками был выполнен в работе [36] на основе предположения, что слой пены распределен равномерно по сечению аппарата.

Увеличение объема слоя пены за промежуток времени $d\tau$ можно представить как разность объема газа, переходящего в пену, и объема пены, подвергшегося разрушению:

$$dV_п = dV_г - dV_п^р \qquad (9.2.31)$$

При достаточно интенсивном перемешивании ($n > n_0$) в пену переходит весь газ, подаваемый в аппарат. Если в соответствии с экспериментальными данными [36] принять объем пены, разрушающийся в единицу времени, пропорциональным ее общему объему:

$$\frac{dV_п^р}{d\tau} = -kV_п \qquad (9.2.32)$$

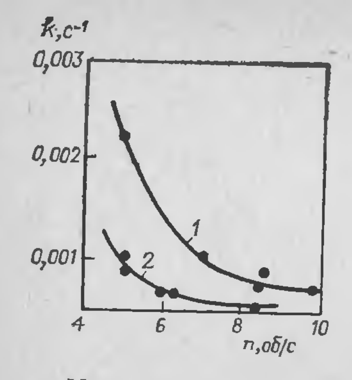


Рис. 9.11. Зависимость константы скорости разрушения пены от частоты вращения мешалки [36]:
1 — сульфитный щелок, 1 %; 2 — олеат натрия, 0,1 %.

то для единицы площади поперечного сечения аппарата можно записать уравнение (9.2.31) в виде

$$\frac{dh_п}{d\tau} = w' - kh_п \qquad (9.2.33)$$

где $h_п$ — высота слоя пены в момент τ, м; k — константа скорости разрушения пены, $с^{-1}$.

Интегрирование этого уравнения при условии $\tau=0$, $h_п=0$ дает:

$$h_п = \frac{w'}{k}\left(1 - e^{-k\tau}\right) \qquad (9.2.34)$$

Отсюда предельная высота пены при установившемся режиме работы аппарата:

$$H_п = \lim_{\tau\to\infty} h_п = w'/k \qquad (9.2.35)$$

Величина константы скорости разрушения k характеризует устойчивость пены и зависит от физической природы жидкости и газа, концентрации и свойств поверхностно-активных веществ. При постоянных свойствах фаз она снижается с уменьшением размеров пузырьков, т. е. с увеличением удельной мощности (рис. 9.11). Экспериментальное определение k может проводиться путем измерения скорости разрушения пены после прекращения подачи газа по уравнению

$$k = \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \ln \frac{h_{п1}}{h_{п2}} \qquad (9.2.36)$$

9.3. МАССОПЕРЕДАЧА ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ В СИСТЕМЕ ГАЗ—ЖИДКОСТЬ

Как уже отмечалось во вводной части настоящей главы, перемешивание используют для интенсификации массообмена между газом и жидкостью в тех случаях, когда растворимость газа невелика. Оценки, приведенные в [37], показывают, что в этих условиях скорость массоотдачи со стороны газовой фазы обычно не является лимитирующей — при значениях $Sh \approx 25 \div 30$ коэффициент массоотдачи в газовой фазе составляет величину порядка 0,04 м/с, тогда как значение коэффициента массоотдачи в жидкой фазе при интенсивном перемешивании не превышает 0,001 м/с. В связи с этим при изучении и расчете массообмена в системе газ—жидкость основное внимание обычно уделяется вопросу массоотдачи со стороны жидкой фазы.

Измерения массоотдачи в жидкой фазе, описанные в литературе, немногочисленны [25, 38, 40]. Значения коэффициентов массоотдачи, полученные в этих работах, близки по порядку величины к коэффициентам массоотдачи в системах жидкость—жидкость, т. е. составляют [39] $(2\div4)\cdot10^{-4}$ м/с. Для их расчета в работе [25] предложено уравнение

$$\frac{\beta d_п}{D_c} = 0{,}33\left(\frac{\rho n d_м d_п}{\mu}\right)^{0{,}6} Sc^{0{,}5} \qquad (9.3.1)$$

где $Sc = \mu/(\rho D_c)$ — критерий Шмидта; D_c — коэффициент молекулярной диффузии в сплошной фазе, м²/с.

Наиболее часто скорость массообмена при диспергировании газа в жидкости описывают уравнением

$$\frac{dq}{d\tau} = \beta_{об}(c_{равн} - c) \qquad (9.3.2)$$

где q — количество поглощенного газообразного компонента, кг/м³; τ — время, с; $c_{равн}$, c — равновесная концентрация поглощаемого компонента и его средняя концентрация в растворе, кг/м³; $\beta_{об} = \beta F_{уд}$ — объемный коэффициент массоотдачи, $с^{-1}$; $F_{уд}$ — удельная поверхность контакта фаз, 1/м.

В течение длительного времени обычным способом изучения зависимости скорости массообмена между газом и жидкостью от интенсивности перемешивания служит использование реакции окисления сульфита натрия в разбавленном водном растворе кислородом воздуха в присутствии катализатора — $CuSO_4$ или $CoSO_4$. Первые работы, выполненные с применением этого метода, показали [40], что скорость поглощения кислорода зависит от удельной мощности и приведенной скорости газа. В частности, для случая перемешивания турбинной мешалкой в этой и последующих [37] работах получены соотношения вида

$$\beta_{об} \sim \left(\frac{N_г}{V}\right)^{\alpha_1} (w')^{\alpha_2} \qquad (9.3.3)$$

Значения показателя степени α_1, измеренные различными авторами, составляют от 0,43 до 0,95, значения α_2 — от 0,4 до 0,84. Столь значительные расхождения объясняются тем, что с увеличением интенсивности перемешивания влияние величины удельной мощности на скорость массопередачи ослабевает (рис. 9.12). В частности, по данным при $w' = 0{,}016$ м/с [39]

$$\beta_{об} = 0{,}06\,(N_г/V)^{0{,}81}; \qquad N_г/V < 8 \div 10 \text{ кВт/м}^3 \qquad (9.3.4)$$

$$\beta_{об} = 0{,}153\,(N_г/V)^{0{,}39}; \qquad N_г/V > 8 \div 10 \text{ кВт/м}^3 \qquad (9.3.5)$$

В соответствии с данными [41], при высоких значениях w' величина удельной мощности должна определяться с учетом энергии потока газа.

Необходимо отметить, что эксперименты с поглощением кислорода воздуха раствором сульфита натрия приводят к значительному завышению объемных коэффициентов массопередачи по сравнению с измеряемыми при физической абсорбции. Причиной ускорения адсорбции является, наряду с ускоряющим влиянием быстрой реакции,

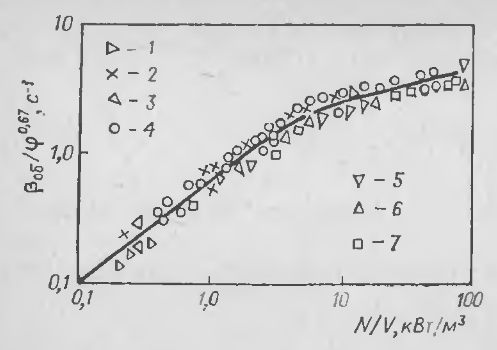


Рис. 9.12. Зависимость объемного коэффициента массоотдачи от суммарной мощности, вводимой мешалкой и потоком газа [41].

Значения w' (в м/с): *1* — 0,0034, *2* — 0,0085, *3* — 0,017, *4* — 0,034, *5* — 0,068, *6* — 0,102, *7* — 0,136.

обнаруживаемое в экспериментах значительное увеличение газосодержания и удельной поверхности контакта фаз, вызванное присутствием в растворе электролита. В настоящее время нет единого мнения о том, сохраняется ли пропорциональность между объемными коэффициентами массопередачи при окислении сульфита натрия и физической абсорбции кислорода водой в достаточно широком диапазоне условий перемешивания. Всесторонняя экспериментальная проверка, проведенная в работах [39, 42], показала, что при одинаковых значениях удельного газосодержания φ отношение значений $\beta_{об}$, измеренных при окислении сульфита и физической абсорбции кислорода, равно приблизительно 3; значения $\beta_{об}$, измеренные в случаях физической абсорбции и десорбции кислорода при различных условиях перемешивания, практически совпадают [42].

Зависимость $\beta_{об}$ при физической абсорбции от условий перемешивания и свойств среды [42] имеет вид

$$\beta_{об} = 3805\,(N_г/V)^{0,44}\,\varphi^{0,67} D_c^{0,5} \mu^{-0,15} \tag{9.3.6}$$

Заметим, что в уравнении (9.3.6), так же как и в работе [41], объемный коэффициент массопередачи представлен в виде функции удельной мощности и величины удельного газосодержания φ. В работе [43] этот подход обобщен на случай массопередачи в системе газ—жидкость—твердая фаза. Как следует из результатов работы [43], присутствие в системе твердых частиц приводит к снижению объемных коэффициентов массопередачи в 1,2—1,7 раз. Уравнение, полученное в этой работе при окислении сульфита натрия:

$$\beta_{об} = 0,72\left(\frac{N_г}{V}\right)^{0,44}\varphi^{0,67}\left[1 - 89\left(\frac{x}{1-x}\right)^{0,55}\rho_ч^{-0,9} d_ч^{-0,27}\right] \tag{9.3.7}$$

где x — массовая концентрация твердых частиц в суспензии, кг/м³; $\rho_ч$ — плотность частиц, кг/м³; $d_ч$ — средний диаметр частиц, м; $N_г/V$ — удельная мощность, кВт/м³.

На рис. 9.13 приведены результаты измерений объемного коэффициента массоотдачи при окислении сульфита натрия кислородом воздуха (катализатор — $CuSO_4$), выполненных авторами в аппаратах объемом 20—250 дм³ с турбинными, лопастными, листовыми и закрытыми турбинными мешалками [44]. Диаметр мешалок составлял 75—100 мм, число мешалок на валу — от 1 до 4, приведенная скорость газа — до 0,05 м/с. На том же рисунке представлены данные

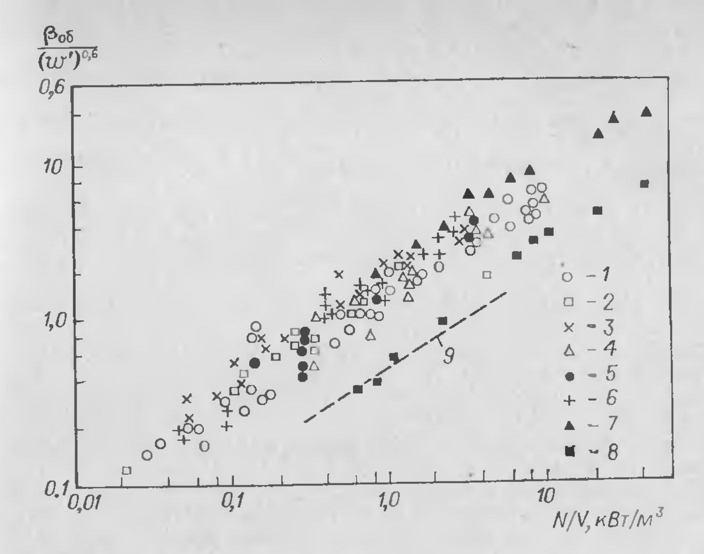


Рис. 9.13. Зависимость объемного коэффициента массоотдачи от удельной мощности (N — мощность, потребляемая в отсутствие подачи газа).

Точки	Тип мешалки	Объем аппарата, м³	Условия измерений
1	Турбинная	0,02—0,25	Окисление сульфита натрия (точки 1—7)
2	»	0,2	
3	Закрытая турбинная	0,02—0,25	
4	Листовая	0,05	
5	Лопастная	0,02—0,05	
6	Импеллерная	0,02—0,05	
7	Трехлопастная [45]	0,01—0,005	
8	»	0,01—0,005	Физическая абсорбция в системе воздух — сульфат натрия
9	Расчет по уравнениям	(9.2.25), (9.3.1)	

[45], полученные в условиях окисления сульфита натрия и при физической абсорбции кислорода. Кроме того, на рис. 9.13 нанесена штриховая линия, соответствующая результатам расчета объемного коэффициента массопередачи с использованием уравнения для диаметра пузырьков (9.2.25) и «истинного» коэффициента массоотдачи (9.3.1). Как следует из рис. 9.13, результаты расчета удовлетворительно коррелируются с данными [45] по физической абсорбции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кафаров В. В., Винаров А. Ю., Гордеев Л. С.* Моделирование биохимических реакторов. М.: Лесная промышленность, 1979. 430 с.
2. Моделирование аэрационных сооружений для очистки сточных вод/*Брагинский Л. Н., Евилевич М. А., Бегачев В. И., Гордеев Л. С., Барабаш В. М., Маньковский О. Н.* Л.: Химия, 1980. 144 с.
3. *Соколов В. Н., Доманский И. В.* Газожидкостные реакторы. Л.: Машиностроение, 1976. 216 с.

4. *Клипинщер В. А., Кафаров В. В., Беляков Н. Г.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 107—110.
5. *Бойко В. И., Фирстов В. А. и др.* Теория и практика перемешивання в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 138—141.
6. *Федосеев К. Г.* Процессы и оборудование микробиологического синтеза. Л.: Химия, 1978. 302 с.
7. *Касаткин А. Г., Кафаров В. В., Панфилов М. Н.* — Труды МХТИ им. Менделеева, 1957, вып. 24, с. 413—418.
8. *Michel B. J., Miller S. A.* — AIChEJ, 1962, v. 8, № 3, p. 262—267.
9. *Karwat H.* — Chem. Ind. Techn., 1959, Bd. 31, № 4, S. 588—564.
10. *Van't Riet K., Smith J. M.* — Chem. Eng. Sci., 1973, v. 28, № 5, p. 1031—1034.
11. *Bruijn W., Van't Rict K., Johu M., Smith J. M.* — Trans. Inst. Chem. Engrs, 1974, v. 52, № 1, p. 52—58.
12. *Литманс Б. А., Кукуреченко И. С., Туманов Ю. В.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973. 314 с.
13. *Calderbank P. H., Moo-Joung M. B.* — Trans. Inst. Chem. Engrs, 1961, v. 16 № 1, p. 39—45.
14. *Сойфер Р. Д., Кафаров В. В.* — Хим. и нефт. машиностр., 1967, № 3, с. 16—18.
15. *Смирнов Р. С., Фалков Н. Н., Былинкина Е. С., Плановский А. Н.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 81.
16. *Van Dierendonck L. L., Fortuit J. M. H., Vanderboss D.* — In.: Proc. Fourth European Symp. On The Chem. Reaction Engng. Brussel, 1968, p. 205—211.
17. *Wasterterp K. R., Van Dierendonck L. L. De Draa J. A.* — Chem. Eng. Sci., 1963, v. 18, № 1, p. 157—162.
18. *Барабаш В. М., Кокотов Ю. В.* — Указатель ВИНИТИ «Деп. рукописи», 1979, № 9 (95), с. 82—83.
19. *Смирнов Р. С., Фалков Н. Н., Былинкина Е. С.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 83.
20. *Calderbank P. H., Moo-Joung M. B.* — Trans. Inst. Chem. Engrs., 1958, v. 36, № 5, p. 443—448.
21. *Foust H. C., Mack D. E., Rushton J. H.* — Ind. Eng. Chem., 1944, v. 36, № 5, p. 517—525.
22. *Van de Vusse S. G.* — Chem. Ing. Techn., 1959, Bd. 31, № 4, p. 539—542.
23. *Rushton J. H., Gallagher J. B., Oldshoe J. J.* — Chem. Eng. Progr., 1956, v. 52, № 2, p. 319—326.
24. *Gallagher J. B., Resnick W.* — Ind. Eng. Chem. Fundam., 1966, v. 5, № 1, p. 15—21.
25. *Joshida F., Miura J.* — Ind. Eng. Chem., Proc. Des. Dev., 1963, v. 2, № 6, p. 263—266.
26. *Miller D. N.* — AIChEJ, 1974, v. 20, № 3, p. 448—453.
27. *Shidhar T., Potter O. E.* — Ing. Eng. Chem. Fundam., 1980, v. 19, № 1, p. 21—36.
28. *Бальцежак С. В., Соломаха Г. П.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 86
29. *Фалков Н. Н.* Автореф. канд. дисс. М.: МИХМ, 1973. 22 с.
30. *Левич В. Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 799 с.
31. *Mockel H. O.* — Chem. Techn., 1980, Bd. 32, № 3, S. 127—129.
32. *Vermeulen T.* — Chem. Eng. Progr., 1955, v. 51, № 1, p. 85—95.
33. *Benton D. P., Elton G. A. H.* — Discuss. Faraday Soc., 1960, v. 30, p. 68.
34. *Reith T.* Physical Aspects of Bubble Dispersions in Liquids. Univ. of Delft, Holland, 1968, p. 102.
35. *Sridhar T., Potter O. E.* — Chem. Eng. Sci., 1979, v. 35, № 4, p. 683—695.
36. *Брагинский Л. Н., Павлушенко И. С.* — ЖПХ, 1969, т. 42, № 10, с. 2260—2265
37. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
38. *Calderbank P. H.* — Trans Inst. Chem. Eng., 1959, v. 37, № 2, p. 131—137, № 4, p. 173—185.
39. *Литманс Б. А., Кукуреченко Н. С., Туманов Ю. В.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 137—140.

40. *Cooper C. M., Fernstrom G. A., Miller S. A.* — Ind. Eng. Chem., 1944, v. 36, № 6, p. 504—514.
41. *Яковлев Н. А., Соломаха Г. П.* Теория и практика перемешивания в жидких средах. 1976, НИИТЭхим, М.: с. 123—126.
42. *Ефимов Б. Л., Соломаха Г. П.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 131—137.
43. *Бальцежак С. В., Соломаха Г. П.* — Там же, М.: НИИТЭхим, 1982, с. 95—96.
44. *Павлушенко И. С., Брагинский Л. Н., Брылов В. Н.* — ЖПХ, 1961, т. 34, № 5, с. 805—809.
45. *Литманс Б. А., Кукуреченко И. С., Бойко И. Д., Туманов Ю. В.* — ТОХТ, 1972, т. 6, № 5, с. 821—826.

Глава 10

ГИДРОДИНАМИКА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ПРИ ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ

В разделе 2.1 было показано, что турбулентный режим течения перемешиваемой среды в аппаратах с мешалками соответствует значениям критерия Рейнольдса $\mathrm{Re} = v_{\text{ср}}R/\nu \geqslant 1500$, где $v_{\text{ср}}$ — среднее значение окружной скорости среды, R — радиус аппарата. При более низких значениях Re закон изменения касательных напряжений на стенках аппарата соответствует ламинарному режиму [1] и течение основной массы жидкости является ламинарным *. В то же время режим обтекания лопастей мешалки остается турбулентным в весьма широком диапазоне значений $\mathrm{Re}_{\text{л}} = [\omega_0 r_0 - v(r_0)]\, h_{\text{л}}/\nu$ [3]. Такие условия, когда трение на стенке является ламинарным, а обтекание мешалки — турбулентным, следует, по-видимому, считать переходной областью перемешивания. В настоящей главе рассматриваются условия, при которых ламинарное течение имеет место во всем объеме аппарата, в том числе и вблизи лопастей, что соответствует значениям $\mathrm{Re}_{\text{л}} \leqslant 30 \div 80$ [3, 4].

Практика перемешивания показала, что приемлемая интенсивность перемешивания высоковязких сред может быть обеспечена обычно только при использовании таких конструкций мешалок, которые способны создавать интенсивную осевую (меридиональную) циркуляцию жидкости по всей высоте аппарата. Этому требованию в наибольшей мере соответствуют шнековые и ленточные мешалки ** (см. рис. 1.6), поэтому дальнейшее изложение посвящается главным образом мешалкам этих типов. Основным фактором, определяющим картину ламинарного течения, является вязкое взаимодействие слоев жидкости. Закономерности вязкого взаимодействия относятся к числу хорошо изученных, а отсутствие нелинейных инерционных членов

---

* Приведенное критическое значение Re соответствует значениям $\mathrm{Re}_{\text{п}} = 800 \div 2000$ [2].

** В тех случаях, когда требование высокой интенсивности перемешивания отсутствует, применяются также рамные, а при интенсификации теплообмена — скребковые мешалки. Некоторые вопросы их расчета также рассматриваются в настоящей главе.

в уравнении движения приводит к его значительному упрощению. Эти обстоятельства делают возможной строгую постановку и теоретическое решение большого числа задач применительно к разнообразным случаям ламинарного течения [1].

Применение такого подхода к гидродинамическому расчету аппаратов с мешалками связано, однако, с серьезными трудностями. Дело в том, что поток в аппаратах с мешалками характеризуется существенной трехмерностью, а перемешиваемые среды чаще всего представляют собой дисперсии и растворы высокомолекулярных соединений и характер их реологического поведения при ламинарном режиме оказывает определяющее влияние на формирование поля скоростей. Современный уровень изученности вязкостных свойств таких систем не позволяет теоретически определять их изменение в зависимости от условий течения.

Рассмотренные особенности затрудняют применение точных решений уравнений движения, и в связи с этим основой гидродинамического расчета аппаратов с мешалками при ламинарном режиме, как и при турбулентном, служит использование более или менее упрощенных моделей. При этом, в отличие от турбулентного режима, точность определения вязкостных свойств среды оказывается важнейшим фактором, влияющим на надежность проектных решений.

10.1. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ (ВЯЗКОСТНЫЕ) СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Вязкостные свойства газов и низкомолекулярных жидкостей описываются уравнением Ньютона:

$$\tau = \mu\dot{\gamma} \tag{10.1.1}$$

где τ — касательное напряжение, Па; μ — динамическая вязкость, Па·с; $\dot{\gamma}$ — скорость сдвига, $с^{-1}$.

Величина μ в уравнении (10.1.1) является характеристикой интенсивности обмена импульсом в направлении, нормальном к направлению течения, за счет межмолекулярного взаимодействия. Для идеальных газов величина динамической вязкости зависит от кинетической энергии молекул и может быть вычислена на основе молекулярно-кинетической теории. Аналогичная теория капельных жидкостей пока не разработана, и в связи с этим величина вязкости определяется эмпирически как

$$\mu = \tau/\dot{\gamma} \tag{10.1.2}$$

Применительно к широкому классу жидкостей, называемых ньютоновскими, динамическая вязкость μ является физической константой, отражающей свойства жидкости. Существуют, однако, жидкие среды (так называемые неньютоновские жидкости), вязкость которых зависит не только от их физических свойств, но и от условий течения, т. е. от величины скорости сдвига. Вязкость таких сред, определяемую по уравнению (10.1.2), обычно называют эквивалентной или эффективной вязкостью, в дальнейшем изложении она обозначается символом $\mu_э$.

Реологические модели неньютоновских жидкостей. Реологическими моделями жидкостей называют теоретические или эмпирические выражения, описывающие взаимосвязь между скоростью сдвига при течении жидкости и возникающими в ней напряжениями. С этой точки зрения неньютоновские жидкости подразделяются [5—8] на три основные группы: 1) среды, для которых скорость сдвига является функцией величины напряжения сдвига и не зависит от времени действия напряжения; 2) среды, для которых связь между напряжением и скоростью сдвига зависит от времени действия напряжения и 3) вязкоупругие жидкости.

Жидкие системы, относящиеся к первой из перечисленных групп, в свою очередь, подразделяются на бингамовские, псевдопластичные и дилатантные жидкости. Особенность бингамовских жидкостей заключается в том, что их течение начинается только при воздействии некоторого минимального напряжения сдвига. Реологическое поведение этих сред описывается уравнением Шведова—Бингама:

$$\tau = \tau_0 + \eta\dot{\gamma} \tag{10.1.3}$$

где τ_0 — предельное напряжение сдвига, Па; η — пластическая вязкость, Па·с.

Псевдопластичные и дилатантные жидкости проявляют текучесть при любых отличных от нуля касательных напряжениях. В инженерных приложениях поведение этих жидкостей наиболее часто описывают степенным законом

$$\tau = K\dot{\gamma}^m \tag{10.1.4}$$

где K — консистентность, Па·$с^m$; m — индекс поведения.

Эффективная вязкость таких «степенных» жидкостей:

$$\mu_э = K\dot{\gamma}^{m-1} \tag{10.1.5}$$

В отличие от уравнения Шведова—Бингама, выражение (10.1.4) не имеет строгой физической основы и его применение нередко подвергается критике [5, 7]. Оно является, однако, весьма удобной формой аппроксимации кривых течения для широкого класса различных по своей природе сред.

С формальной точки зрения уравнение (10.1.1) может рассматриваться как частный случай степенного закона. Действительно, при $m = 1$

$$\tau = K\dot{\gamma}$$

что идентично уравнению (10.1.1) при $K = \mu$.

При $m < 1$ эквивалентная вязкость уменьшается с увеличением скорости сдвига. Такие жидкости называют псевдопластичными.

Среды, для которых $m > 1$, образуют класс дилатантных жидкостей. При их течении увеличение скорости сдвига приводит к повышению эквивалентной вязкости.

Жидкости, вязкостные свойства которых зависят от продолжительности действия напряжений, делят [7] на два класса — тиксотропные и реопектичные. По характеру зависимости эффективной

вязкости от скорости сдвига эти жидкости аналогичны соответственно псевдопластичным и дилатантным. Их отличительная особенность состоит в том, что, например, при течении тиксотропной жидкости снижение вязкости с увеличением скорости сдвига происходит не сразу, а с некоторым запаздыванием *.

Среды третьей из перечисленных выше групп проявляют одновременно свойства, характерные как для твердых тел (упругость), так и для жидкостей (текучесть).

Исследования реологических характеристик жидкостей проводятся при течении жидкостей в условиях, допускающих строгое теоретическое решение уравнения движения. Это так называемые вискозиметрические случаи течения — течение в прямой трубе с большим отношением длины к диаметру (капиллярный вискозиметр), течение между двумя коаксиальными цилиндрами, один из которых вращается (ротационный вискозиметр), обтекание падающего шара и др. Типы вискозиметров, в которых реализуются такие случаи течения, весьма разнообразны; они подробно описаны в специальной литературе [5—8].

Здесь представляется целесообразным рассмотреть случаи движения жидкости в капилляре и в зазоре между коаксиальными цилиндрами, так как первый из них наиболее часто применяется в реологических измерениях, а течение во втором иногда используется [9] как аналог течения жидкости в аппарате с мешалкой.

Течение в капилляре. Рассмотрим цилиндрический элемент жидкости радиусом r и длиной h в трубе радиуса R. Условием равномерного движения этого элемента является равновесие силы, создаваемой разностью давлений $\Delta p = p_1 - p_2$, и силы трения:

$$2\pi r h \tau = \pi r^2 \Delta p \tag{10.1.6}$$

Отсюда касательное напряжение

$$\tau = r\,\Delta p/(2h) \tag{10.1.7}$$

Выразим τ в соответствии с уравнением (10.1.4) как **

$$\tau = K\left(\frac{dw}{dr}\right)^m \tag{10.1.8}$$

где w — скорость, м/с.

Из сопоставления (10.1.7) и (10.1.8) имеем:

$$\frac{dw}{dr} = \left(\frac{\Delta p}{2Kh}\right)^{1/m} r^{1/m} \tag{10.1.9}$$

* Для предотвращения перегрузок приводов аппаратов, предназначенных для перемешивания тиксотропных сред, расчет ведется с использованием реологических констант для «нулевого» момента времени, т. е. применительно к максимальной вязкости.

** Скорость сдвига при прямолинейном течении равна градиенту скорости.

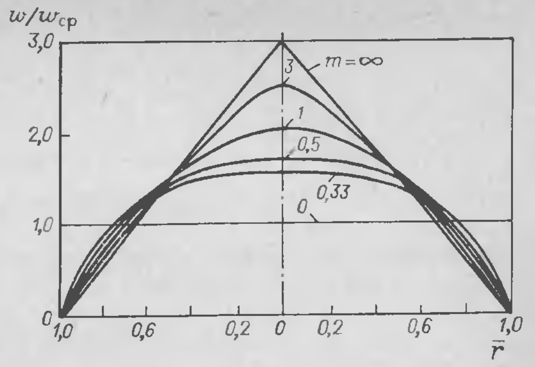


Рис. 10.1. Профили скорости степенных жидкостей в круглой трубе при разных значениях m.

Далее, интегрируя это выражение при граничном условии

$$w = 0 \quad \text{при } r = R \tag{10.1.10}$$

получим выражения для скорости

$$w(r) = \frac{m}{1+m}\left(\frac{\Delta p}{2Kh}\right)^{1/m}\left(R^{1+(1/m)} - r^{1+(1/m)}\right) \tag{10.1.11}$$

и объемного расхода жидкости

$$q = 2\pi\int_0^R wr\,dr = \frac{m}{1+3m}\pi R^3\left(\frac{\Delta pR}{2Kh}\right)^{1/m} \tag{10.1.12}$$

Отсюда

$$w_{ср} = \frac{q}{\pi R^2} = \frac{m}{1+3m}\left(\frac{\Delta p}{2Kh}\right)^{1/m} R^{1+(1/m)} \tag{10.1.13}$$

и из сопоставления с (10.1.11)

$$\frac{w(r)}{w_{ср}} = \frac{1+3m}{1+m}\left(1 - \bar r^{1+(1/m)}\right) \tag{10.1.14}$$

где $\bar r = r/R$.

Применительно к ньютоновской жидкости, т. е. при $m = 1$ и $K = \mu$, выражение (10.1.12) превращается в известное уравнение Гагена—Пуазейля:

$$q = \frac{\Delta p}{8\mu h}\pi R^4 \tag{10.1.15}$$

Характер зависимости профиля скорости в трубе от индекса неньютоновского поведения m, соответствующий этому уравнению, иллюстрируется рис. 10.1.

Уравнение (10.1.12) позволяет определить значения реологических констант K и m жидкости на основании измеренных значений q и Δp при известных R и h — радиусе и длине капилляра. Для удобства обработки это уравнение обычно преобразовывают. Из (10.1.9) следует, что скорость сдвига на стенке:

$$\left(\frac{dw}{dr}\right)_R = \dot\gamma_{ст} = \left(\frac{\Delta pR}{2Kh}\right)^{1/m} \tag{10.1.16}$$

Сопоставляя (10.1.16) с (10.1.12), выразим $\dot{\gamma}_{ст}$ через расход q:

$$\dot{\gamma}_{ст} = \frac{1+3m}{4m}\left(\frac{4q}{\pi R^3}\right) = \frac{1+3m}{4m} W_к \qquad (10.1.17)$$

Далее, выражая касательное напряжение на стенке по (10.1.7) как

$$\tau_{ст} = \Delta p R/(2h) = P_к \qquad (10.1.18)$$

и подставляя полученные выражения для $\dot{\gamma}_{ст}$ и $\tau_{ст}$ в уравнение степенного закона (10.1.4), имеем:

$$P_к = \left(\frac{1+3m}{4m}\right)^m K W_к^m \qquad (10.1.19)$$

Соотношение (10.1.19) обычно используется для нахождения значений K и m по экспериментальным графикам $\lg P_к = f\ (\lg\ W_к)$. Величины $P_к$ и $W_к$ называют обычно консистентными переменными [5].

Течение в зазоре между коаксиальными цилиндрами. Рассмотрим движение элементарного объема жидкости, имеющего форму полого цилиндра радиусом r, высотой h и толщиной dr, в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами, один из которых вращается. Условием равномерного вращательного движения этого элементарного объема служит равенство

$$\frac{dM_{кр}}{dr} = 2\pi h \frac{d}{dr}\left[\tau(r) r^2\right] = 0 \qquad (10.1.20)$$

которое выражает принцип сохранения момента. Поскольку это условие выполняется и на границе вращающегося цилиндра, к которому приложен крутящий момент $M_{кр}$, имеем

$$\tau(r) = M_{кр}/(2\pi h r^2) \qquad (10.1.21)$$

Скорость сдвига в случае вращательного движения определяется [5] как

$$\dot{\gamma}(r) = r\frac{d\omega(r)}{dr} \qquad (10.1.22)$$

где $\omega(r)$ — угловая скорость жидкости на радиусе r, рад/с.

Подставляя выражения $\dot{\gamma}$ и τ в равенство (10.1.4), имеем:

$$\frac{d\omega(r)}{dr} = -\left(\frac{M_{кр}}{2\pi K h}\right)^{1/m} \frac{1}{r^{1+(2/m)}} \qquad (10.1.23)$$

Для случая вращения внутреннего цилиндра:

$$\left.\begin{array}{ll} \omega = \omega_в & \text{при } r = R_в \\ \omega = 0 & \text{при } r = R_н \end{array}\right\} \qquad (10.1.24)$$

Здесь $\omega_в$ — угловая скорость внутреннего цилиндра, рад/с; $R_в$ — радиус внутреннего цилиндра, м; $R_н$ — радиус наружного цилиндра, м.

Интегрирование выражения (10.1.23) при этих граничных условиях дает:

$$\omega_в = \frac{m}{2}\left(\frac{M_{кр}}{2\pi K h R_в^2}\right)^{1/m}\left(1 - \overline{R}_в^{2/m}\right) \qquad (10.1.25)$$

где $\overline{R}_в = R_в/R_н$.

Выражая отношение $M_{кр}/(2\pi K h)$ в (10.1.23) из (10.1.25) и подставляя полученное выражение $d\omega(r)/dr$ в (10.1.22), найдем скорость сдвига на стенке внутреннего цилиндра ($r = R_в$):

$$\dot{\gamma}_в = \frac{2}{m}\frac{\omega_в}{1 - \overline{R}_в^{2/m}} \qquad (10.1.26)$$

Вводя консистентные переменные

$$P_р = \tau_в = M_{кр}/\left(2\pi h R_в^2\right) \qquad (10.1.27)$$

$$W_р = 2\omega_в \frac{1}{1 - \overline{R}_в^2} \qquad (10.1.28)$$

преобразуем уравнение (10.1.25) к виду

$$P_р = K\left(\frac{1}{m}\frac{1-\overline{R}_в^2}{1-\overline{R}_в^{2/m}}\right)^m W_р^m \qquad (10.1.29)$$

удобному для нахождения значений m и K.

10.2. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Основой гидродинамического расчета аппаратов с мешалками при ламинарном режиме, так же как и при турбулентном (гл. 2), служит приближенное описание поля скоростей перемешиваемой среды на основе учета сил и моментов гидравлического сопротивления на границах поток—мешалка и поток—корпус аппарата [4, 10—16]. В связи с этим, прежде чем перейти к рассмотрению гидродинамических задач перемешивания, целесообразно остановиться на методах расчета гидравлического сопротивления при течении высоковязких и неньютоновских сред.

В аппаратах с мешалками обычно реализуются четыре случая течения: 1) окружное течение при наличии гидравлического сопротивления на цилиндрической стенке аппарата; 2) осевое течение в трубе; 3) осевое течение в кольцевом канале, 4) обтекание тел окружным потоком.

В первом случае закономерности гидравлического сопротивления характеризуются уравнениями (10.1.4) и (10.1.20). Второй случай рассмотрен в предыдущем разделе на примере течения в капилляре. Остановимся на двух оставшихся случаях течения.

Осевое течение в кольцевом канале. Рассмотрим равновесие элементарного объема жидкости высотой h, ограниченного цилиндрическими поверхностями радиуса r и $r + dr$, при наличии разности

давлений в осевом направлении Δp. К торцевой поверхности этого элемента приложено осевое усилие $2\pi r\, \Delta p\, dr$, которое уравновешивается силами вязкого трения на цилиндрических поверхностях r и $r + dr$ таким образом, что

$$\Delta pr\, dr - hrd\,[\tau(r)] - h\tau(r)\, dr = 0 \qquad (10.2.1)$$

Общее решение этого уравнения:

$$\tau(r) = \frac{\Delta p}{2h}\left(r + \frac{C_1}{r}\right) \qquad (10.2.2)$$

Раскрывая выражение $\tau(r)$ для ньютоновской жидкости по (10.1.1), имеем:

$$\frac{dw(r)}{dr} = \frac{\Delta p}{2\mu h}\left(r + \frac{C_1}{r}\right) \qquad (10.2.3)$$

$$w = \int dw(r) = \frac{\Delta P}{2\mu h}\left(\frac{r^2}{2} + C_1 \ln r + C_2\right) \qquad (10.2.4)$$

Определяя значения постоянных C_1 и C_2 с учетом условий на границах

$$w(r) = 0 \qquad \text{при } r = r_{\text{в}} \qquad \text{и} \qquad r = r_{\text{н}} \qquad (10.2.5)$$

найдем значения осевой скорости

$$w(r) = \frac{\Delta p}{4\mu h}\left(r_{\text{в}}^2 - r^2 + \frac{r_{\text{н}}^2 - r_{\text{в}}^2}{\ln(r_{\text{н}}/r_{\text{в}})} \ln\frac{r}{r_{\text{в}}}\right) \qquad (10.2.6)$$

и объемного расхода жидкости

$$q = 2\pi \int_{r_{\text{в}}}^{r_{\text{н}}} rw(r)\, dr = \frac{\pi \Delta p}{8\mu h}\left[r_{\text{н}}^4 - r_{\text{в}}^4 - \frac{(r_{\text{н}}^2 - r_{\text{в}}^2)^2}{\ln(r_{\text{н}}/r_{\text{в}})}\right] \qquad (10.2.7)$$

Решение аналогичной задачи для случая течения «степенной» жидкости получено в работе [17]. Постоянная интегрирования C_1 уравнения (10.2.2) определена при этом из условия, что на некотором радиусе r_m осевая скорость принимает максимальное значение, производная $(dw/dr)_{r_m}$ обращается в нуль, и следовательно, $\tau = 0$ и $C_1 = -r_m^2$. В этом случае выражение (10.2.2) может быть представлено как

$$\tau = \frac{\Delta p}{2h}\left(r - \frac{r_m^2}{r}\right) \qquad (10.2.8)$$

Совместное решение уравнений (10.1.8) и (10.2.8) приводит к следующим уравнениям радиального распределения осевой скорости:

$$w(r) = \left(\frac{\Delta p}{2hK}\right)^{1/m} \int_{r_{\text{в}}}^{r} \left(\frac{r_m^2}{r} - r\right)^{1/m} dr \qquad \text{при } r_{\text{в}} \leqslant r \leqslant r_m \qquad (10.2.9\text{а})$$

$$w(r) = \left(\frac{\Delta p}{2hK}\right)^{1/m} \int_{r}^{r_{\text{н}}} \left(r - \frac{r_m^2}{r}\right)^{1/m} dr \qquad \text{при } r_m \leqslant r \leqslant r_{\text{н}} \qquad (10.2.9\text{б})$$

Значение радиуса максимума скорости r_m находят путем численного интегрирования уравнения

$$\int_{r_{\text{в}}}^{r_m} \left(\frac{r_m^2}{r} - r\right)^{1/m} dr = \int_{r_m}^{r_{\text{н}}} \left(r - \frac{r_m^2}{r}\right)^{1/m} dr \qquad (10.2.10)$$

отражающего условие сопряжения двух частей профиля скорости, описываемых уравнениями (10.2.9а) и (10.2.9б). Результаты расчетов по этому уравнению представлены на рис. 10.2, где $X = r_{\text{в}}/r_{\text{н}}$, $Y = r_m/r_{\text{н}}$. Расход жидкости через кольцевой канал определяется в результате интегрирования уравнений профиля скорости (10.2.9):

$$q = 2\pi \int_{r_{\text{в}}}^{r_{\text{н}}} w(r)\, r\, dr = \pi r_{\text{н}}^3 \left(\frac{\Delta p r_{\text{н}}}{2hK}\right)^{1/m} \Omega \qquad (10.2.11)$$

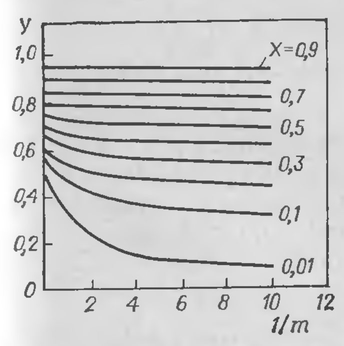
Здесь

$$\Omega = \int_X^1 \left| Y^2 - \left(\frac{r}{r_{\text{н}}}\right)^2 \right|^{1+(1/m)} \left(\frac{r_{\text{н}}}{r}\right)^{1/m} d\left(\frac{r}{r_{\text{н}}}\right) \qquad (10.2.12)$$

Решение уравнения (10.2.12) выполняется численно. Результаты расчетов представлены на рис. 10.3 в координатах $\Theta - X$, где $\Theta = \Omega/\{(1 - X)^{2+(1/m)}/[2 + (1/m)]\}$. Значения Θ при $X = 0$ рассчитаны по уравнению (10.1.12) для случая течения в круглой трубе.

Обтекание тела ламинарным потоком. Применительно к ламинарному обтеканию для ряда случаев получены точные аналитические или численные решения уравнения движения [1]. Тем не менее, в расчетной практике для определения гидравлического сопротивления обычно используется уравнение

$$\Delta p = \zeta \frac{\rho u^2}{2} \qquad (10.2.13)$$



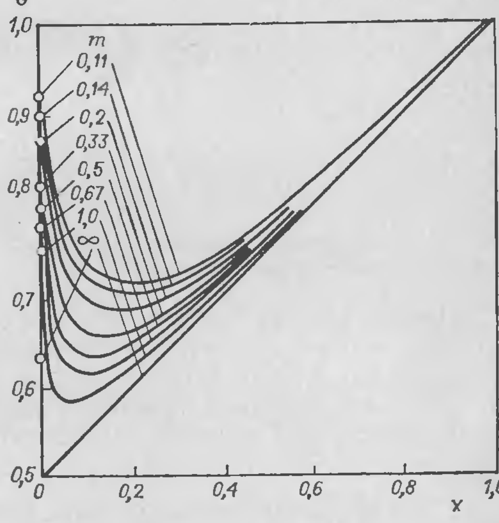


Рис. 10.2. Зависимость радиуса максимума осевой скорости в кольцевом канале от индекса m и отношения X.

Рис. 10.3. Зависимость Θ от индекса m и отношения X.

которое включает интегральную характеристику ζ — коэффициент гидравлического сопротивления. В отличие от турбулентного режима обтекания, величина коэффициента гидравлического сопротивления тел в ламинарном потоке зависит от критерия Рейнольдса:

$$\zeta = \lambda/\mathrm{Re} \tag{10.2.14}$$

где $\mathrm{Re} = \rho u l/\mu$ — критерий Рейнольдса; u — скорость обтекания тела, м/с; l — характерный размер тела, м.

В качестве характерного размера l обычно используется минимальный размер лобового сечения (проекции тела на плоскость, перпендикулярную к направлению движения тела или обтекающего потока). В случаях, когда возможно точное решение уравнения движения, коэффициент λ рассчитывается аналитически, однако для большинства тел (пластины, диски, цилиндры) его величина определяется опытным путем.

В конструкциях мешалок чаще всего встречаются пластины, расположенные в меридиональной плоскости аппарата и различающиеся соотношениями поперечных размеров. Иногда плоские элементы устанавливаются под углом к направлению вращения мешалки (см. рис. 1.6). Встречаются также цилиндрические элементы (траверсы ленточных мешалок) или элементы с сечением в форме эллипса, большая полуось которого расположена поперек потока (лопасти эмалированных мешалок). Для этих элементов, как и для большинства тел плохо обтекаемой формы, коэффициент λ слабо зависит от их конфигурации в плоскости, параллельной направлению обтекания *, и закономерности их гидравлического сопротивления можно рассмотреть на примере плоской пластины, обтекаемой в лобовом направлении окружным потоком.

Момент сил гидравлического сопротивления, приложенный к пластине высотой h при обтекании ее окружным потоком, выражается как

$$M = h\int_{r_\text{в}}^{r_0} p(r) r\, dr \tag{10.2.15}$$

где $r_\text{в}$, r_0 — радиусы внутренней и наружной кромок пластины, м; $p(r)$ — давление на пластину на радиусе r, Па.

Прежде чем перейти к определению вида функции $p(r)$, заметим, что для мешалок характерны две различных схемы размещения конструктивных элементов (рис. 10.4) — периферийная и центральная [15] **. Периферийные элементы расположены на значительном удалении от оси. Они характеризуются геометрическими соотношениями

* Коэффициенты сопротивления шара, удлиненного сфероида, плоского диска и цилиндра, обтекаемых плоскопараллельным потоком, близки по величине [18].
** Далее индексами «п» и «ц» обозначаются соответственно характеристики периферийных и центральных элементов (пластин).

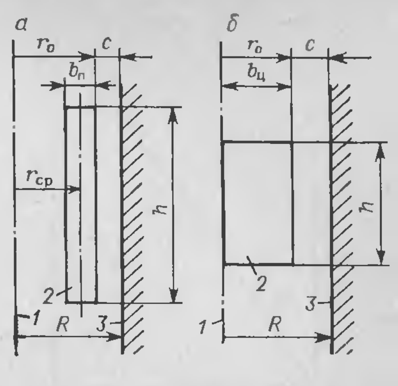


Рис. 10.4. Схема размещения элементов конструкции мешалок в потоке:
а — периферийная; *б* — центральная;
1 — ось вращения; *2* — пластина; *3* — стенка.

$(r_0 - r_\text{в})/r_0 = b_\text{п}/r_0 \ll 1$ и $h/b_\text{п} \gg 1$, и это позволяет рассматривать их обтекание как плоское и в первом приближении положить [12]

$$p(r) = p(r_\text{ср}) \tag{10.2.16}$$

Отсюда момент, приложенный к периферийной пластине:

$$M_\text{п} = h b_\text{п} r_\text{ср} p(r_\text{ср}) \tag{10.2.17}$$

Здесь $r_\text{ср} = r_0 - (b_\text{п}/2)$ — радиус размещения оси пластины, м; $b_\text{п}$ — ширина проекции периферийной пластины на меридиональную плоскость, м; $p(r_\text{ср})$ — давление на радиусе $r_\text{ср}$, Па.

Определяя $p(r_\text{ср})$ по уравнениям (10.2.13) и (10.2.14) и используя в качестве характерного размера в выражении критерия Рейнольдса ширину пластины $b_\text{п}$, найдем:

$$M_\text{п} = \frac{\lambda_\text{п}}{2}\mu h r_\text{ср} u_\text{ср} \tag{10.2.18}$$

где $u_\text{ср} = u(r_\text{ср})$ — скорость обтекания пластины, м/с.

Для центральных элементов (т. е. элементов, для которых $r_\text{в}/r_0 <$ $< 0{,}5$) необходимо учитывать изменение давления по радиусу. Результаты измерений [14, 15] показывают (рис. 10.5), что характер изменения давления может быть с достаточным приближением опи- сан линейным соотношением

$$p(r) = p(r_0)\frac{r}{r_0} \tag{10.2.19}$$

Здесь $p(r_0)$ — давление на внешней кромке пластины, выражаемое урав- нением

$$p(r_0) = \zeta_\text{ц}\frac{\rho u^2(r_0)}{2} = \frac{\lambda_\text{ц}}{\mathrm{Re}}\,\frac{\rho u^2(r_0)}{2} \tag{10.2.20}$$

где $u(r_0)$ — скорость обтекания внешней кромки пластины, м/с.

Определяя критерий Рейнольдса как

$$\mathrm{Re} = \rho u(r_0) r_0/\mu \tag{10.2.21}$$

в результате интегрирования (10.2.15) получаем уравнение момента приложенного к центральным пластинам:

$$M_\text{ц} = \frac{\lambda_\text{ц}}{6} h\left[1 - \left(\frac{r_\text{в}}{r_0}\right)^3\right] r_0 \mu u(r_0) \tag{10.2.22}$$

Основные данные о коэффициентах $\lambda_\text{п}$ и $\lambda_\text{ц}$ для периферийных центральных пластин были получены [12, 14, 15] на эксперименталь

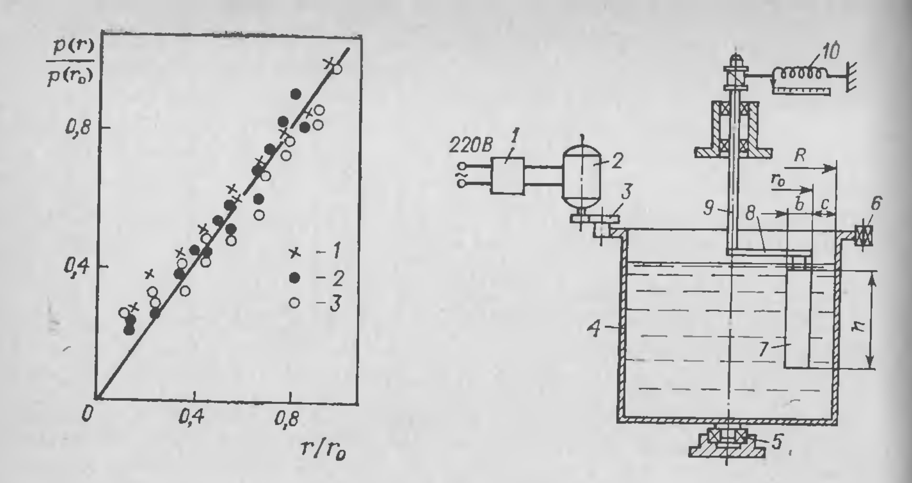


Рис. 10.5. Распределение давления по радиусу центральной пластины при $h/b_ц > 2$. Значения $c/b_ц$: 1 — 0,6; 2 — 0,2; 3 — 0,11.

Рис. 10.6. Схема установки для измерения сопротивления пластин:
1 — автотрансформатор; 2 — электродвигатель; 3 — редуктор; 4 — вращающийся сосуд; 5 — упорный подшипник; 6 — радиальный подшипник; 7 — пластина; 8 — телескопический координатник; 9 — вал; 10 — пружинный динамометр.

ной установке * (рис. 10.6). Зависимость коэффициента сопротивления периферийных пластин $\lambda_п$ от величины зазора $c = R - r_0$ при $h > 1{,}5 b_п$ показана на рис. 10.7. Для пластин, установленных под углом к потоку, значение $b_п$ определяется как

$$b_п = b_0 \cos\alpha \qquad (10.2.23)$$

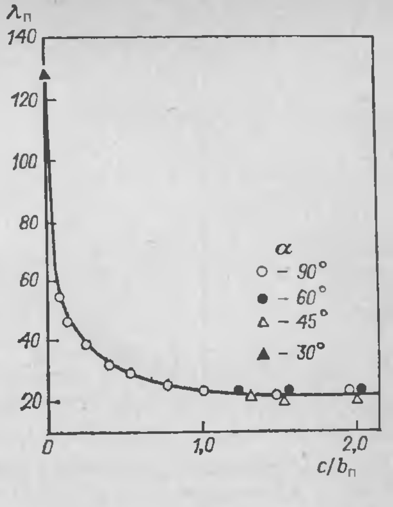
где b_0 — ширина пластины, м; α — угол между плоскостью пластины и радиусом, проходящим через ее переднюю кромку.

Зависимость коэффициента сопротивления центральных пластин $\lambda_ц$ от относительной величины зазора между внешней кромкой пластины и стенкой ($c/b_ц$) и соотношения размеров пластины (h/r_0) приведена на рис. 10.8.

Применительно к обтеканию пластин неньютоновскими жидкостями величина μ в уравнениях момента сопротивления (10.2.18) и (10.2.22) должна быть заменена величиной эффективной вязкости $\mu_э$. В соответствии с (10.1.5) для ее нахождения необходимо определить эффективную скорость сдвига при обтекании. Расчет эффективной скорости сдвига основывается [15] на использовании значений коэффициентов сопротивления элементов конструкции $\lambda_ц$ и $\lambda_п$.

* При измерении коэффициента сопротивления скребков [19] во вращение приводили шарнирно закрепленную пластину, угол расположения которой к направлению вращения составлял 30°. В соответствии с результатами измерений, степень шероховатости стенки не оказывает заметного влияния на величину момента сопротивления.

Рис. 10.7. Зависимость коэффициента $\lambda_п$ для периферийных пластин от $c/b_п$ и угла атаки α при $h/b_п > 1{,}5$ ($\lambda_п = 130$ для $c/b_п = 0$) [4, 12, 19].



Рассмотрим обтекание двух тел с характерным размером l и с коэффициентами сопротивления λ_0 и λ при обтекании их неньютоновской жидкостью со скоростью u. Согласно уравнениям (10.2.13) и (10.2.14), отношение давлений на эти тела можно выразить как

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\lambda\mu_э u}{2l}\right) \Big/ \left(\frac{\lambda_0\mu_{э0} u}{2l}\right) \qquad (10.2.24)$$

Введем понятие эффективного касательного напряжения $\tau_э$, соответствующего эффективной вязкости $\mu_э$:

$$p/p_0 = \tau_э/\tau_{э0} \qquad (10.2.25)$$

Тогда из (10.2.24)

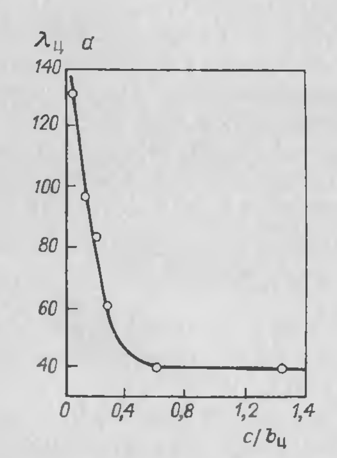
$$\frac{\tau_э}{\tau_{э0}} = \frac{\lambda}{\lambda_0}\frac{\mu_э}{\mu_{э0}} \qquad (10.2.26)$$

Далее, учитывая, что

$$\tau_э = \mu_э\dot{\gamma}_э; \; \tau_{э0} = \mu_{э0}\dot{\gamma}_{э0} \qquad (10.2.27)$$

представим соотношение (10.2.26) в следующей форме:

$$\dot{\gamma}_э/\lambda = \dot{\gamma}_{э0}/\lambda_0 \qquad (10.2.28)$$



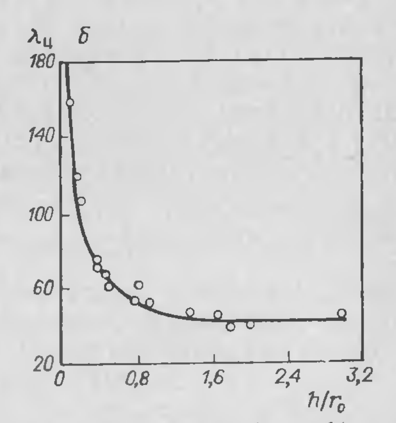


Рис. 10.8. Зависимость коэффициента $\lambda_ц$ для центральных пластин от $c/b_ц$ при $h/r_0 > 1{,}5$ (а) и от h/r_0 при $c/b_ц > 0{,}5$ (б) [14, 15].

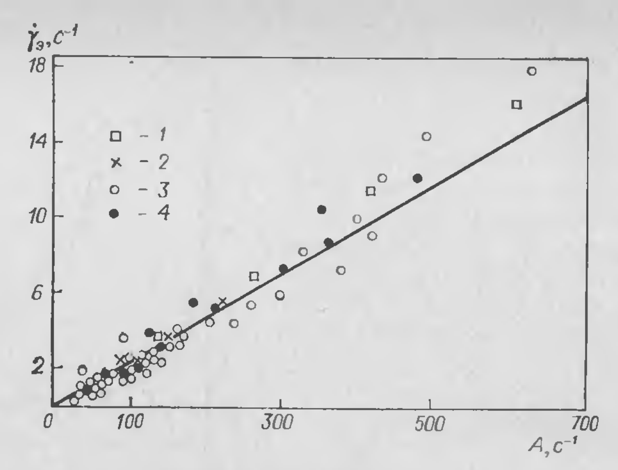


Рис. 10.9. Зависимость эффективной скорости сдвига $\gamma_э$ от условий обтекания пластин (для центральных пластин $A = \lambda_ц u/r_0$, для периферийных пластин $A = \lambda_п u/b_п$)

Точки	Характеристики пластин			Точки	Характеристики пластин		
	b, м	c/b	b/r₀		b, м	c/b	b/r₀
1	0,01	0,4	0,07	3	0,034	0,07—1,2	0.24—0.34
2	0,026	0,385	0,185	4	0,087	0,1—0,3	1,0

Выразив величину $\dot\gamma_{э0}$ как отношение скорости обтекания u к некоторому характерному линейному размеру l_0, получим:

$$\dot\gamma_э = \frac{1}{l_0\lambda_0} u\lambda \qquad (10.2.29)$$

Таким образом, эффективное значение скорости сдвига прямо пропорционально произведению скорости обтекания пластины на коэффициент ее сопротивления. Этот же результат следует из данных, полученных [15] при измерении гидравлического сопротивления пластин, обтекаемых неньютоновской жидкостью. На рис. 10.9 эти данные приведены в виде графика $\dot\gamma_э = f(\lambda u/b)$. По измеренному в опытах крутящему моменту рассчитывалась величина эффективной вязкости с помощью уравнений, следующих из (10.2.18) и (10.2.22)

$$\mu_э = 2M_п/(\lambda_ц h r_{ср} u_{ср}) \qquad (10.2.30)$$

$$\mu_э = 6M_ц/[\lambda_ц h b_ц u(r_0)] \text{ при } r_в = 0 \qquad (10.2.31)$$

а затем по результатам вискозиметрических измерений для каждого найденного таким образом значения вязкости определялась соответствующая ему величина скорости сдвига.

Из сопоставления данных, представленных на рис. 10.9, и выражения (10.2.29) следует, что для центральных элементов при $u = u(r_0)$

$$(l_0\ \lambda_0)_ц = 42r_0 \qquad (10.2.30)$$

а для периферийных элементов при $u = u(r_{ср})$

$$(l_0\lambda_0)_п = 42b_п \qquad (10.2.31$$

где r_0 — радиус внешней кромки центральной пластины*, м; $b_п$ — ширина периферийной пластины, м:

С учетом этих соотношений выражения эффективной скорости сдвига удобно представить в следующей форме:

$$\dot\gamma_{э.ц} = \frac{\lambda}{\lambda_0}\frac{u(r_0)}{r_0}; \qquad \dot\gamma_{э.п} = \frac{\lambda_п}{\lambda_0}\frac{u(r_{ср})}{b_п} \qquad (10.2.32$$

где $\lambda_0 = 42$; $r_{ср} = r_0 - (b_п/2)$; $u(r_0)$, $u(r_{ср})$ — разность окружных скоросте мешалки и жидкости на радиусе r_0 и $r_0 - (b_п/2)$, м/с.

Полученные выражения (10.2.32) в сочетании с уравнением эффек тивной вязкости (10.1.5) и графиками для определения $\lambda_п$ и λ (рис. 10.7 и 10.8) позволяют проводить расчет эффективной вязкости и характеристик гидравлического сопротивления элементов конст рукции мешалок при их обтекании неньютоновскими жидкостями

10.3. МОЩНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ ВЫСОКОВЯЗКИХ И НЕНЬЮТОНОВСКИХ СРЕД

Метод расчета мощности при ламинарном режиме перемешивани основывается на определении моментов гидравлического сопротивле ния при обтекании центральных и периферийных конструктивны элементов мешалок (см. раздел 10.2) потоком перемешиваемой сред [4, 10, 14, 15].

Очевидно, что крутящий момент, приложенный к мешалке, раве сумме моментов гидравлического сопротивления, приложенных пр обтекании всех элементов ее конструкции. При малых значения критерия Рейнольдса, возмущения, возникающие при обтекании тел затухают на незначительном расстоянии **. Благодаря этому обте кание отдельных конструктивных элементов можно рассматриват как независимое:

$$M_{кр} = \sum_{i=1}^{z_ц} M_{цi} + \sum_{k=1}^{z_п} M_{пk} \qquad (10.3.$$

где $M_{цi}$, $M_{пk}$ — моменты гидравлического сопротивления, приложенные, соот ветственно, к i-му центральному и k-му периферийному элементам, Дж; $z_ц$, $z_п$ — число центральных и периферийных элементов.

В соответствии с уравнением (10.2.22) сумма моментов, прило женных к центральным элементам конструкции мешалки, может быт выражена как

$$\sum_{i=1}^{z_ц} M_{цi} = \sum_{i=1}^{z_ц} \frac{1}{6}\lambda_{цi}\mu h_i r_{0i}\left[1 - \left(\frac{r_в}{r_{0i}}\right)^3\right] u(r_{0i}) \qquad (10.3.2$$

* Радиус r_0 и ширина $b_ц$ центральной пластины близки по величине.
** Например, при обтекании шара спутное течение охватывает слои жидкост на расстоянии не более его диаметра [1].

Здесь $r_в$ — радиус вала, м; $u(r_{0i})$ — разность окружных скоростей i-го центрального элемента мешалки и среды на радиусе r_{0i}:

$$u(r_{0i}) = \omega_0 r_{0i} - v(r_{0i}) \qquad (10.3.3)$$

где ω_0 — угловая скорость мешалки, рад/с.

Аналогично для периферийных элементов конструкции мешалки по уравнению (10.2.18):

$$\sum_{k=1}^{z_п} M_{пk} = \sum_{k=1}^{z_п} \frac{1}{2} \lambda_{пk} \mu h_k r_{срk} u(r_{ср\,k}) \qquad (10.3.4)$$

Здесь $u(r_{ср\,k})$ — разность окружных скоростей k-го периферийного элемента и среды на радиусе $r_{ср\,k}$, м/с:

$$u(r_{ср\,k}) = \omega_0 r_{ср\,k} - v(r_{ср\,k}) \qquad (10.3.5)$$

$r_{ср\,k}$ — радиус размещения оси симметрии k-го периферийного элемента (см. рис 10.4), м:

$$r_{ср\,k} = r_{0k} - (b_k/2) \qquad (10.3.6)$$

где b_k, r_{0k} — ширина k-го периферийного элемента и радиус размещения его внешней кромки, м.

Таким образом, в соответствии с (10.3.1), суммарный крутящий момент, приложенный к мешалке:

$$M_{кр} = \sum_{i=1}^{z_ц} \frac{1}{6} \lambda_{цi} \mu h_i r_{0i} \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_{0i}}\right)^3\right] u(r_{0i}) + \sum_{k=1}^{z_п} \frac{1}{2} \lambda_{пk} \mu h_k \times$$

$$\times \left(1 - \frac{b_k}{2r_{0k}}\right) r_{0k} u(r_{срk}) \qquad (10.3.7)$$

Уравнение (10.3.7) по существу аналогично выражению для крутящего момента при турбулентном режиме, и при его использовании необходимы сведения о радиальном и осевом распределении окружной скорости жидкости $v(r)$. Одна из особенностей ламинарного режима перемешивания состоит, однако, в том, что вследствие высокой вязкости жидкости момент сил гидравлического сопротивления корпуса аппарата оказывается весьма высоким, а окружная скорость среды — малой по сравнению с окружной скоростью мешалки [20, 21]. В большинстве случаев это позволяет с достаточным приближением пренебречь значениями $v(r_{0i})$ и $v(r_{ср\,k})$ в равенствах (10.3.3) и (10.3.5) и выразить соответствующие значения скорости обтекания как

$$u(r_{0i}) \approx \omega_0 r_{0i}; \; u(r_{срk}) \approx \omega_0 r_{0k} \left(1 - \frac{b_k}{2r_{0k}}\right) \qquad (10.3.8)$$

Подставляя эти значения в уравнение (10.3.7), имеем:

$$M_{кр} = \sum_{i=1}^{z_ц} \frac{1}{6} \lambda_{цi} \mu h_i \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_{0i}}\right)^3\right] \omega_0 r_{0i}^2 + \sum_{k=1}^{z_п} \frac{1}{2} \lambda_{пk} \mu h_k \times$$

$$\times \left(1 - \frac{b_k}{2r_{0k}}\right)^2 \omega_0 r_{0k}^2 \qquad (10.3.9)$$

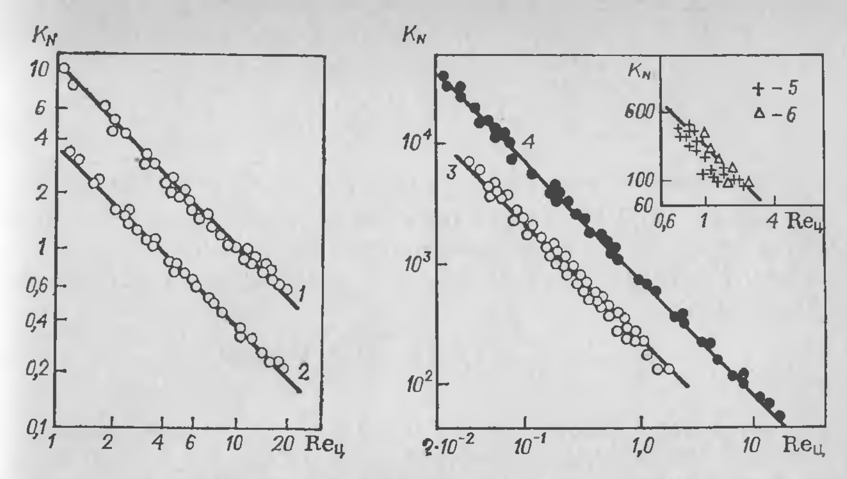


Рис. 10.10. Зависимость K_N от $Re_ц$ для мешалок, состоящих из центральных элементов. Прямые линии — расчет по уравнению (10.3.12), точки — опытные данные.

Линии и точки	Тип мешалки	$z_у$	$\frac{D}{d_м}$	$\frac{b_ц}{d_м}$	$\frac{s}{d_м}$	$\frac{h_л}{d_м}$	$\frac{d_т}{d_м}$	$\frac{c}{b_ц}$	Литература
1	Турбинная	6	>2	0,25	—	0,2	—	—	[4]
2	Лопастная	2	>2	~0,5	—	0,1	—	—	[4]
3	Шнековая	1	1,75	~0,5	1,0	3	—	0,75	[14]
4	»	1	1,75	~0,5	1,0	3	1,03	0,03	[14]
5	»	1	1,58	~0,5	1,0	1,5	1,1	0,1	[23]
6	»	1	2,13	~0,5	1,0	1,5	1,1	0,1	[23]

Обозначения: $b_ц = r_0 - r_в$ — ширина лопасти, м; c — ширина зазора между лопастью и стенкой аппарата или трубы, м; $d_т$ — диаметр направляющей трубы; s — шаг лопасти шнековой мешалки, м.

Отсюда, мощность, потребляемая на перемешивание:

$$N = \omega_0 M_{кр} = \omega_0^2 \left\{ \sum_{i=1}^{z_ц} \frac{1}{6} \lambda_{цi} \mu h_i \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_{0i}}\right)^3\right] r_{0i}^2 + \sum_{k=1}^{z_п} \frac{1}{2} \lambda_{пk} \mu h_k \times \right.$$

$$\left. \times \left(1 - \frac{b_k}{2r_{0k}}\right)^2 r_{0k}^2 \right\} \qquad (10.3.10)$$

Уравнение (10.3.10) обеспечивает возможность расчета мощности мешалок произвольной, иногда даже весьма сложной конструкции [22] на основании данных об их геометрии и свойствах среды. Применительно к мешалкам типовых конструкций метод расчета можно существенно упростить. Рассмотрим, например, лопастные, турбинные или шнековые мешалки (см. рис. 1.6 и 1.10). Мешалки этих типов имеют лопасти, которые по конфигурации и расположению относятся к группе центральных элементов * (см. рис. 10.4). По-

* Момент гидравлического сопротивления диска турбинных мешалок несущественен по сравнению с моментом сопротивления при лобовом обтекании лопастей.

скольку каждая мешалка данного типа снабжена лопастями одинаковой геометрии, имеем:

$$N = \frac{z_л}{6} \lambda_ц h_{лл} \mu \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_0}\right)^3\right] r_0^2 \omega_0^2 \qquad (10.3.11)$$

где в случае турбинной мешалки $r_в$ — радиус внутренней кромки лопасти, м.

Уравнение (10.3.11) может быть легко преобразовано в традиционную форму — в форму зависимости $K_N = N/(\rho n^3 d_м^5)$ от $Re_ц = \rho n d_м^2/\mu$. Учитывая, что $\omega_0 = 2\pi n$ и $r_0 = 0{,}5 d_м$, после преобразования получаем:

$$K_N = z_л \frac{\pi^2}{6} \lambda_ц \frac{h_л}{d_м} \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_0}\right)^3\right] Re_ц^{-1} \qquad (10.3.12)$$

Характер зависимости $K_N = f(Re_ц)$ для турбинных, лопастных и шнековых мешалок, а также сравнение расчетных прямых с данными экспериментальных измерений [4, 14, 23] показаны на рис. 10.10. При определении $\lambda_ц$ по рис. 10.8 величина относительного зазора для шнековых мешалок с направляющей трубой (см. рис. 1.6)

$$c/r_0 = (d_т/d_м) - 1 \qquad (10.3.13)$$

а без направляющей трубы

$$c/r_0 = (D/d_м) - 1 \qquad (10.3.14)$$

где $d_т$ — внутренний диаметр направляющей трубы, м.

Отметим, что величина $h_л$ в уравнении (10.3.12) определяется как высота проекции лопасти на меридиональную плоскость. Вопрос о минимальной величине угла наклона лопасти, при котором правомерно такое упрощение, специально не изучался. Результаты сравнения расчетных и опытных значений K_N, приведенные в табл. 10.1, свидетельствуют о том, что для шнековых мешалок обеспечивается достаточно хорошее совпадение с фактическими данными [14, 23—31] при шаговых отношениях $s/d_м \geqslant 0{,}5$ (это соответствует углу наклона наружной кромки лопасти $\alpha \geqslant 8°$).

При расчете мощности рамных и ленточных мешалок необходим совместный учет гидравлического сопротивления как центральных, так и периферийных элементов. В то же время расчетные оценки показывают, что доля момента, приложенная к центральным элементам мешалок рассматриваемых конструкций, не превышает 20 %. Это означает, что даже значительная погрешность при расчете момента сопротивления центральных элементов не сказывается заметным образом на точности расчета суммарной мощности. В связи с этим упростим уравнение для моментов центральных пластин $M_ц$ (10.2.28) и соответствующее им слагаемое в уравнении (10.3.10), положив $r_в/r_0 = 0$. Далее, определим радиус центральных элементов r_{0i} как расстояние от оси аппарата до внутренней кромки связанных с ними периферийных элементов:

$$r_{0i} = r_0 - b_k \qquad (10.3.15)$$

Таблица 10.1. **Мощность шнековых мешалок**

$s/d_м$	$D/d_м$	$d_т/d_м$	$h_л/d_м$	$K_N Re_ц$ опытное	$K_N Re_ц$ расчетное	Литература
0,333	1,52	1,06	2,28	800	495	[24]
0,495	1,52	1,06	2,28	570	495	[24]
0,5	1,5	1,13	1,56	235	250	[25]
0,5	2,25	1,13	2,31	300	370	[25]
0,5	3,0	1,13	2,64	800	425	[26]
0,67	2,13	1,11	2,0	300	340	[27]
0,67	1,67	1,167	2,167	390	325	[28]
0,685	1,52	1,06	2,28	525	490	[24]
0,715	1,58	1,11	1,42	230	242	[27]
0,75	3,0	1,13	2,64	520	425	[26]
0,8	2,4	1,2	2,47	240	310	[25]
0,8	1,67	1,2	1,67	150	210	[25]
1,0	1,75	1,03	3,0	690	690	[14]
1,0	1,58	1,1	1,5	220	255	[23]
1,0	1,59	1,1	1,5	283	255	[29]
1,0	2,13	1,1	1,5	220	255	[23]
1,0	1,5	1,13	2,31	210	370	[25]
1,0	2,25	1,13	2,31	210	370	[25]
1,0	3,0	1,13	2,64	500	424	[26]
1,05	1,52	1,06	2,28	570	457	[24]
1,15	2,5	1,15	3,15	820	440	[30]
1,385	1,54	1,08	1,42	180	256	[27]
1,5	3,0	1,13	2,64	520	425	[26]
2,0	3,0	1,13	2,64	520	425	[26]
0,5	1,5	—	1,56	92	104	[25]
0,8	1,6	—	1,67	72	112	[25]
0,8	2,4	—	2,47	111	166	[25]
1,0	1,5	—	1,56	62,5	105	[25]
1,0	1,59	—	1,5	140	101	[29]
1,0	1,75	—	3,0	201	201	[14]
1,0	2,25	—	2,31	100	155	[25]
1,15	2,5	—	3,15	336	241	[30]
1,5	1,67	—	1,5	124	128	[31]

Таким образом, для рамных, ленточных и других мешалок, включающих $z_ц$ одинаковых центральных и $z_п$ одинаковых периферийных элементов, уравнение (10.3.10) приобретает вид

$$K_N = \left[z_ц \frac{\pi^2}{6} \lambda_ц \frac{h_ц}{d_м} \left(1 - \frac{2b_п}{d_м}\right)^2 + z_п \frac{\pi^2}{2} \lambda_п \frac{h_н}{d_м} \left(1 - \frac{b_п}{d_м}\right)^2\right] Re_ц^{-1} \qquad (10.3.16)$$

Зависимость $K_N = f(Re_ц)$ для рамных, ленточных и скребковых мешалок приведена на рис. 10.11. Результаты расчета по уравнению (10.3.16), опытные данные [12, 30, 32—37], приведенные в табл. 10.2, а также данные [22] свидетельствуют о применимости рассматриваемого метода расчета при шаговых отношениях ленточных мешалок $s/d_м \geqslant 0{,}5$.

При перемешивании неньютоновских сред расчет мощности осложняется тем, что величина эффективной вязкости среды $\mu_э$, подставляемая в уравнения (10.3.10), (10.3.12) и (10.3.16) вместо μ,

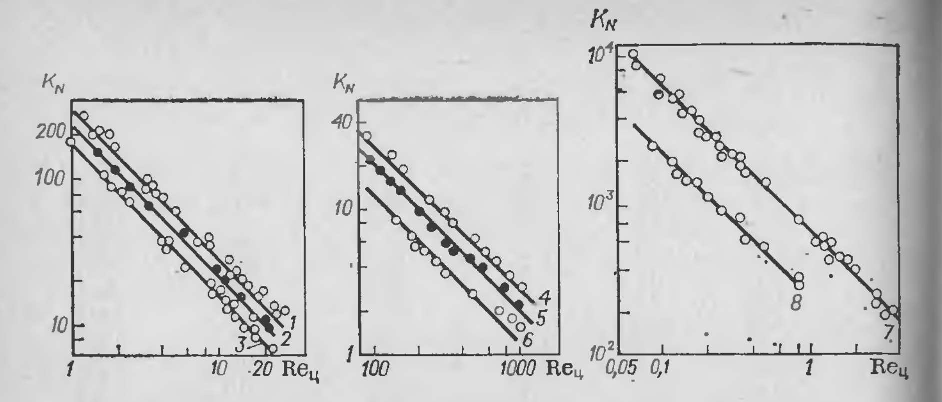


Рис. 10.11. Зависимость K_N от $Re_ц$ для мешалок, состоящих из периферийных и центральных элементов.

Прямые линии — расчет по уравнению (10.3.16), точки — опытные данные.

Линии и точки	Тип мешалки	$\frac{D}{d_м}$	$z_п$	$\frac{h_п}{d_м}$	$\frac{b_п}{d_м}$	$\frac{c}{b_п}$	$z_ц$	$\frac{h_ц}{d_м}$	$\frac{s}{d_м}$	Литература
1	Якорная	1,04	2	1,0	0,1	0,25	2	0,1	—	[10]
2	»	1,1	2	1,0	0,1	0,5	2	0,1	—	[9]
3	»	1,2	2	1,0	0,12	0,8	2	0,12	—	[10]
4	Скребковая	1,0	6	0,82	0,07	0	6	0,01 *	—	[19]
5	»	1,0	4	0,82	0,07	0	6	0,01 *	—	[19]
6	»	1,0	2	0,82	0,07	0	6	0,01 *	—	[19]
7	Ленточная	1,1	2	2,2	0,1	0,5	10	0,05	1,0	[12]
8	»	1,06	2	0,65	0,1	0,3	4	0,05	1,0	[12]

* Момент, возникающий на центральных элементах скребковой мешалки, при расчетах не учитывался.

является функцией скорости сдвига и изменяется в зависимости от типа мешалки и режима ее работы. Традиционный подход к расчету мощности в этих условиях состоит [7, 38—41] в использовании экспериментальных зависимостей $K_N = f(Re_ц)$, полученных применительно к ньютоновским средам. При этом критерий Рейнольдса выражают через эффективную вязкость среды:

$$Re_ц = \rho n d_м^2 / \mu_э \qquad (10.3.17)$$

Предложен ряд методов определения величины эффективной вязкости [7, 42—45]. Наиболее часто величина эффективной скорости сдвига, необходимая для расчета $\mu_э$ по формуле (10.1.5), определяется по методу Метцнера [45], т. е. с помощью эмпирических уравнений вида

$$\dot{\gamma}_э = An \qquad (10.3.18)$$

где A — коэффициент, определяемый экспериментально и зависящий от типа и геометрии мешалки [40, 45], а в ряде случаев и от величины зазора между мешалкой и стенкой аппарата [46].

Рассмотренный метод удобен для расчета тех мешалок, для которых известны значения коэффициента A (см. табл. 10.3), однако при изменении конструкции мешалок или соотношений размеров

Таблица 10.2. **Мощность ленточных мешалок**

$\frac{s}{d_м}$	$\frac{D}{d_м}$	$\frac{h_п}{d_м}$	$z_п$	$\frac{b_п}{d_м}$	$z_ц$	$K_N Re_ц$ опытное	$K_N Re_ц$ расчетное	Литература
0,495	1,1	1,05	1	0,097	8	207	185	[32]
0,517	1,09	1,15	1	0,135	8	230	195	[32]
0,61	1,04	0,92	2	0,09	14	590	420	[30]
0,75	1,055	0,95	2	0,118	12	420	410	[33]
0,77	1,098	1,0	2	0,1	12 *	310	330	[34]
1,0	1,58	1,15	2	0,1	6	270	252	[12]
1,0	1,5	2,2	2	0,1	10	480	460	[12]
1,0	1,26	1,0	2	0,1	6 *	215	224	[35]
1,0	1,11	1,1	1	0,098	4	130	150	[32]
1,0	1,1	2,2	2	0,1	10	620	630	[12]
1,0	1,1	1,1	2	0,097	8	250	290	[32]
1,0	1,1	1,1	2	0,1	8 *	246	300	[32]
1,0	1,08	1,0	2	0,1	6 *	300	297	[35]
1,0	1,055	0,65	2	0,1	6	230	223	[12]
1,0	1,055	1,1	2	0,1	6	332	365	[12]
1,0	1,055	1,15	2	0,1	6	365	355	[12]
1,0	1,05	1,0	2	0,105	6 *	300	335	[36]
1,25	1,075	1,08	2	0,0875	6 *	250	285	[37]
2,0	1,58	1,15	2	0,1	4	236	233	[12]

* Число центральных элементов в цитируемых работах не указано и принято при расчетах ориентировочно.

Таблица 10.3. **Расчетные и опытные значения коэффициента** *A* **для мешалок некоторых типов**

Тип мешалки	$\frac{D}{d_м}$	$z_п$	$\frac{h_п}{d_м}$	$\frac{b_п}{d_м}$	$\frac{c}{b_п}$	$z_ц$	$\frac{h_ц}{d_м}$	$\frac{b_ц}{d_м}$	$\frac{c}{b_ц}$	$\frac{s}{d_м}$	Опытное значение A	Расчетное значение A	Литература
Шнековая с трубой	1,64	—	—	—	—	1	1,5	0,5	0,0	1,0	16,82	15,7	[47]
Шнековая без трубы	1,67	—	—	—	—	1	0,24	0,5	0,67	1,0	11,0	6,9	[35]
Ленточная	1,11	2	1,1	0,1	0,55	*	*	*	*	1,0	11,0	14,1	[35]
	1,052	2	1,0	0,1	0,26	*	*	*	*	1,0	36,7	26,2	[47]
Якорная	1,11	2	0,59	0,13	0,42	2	0,13	0,37	—	—	16,16	15,7	[47]
	1,11	2	1,0	0,1	0,5	2	0,1	0,4	—	—	18,0	19,8	[9]
Лопастная	1,5	—	—	—	—	2	0,2	0,5	0,5	—	11,0	10,6	[40]

* В цитируемом источнике не указано.

их элементов применение этого метода требует проведения специальных экспериментов на моделях. Отмеченная ограниченность метода связана с тем, что он предусматривает использование некоторого единого значения эффективной скорости сдвига (или эффективной вязкости) для мешалки в целом.

Как показано в разделе 10.2, обтекание отдельных конструктивных элементов характеризуется индивидуальными значениями скорости сдвига $\dot{\gamma}_{э.\,ц}$ и $\dot{\gamma}_{э.\,п}$, определяемыми по формулам (10.2.32). Этим значениям соответствуют эффективные вязкости

$$\mu_{э.\,ц} = K\left(\frac{\lambda_ц}{\lambda_0}\,\omega_0\right)^{m-1} = K\left(2\pi\,\frac{\lambda_ц}{\lambda_0}\,n\right)^{m-1}; \qquad \mu_{э.\,п} = K\left[\pi\,\frac{\lambda_п}{\lambda_0}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{2r_0}{b_п}-1\right)n\right]^{m-1} \tag{10.3.19}$$

Подставляя выражения (10.3.19) в правую часть равенства (10.3.10) и выражая $u\,(r_0)$ и $u\,(r_{ср})$ по (10.3.8), получаем уравнение

$$N = \omega_0^{1+m}\left\{\sum_{i=1}^{z_ц}\frac{1}{6\lambda_0^{m-1}}\,Kh_i\lambda_{цi}^m\left[1-\left(\frac{r_в}{r_{0i}}\right)^3\right]r_{0i}^2 + \sum_{k=1}^{z_п}\frac{1}{2\lambda_0^{m-1}}\times\right.$$

$$\left.\times Kh_k\lambda_{пk}^m\left(\frac{2r_{0k}}{b_k}\right)^{m-1}\left(1-\frac{b_k}{2r_{0k}}\right)^2 r_{0k}^2\right\} \tag{10.3.20}$$

которое позволяет проводить расчет мощности мешалок произвольной конструкции при перемешивании «степенных» жидкостей с известными реологическими константами K и m.

Применительно к турбинным, лопастным и шнековым мешалкам преобразование уравнения (10.3.12) с использованием (10.3.19) приводит к расчетному уравнению:

$$K_N = \frac{\pi^{1+m}}{6\,(\lambda_0/2)^{m-1}}\,z_л\lambda_ц^m\,\frac{h_ц}{d_м}\left[1-\left(\frac{r_в}{r_0}\right)^3\right](\mathrm{Re}_ц')^{-1} \tag{10.3.21}$$

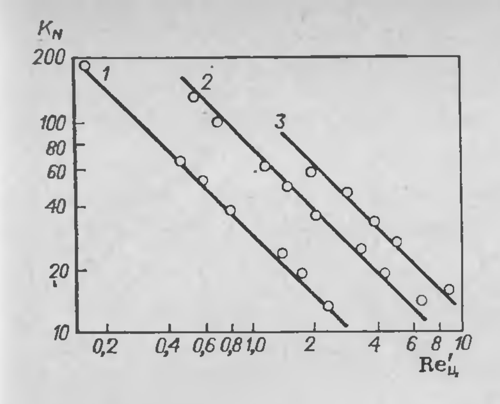
где $\mathrm{Re}_ц' = \rho n^{2-m} d_м^2/K$.

Для ленточных, рамных и скребковых мешалок аналогичное преобразование уравнения (10.3.16) дает:

$$K_N = \left[\frac{\pi^{1+m}}{6\,(\lambda_0/2)^{m-1}}\,z_ц\lambda_ц^m\,\frac{h_ц}{d_м}\left(1-\frac{2b_п}{d_м}\right)^2 + \frac{\pi^{1+m}}{2\lambda_0^{m-1}}\,z_п\lambda_п^m\,\frac{h_п}{d_м}\left(\frac{d_м}{b_п}\right)^{m-1}\times\right.$$

$$\left.\times\left(1-\frac{b_п}{d_м}\right)^{1+m}\right](\mathrm{Re}_ц')^{-1} \tag{10.3.22}$$

Результаты расчета по уравнениям (10.3.21) и (10.3.22) и экспериментальные данные [9, 19, 44, 45] приведены на рис. 10.12 и 10.13.



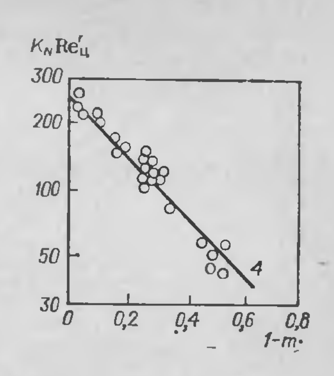


Рис. 10.12. Зависимость числа K_N от $\mathrm{Re}_ц'$ и индекса неньютоновского поведения m для мешалок, состоящих из центральных элементов.

Прямые линии — расчет по уравнению (10.3.21), точки — опытные данные.

Линии и точки	Тип мешалки	$z_ц$	$\frac{D}{d_м}$	$\frac{b_ц}{d_м}$	$\frac{s}{d_м}$	$\frac{h}{d_м}$	$\frac{d_т}{d_м}$	$\frac{c}{b_ц}$	m	Литература
1	Лопастная	2	1,6	0,5	—	1,0	—	0,6	1,0	[44]
2	То же	2	1,6	0,5	—	1,0	—	0,6	0,71	[44]
3	»	2	1,6	0,5	—	1,0	—	0,6	0,325	[44]
4	Шнековая с трубой	1	1,64	0,5	1,0	1,5	1,1	0,1	1—0,35	[47]

Точность изложенного метода расчета близка к точности традиционного метода, основанного на использовании уравнения (10.3.18) и экспериментальных значений коэффициента A.

Следует отметить, что для мешалок, состоящих только из центральных или из периферийных элементов, уравнения (10.2.32) позволяют определять значения A расчетным путем. Например, подставив значение $\gamma_{э.\,ц}$ из (10.2.32) в (10.3.18), с учетом (10.3.8) получим для лопастных, турбинных и шнековых мешалок:

$$A = 2\pi\lambda_ц/\lambda_0 \tag{10.3.23}$$

Аналогично для якорных, ленточных и скребковых мешалок *:

$$A \approx \frac{\pi\lambda_п}{\lambda_0}\left(\frac{d_м}{b_п}-1\right) \tag{10.3.24}$$

Расчетные и опытные значения A для мешалок некоторых типов приведены в табл. 10.3.

---

* Вклад центральных элементов в гидравлическое сопротивление этих мешалок, как правило, незначителен.

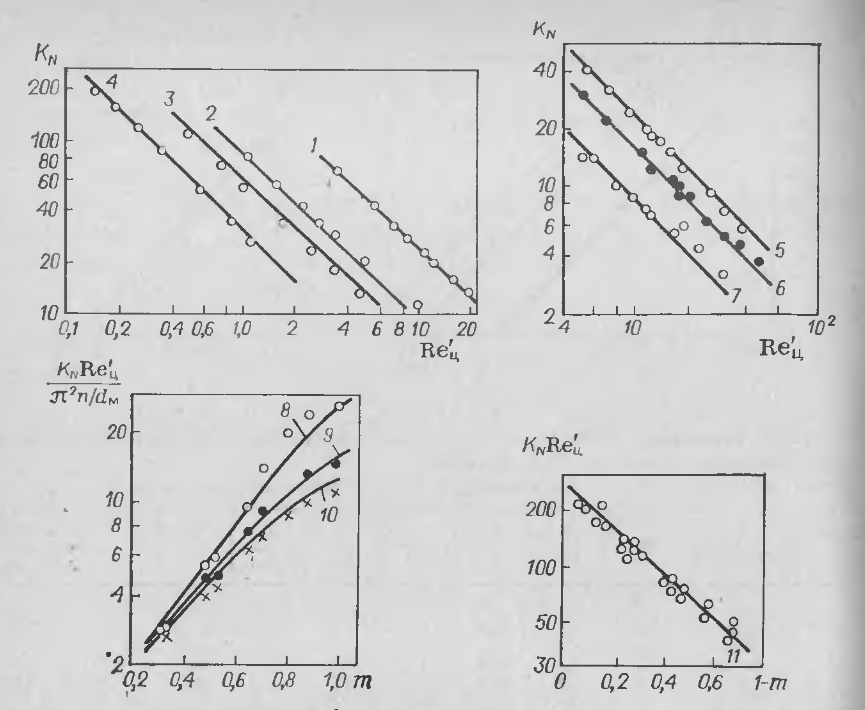


Рис. 10.13. Зависимость K_N от $Re'_ц$ и индекса неньютоновского поведения для мешалок, состоящих из центральных и периферийных элементов.

Линии — расчет по уравнению (10.3.22), точки — опытные данные.

Линии и точки	Тип мешалки	$\frac{D}{d_м}$	$z_п$	$\frac{h_п}{d_м}$	$\frac{b_п}{d_м}$	$\frac{c}{b_п}$	$z_ц$	$\frac{h_ц}{d_м}$	$\frac{s}{d_м}$	m	Литература
1	Якорная	1,1	2	1,0	0,11	0,5	2	0,11	—	1,0	[9]
2	»	1,1	2	1,0	0,11	0,5	2	0,11	—	0,65	[9]
3	»	1,1	2	1,0	0,11	0,5	2	0,11	—	0,53	[9]
4	»	1,1	2	1,0	0,11	0,5	2	0,11	—	0,325	[9]
5	Скребковая	1,0	6	0,82	0,07	0	6	0,01 *	—	0,5	[19]
6	То же	1,0	4	0,82	0,07	0	6	0.01 *	—	0,5	[19]
7	»	1,0	2	0,82	0,07	0	6	0,01 *	—	0,5	[19]
8	Якорная	1,05	2	1,0	0,105	0,24	2	0.105	—	1,0—0,325	[44]
9	»	1,25	2	1,0	0,125	1,0	2	0.125	—	1,0—0,325	[44]
10	»	2,0	2	1,0	0,2	2,5	2	0.2	—	1,0—0,325	[44]
11	Ленточная	1,05	2	1,0	0,1	0,26	**	**	1,0	1,0—0,351	[47]

* Момент на центральных элементах при расчете не учитывался. ** В цитируемом источнике не указаны.

10.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ЖИДКОСТИ В АППАРАТАХ С ЛЕНТОЧНЫМИ И ШНЕКОВЫМИ МЕШАЛКАМИ

Поле скоростей при ламинарном режиме перемешивания высоковязких жидкостей, как и при перемешивании маловязких сред в условиях турбулентного режима, является трехмерным и характеризуется

наличием окружного течения и меридиональной циркуляции. Оценка величины окружной скорости может быть выполнена, исходя из условия равенства крутящего момента на валу и момента сил гидравлического сопротивления, приложенных к корпусу аппарата:

$$M_{кр} = M_{сопр} \tag{10.4.1}$$

Имея в виду первое приближение, определим момент сопротивления корпуса без учета сопротивления днища:

$$M_{сопр} \approx \tau_{ст} F_{ст} R = c_f \rho\, v_{ср}^2\, \pi R^2 H \tag{10.4.2}$$

где $\tau_{ст}$ — касательное напряжение, Па; $v_{ср}$ — среднее значение окружной скорости, м/с; R, H — радиус и высота заполнения аппарата, м.

Как показано в [20, 21] (см. также рис. 2.6), коэффициент сопротивления c_f при ламинарном режиме не зависит от типа мешалки и определяется следующим образом:

$$c_f \approx \lambda_л / \mathrm{Re} \tag{10.4.3}$$

где $\mathrm{Re} = \rho v_{ср} R/\mu$.

Значение $\lambda_л$ при отношении радиусов аппарата и мешалки $R/r_0 > 2$ постоянно и равно 24. При $R/r_0 = 1 \div 2$ величина $\lambda_л$ является функцией $\bar{R}$ [21]; для ее расчета можно пользоваться аппроксимационной формулой

$$\lambda_л = \frac{13{,}3\bar{R}}{1{,}056\bar{R} - 1} \tag{10.4.4}$$

Из (10.4.2) и (10.4.3) имеем:

$$M_{сопр} = \pi \lambda_л\, \mu v_{ср} R H \tag{10.4.5}$$

Крутящий момент на валу мешалки равен моменту сопротивления при обтекании лопастей жидкостью и определяется как

$$M_{кр} = \frac{N}{\omega_0} = 0{,}5 K_N \rho n^2 d_м^5/\pi \tag{10.4.6}$$

Выражая K_N для ленточных мешалок по уравнению (10.3.16) и пренебрегая в первом приближении влиянием центральных элементов, после преобразования получаем:

$$M_{кр} \approx \frac{\pi}{4} z_л \lambda_п h_л \left(1 - \frac{b_л}{d_м}\right)^2 \mu n d_м^2 \tag{10.4.7}$$

Далее, приравнивая выражения моментов $M_{сопр}$ и $M_{кр}$, имеем

$$v_{ср} = \frac{z_л}{2} \frac{\lambda_п}{\lambda_л} \frac{h_л}{H} \frac{d_м}{D} \left(1 - \frac{b_л}{d_м}\right)^2 n d_м \tag{10.4.8}$$

или

$$\frac{v_{ср}}{\omega_0 r_0} = \frac{z_л}{2\pi} \frac{\lambda_п}{\lambda_л} \frac{h_л}{H} \frac{d_м}{D} \left(1 - \frac{b_л}{d_м}\right)^2 \tag{10.4.9}$$

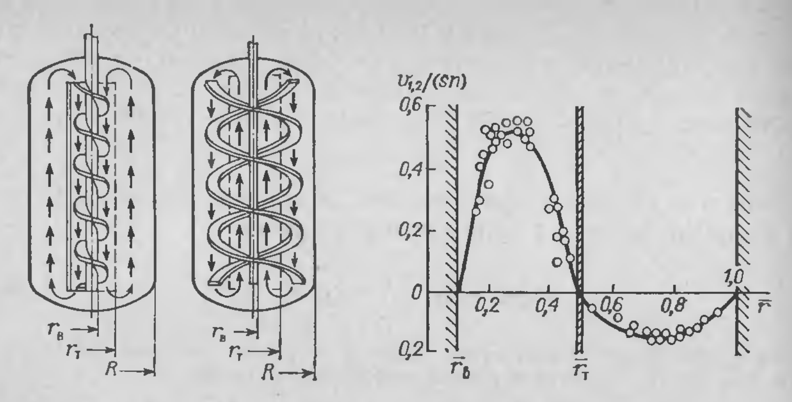


Рис. 10.14. Схемы осевого потока в аппаратах со шнековой (а) и ленточной (б) мешалками.

Рис. 10.15. Профиль осевой скорости в аппарате со шнековой мешалкой и направляющей трубой ($D = 0,3$ м, $H = 0,4$ м, $d_м = 0,12$ м; $h/d_м = 3$; $s/d_м = 1,0$, $r_т/R = 0,5$, $Re_ц = 4 \div 40$).

Точки — опытные данные, сплошная линия — расчетная.

Аналогичные преобразования с использованием уравнения мощности шнековых мешалок (10.3.12) приводят к уравнению для расчета крутящего момента и окружной скорости в аппаратах со шнековыми мешалками:

$$M_{кр} = \frac{\pi}{12} z_л \lambda_ц h_л \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_0}\right)^3\right] \mu n d_м^2 \qquad (10.4.10)$$

$$v_{ср} = \frac{z_л}{6} \frac{\lambda_ц}{\lambda_л} \frac{h_л}{H} \frac{d_м}{D} \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_0}\right)^3\right] \qquad (10.4.11)$$

или

$$\frac{v_{ср}}{\omega_0 r_0} = \frac{z_л}{6\pi} \frac{\lambda_ц}{\lambda_л} \frac{h_л}{H} \frac{d_м}{D} \left[1 - \left(\frac{r_в}{r_0}\right)^3\right] \qquad (10.4.12)$$

Оценки по этим уравнениям показывают, что в аппаратах с ленточными и шнековыми мешалками окружная составляющая скорости сравнительно невелика. Например, в аппарате с ленточной мешалкой при $b_л/d_м = 0,1$ и $\bar R = 1,2$ отношение $v_{ср}/(\omega_0 r_0)$ составляет менее 0,1; в случае перемешивания шнековой мешалкой это отношение в 2—3 раза меньше.

При столь малых значениях окружной скорости основное влияние на протекание процесса перемешивания в аппаратах с ленточными и шнековыми мешалками оказывает осевая (меридиональная) циркуляция. При описании осевой циркуляции среды объем аппарата рассматривается [13, 16] как замкнутый циркуляционный контур (рис. 10.14), который состоит из двух зон, представляющих собой концентрические кольцевые каналы с противоположным направлением потока. Центральная зона (зона *1*) ограничена поверхностью вала и цилиндрической поверхностью радиуса $r_т$, которая характеризуется нулевым значением осевой скорости. Периферийная зона (зона *2*) заключена между поверхностью $r_т$ и стенкой аппарата.

В одной из зон (периферийной — для шнековой и центральной — для ленточной мешалок), жидкость движется под действием разности давления, создаваемой мешалкой, без непосредственного взаимодействия с лопастями, и течение в этой зоне вполне аналогично случаю осевого течения в канале между двумя соосными неподвижными цилиндрами. В той из зон, где жидкость непосредственно взаимодействует с мешалкой (центральная — в случае шнековых, периферийная — в случае ленточных мешалок) картина течения осложняется периодическими локальными возмущениями потока при обтекании лопастей. В ламинарном потоке эти возмущения, однако, быстро затухают. Время их существования мало по сравнению с периодом между двумя последовательными прохождениями мешалки через данную точку, поэтому они не должны оказывать ощутимого влияния на распределение осевой скорости.

Экспериментальные измерения [16] показывают (рис. 10.15), что распределение осевой скорости в обеих зонах одинаково по характеру; оно вполне соответствует обычной картине течения в кольцевых каналах и для ньютоновских жидкостей (см. раздел 10.2) может быть описано уравнениями

$$w_1(r) = \frac{\Delta p_1 R^2}{4\mu H}\left(\bar r_в^2 - \bar r^2 + \frac{\bar r_т^2 - \bar r_в^2}{\ln(\bar r_т/\bar r_в)} \ln\frac{\bar r}{\bar r_в}\right) \quad \text{при } r_в \leqslant r \leqslant r_т \qquad (10.4.13а)$$

$$w_2(r) = \frac{\Delta p_2 R^2}{4\mu H}\left(\bar r_т^2 - \bar r^2 + \frac{1 - \bar r_т^2}{\ln(1/\bar r_т)} \ln\frac{\bar r}{\bar r_т}\right) \quad \text{при } r_т \leqslant r \leqslant R \qquad (10.4.13б)$$

где $w_1(r)$, $w_2(r)$ — осевая скорость в центральной и периферийной зонах, м/с Δp_1 и Δp_2 — потери давления на преодоление гидравлических сопротивлений в центральной и периферийной зонах, Па; $\bar r = r/R$.

Очевидно, что скорости $w_1(r)$ и $w_2(r)$ связаны между собой соотношением

$$q = 2\pi \int_{r_в}^{r_т} w_1(r)\, r\, dr = 2\pi \int_{r_т}^{R} w_2(r)\, r\, dr \qquad (10.4.14)$$

Из (10.4.13) и (10.4.14) получаем для циркуляционного расхода q:

$$q = \frac{\Delta p_1 \pi R^4}{8\mu H}\beta_1 = \frac{\Delta p_2 \pi R^4}{8\mu H}\beta_2 \qquad (10.4.15)$$

$$\text{где } \beta_1 = \bar r_т^4 - \bar r_в^4 - \frac{(\bar r_т^2 - \bar r_в^2)}{\ln(\bar r_т/\bar r_в)}; \qquad \beta_2 = 1 - \bar r_т^4 - \frac{(1 - \bar r_т^2)^2}{\ln(1/\bar r_т)} \qquad (10.4.16)$$

Гидравлическое сопротивление циркуляционного контура представляет собой сумму сопротивлений в зонах *1* и *2* и местных сопротивлений на поворотах потока. Оценка по общеизвестным уравнениям (например, приведенным в [1, 48]) показывает, что в аппаратах традиционных геометрических соотношений при ламинарном режиме

течения вклад сопротивления на поворотах в общее гидравлическое сопротивление контура незначителен, и суммарный перепад давления может быть выражен как

$$\Delta p \approx \Delta p_1 + \Delta p_2 \qquad (10.4.17)$$

Используя это равенство и выражение (10.4.15), получаем уравнение

$$q = \Delta p \frac{\pi R^4}{8\mu H} \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \qquad (10.4.18)$$

которое устанавливает связь между циркуляционным расходом и гидравлическим сопротивлением контура. Для обеспечения циркуляции жидкости это сопротивление должно уравновешиваться разностью давлений $\Delta p_0 = \Delta p$, создаваемой при вращении мешалки. При этом к мешалке должно быть приложено осевое усилие P_0, которое связано с величиной Δp_0 соотношением

$$P_0 = \Delta p_0 f_{\text{м}} \qquad (10.4.19)$$

где $f_{\text{м}}$ — площадь сечения зоны, в которой установлена мешалка, м².

Для аппаратов со шнековыми мешалками $f_{\text{м}}$ есть площадь центральной зоны

$$f_{\text{м}}^{\text{ш}} = \pi \left(r_{\text{т}}^2 - r_{\text{в}}^2\right) = \pi R^2 \left(\bar{r}_{\text{т}}^2 - \bar{r}_{\text{в}}^2\right) \qquad (10.4.20)$$

а для аппаратов с ленточными мешалками — периферийной зоны:

$$f_{\text{м}}^{\text{л}} = \pi \left(R^2 - r_{\text{т}}^2\right) = \pi R^2 \left(1 - \bar{r}_{\text{т}}^2\right) \qquad (10.4.21)$$

Величину осевого усилия P_0 определяют [12, 14], исходя из геометрических характеристик мешалки и свойств среды. При движении лопасти, расположенной под углом α к направлению движения, на элементарную площадку лопасти действуют осевое и тангенциальное усилия. При малых углах наклона [1]

$$dP_0 = dP_{\text{т}} \operatorname{tg} \alpha \qquad (10.4.22)$$

где $P_{\text{т}}$ — тангенциальнсе усилие, Н.

Тангенс угла наклона лопасти к направлению ее движения связан с шагом винтовой линии мешалки соотношением

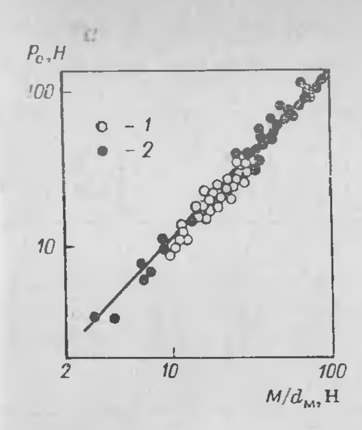
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_{\text{л}}}{2\pi r z_{\text{ш}}} = \frac{s}{2\pi r} \qquad (10.4.23)$$

Здесь $z_{\text{ш}}$ — число шагов; s — шаг мешалки, м.

Отсюда в общем случае

$$P_0 = \frac{z_{\text{л}} h_{\text{л}}}{2\pi} \int_{r_{\text{в}}}^{r_0} \frac{P_{\text{т}}(r)\, s}{r} dr \qquad (10.4.24)$$

где $P_{\text{т}}(r)$ — тангенциальное усилие, приложеннсе к единице площади лопасти на радиусе r, Па; $z_{\text{л}}$ — число лопастей; $r_{\text{в}}$, r_0 — внутренний и наружный радиус лопастей, м.



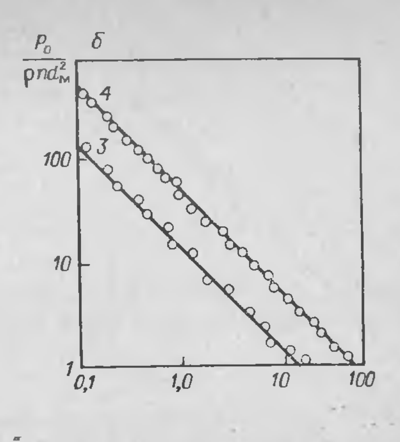


Рис. 10.16. Зависимость осевого усилия от крутящего момента (а) и критерия Рейнольдса (б) для однозаходных ($z_{\text{л}} = 1$) шнековых мешалок.

Сплошные линии — расчет по уравнению (10.4.27), точки — опытные данные.

Линии и точки	$\frac{D}{d_{\text{м}}}$	$\frac{s}{d_{\text{м}}}$	$\frac{h}{d_{\text{м}}}$	$\frac{d_{\text{т}}}{d_{\text{м}}}$	$\frac{r_{\text{в}}}{r_0}$	Литература
1	1,8—2,4	1,0	3,0	—	0,3	[15]
2	1,8—2,4	1,0	3,0	1,03	0,3	[15]
3	2	1,0	1,5	—	0,25 *	[49]
4	2	1,0	1,5	1,1	0,25 *	[49]

* Принято ориентировочно.

Для шнековых мешалок тангенциальное усилие линейно увеличивается по радиусу и его распределение $P_{\text{т}}(r)$ соответствует уравнению (10.2.19). Используя это соотношение в сочетании с (10.2.20) и принимая во внимание, что для шнековых мешалок величина шага не изменяется по радиусу, запишем:

$$P_0 = \frac{z_{\text{л}} h_{\text{л}} s}{2\pi} \int_{r_{\text{в}}}^{r_0} \frac{\lambda_{\text{ц}}}{\text{Re}} \frac{\rho u^2(r_0)}{2r} \frac{r}{r_0} dr \qquad (10.4.25)$$

Выражая критерий Рейнольдса через скорость обтекания по (10.2.21), с учетом (10.3.8) имеем для шнековой мешалки:

$$P_{0\text{ш}} = \frac{z_{\text{л}}}{2} \lambda_{\text{ц}} h_{\text{л}} s \left(1 - \frac{r_{\text{в}}}{r_0}\right) \mu n \qquad (10.4.26)$$

Далее, сопоставляя это равенство с выражением крутящего момента шнековой мешалки (10.4.10), получаем:

$$P_{0\text{ш}} = \varphi_{\text{ш}} \frac{M_{\text{кр}}}{d_{\text{м}}} \qquad (10.4.27)$$

где

$$\varphi_{\text{ш}} = \frac{6s}{\pi d_{\text{м}}} \frac{1 - (r_{\text{в}}/r_0)}{1 - (r_{\text{в}}/r_0)^3} \qquad (10.4.28)$$

Зависимость осевого усилия шнековых мешалок от крутящего момента, а также от $\text{Re}_{\text{п}}$ приведена на рис. 10.16.

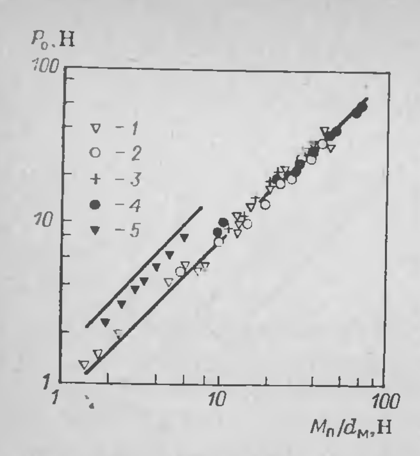


Рис. 10.17. Зависимость осевой силы от крутящего момента для ленточных мешалок [12].

Сплошные линии — расчетные, точки — опытные данные.

Линии и точки	$\frac{D}{d_м}$	$\frac{b_л}{d_м}$	$z_л$	$\frac{h_л}{d_м}$	$\frac{s}{d_м}$
1	1,1	0,1	2	1,0	1
2	1,5	0,1	2	1,0	1
3	1,05	0,1	2	1,0	1
4	1,06	0,1	2	1,0	1
5	1,6	0,1	2	1,0	2

При определении осевого усилия ленточной мешалки, учитывая малую ширину ее лопасти, можно воспользоваться [12] значением тангенса угла $\alpha_{ср}$, соответствующего радиусу $r = r_0 - (b_п/2)$:

$$P_{0л} = P_т \operatorname{tg} \alpha_{ср} = \frac{P_т s}{\pi d_м [1 - (b_п/d_м)]} \qquad (10.4.29)$$

Определяя далее тангенциальное усилие, приложенное к лопастям мешалки, как

$$P_т = \frac{2M_{кр}}{d_м - b_п} \qquad (10.4.30)$$

получаем

$$P_{0л} = \varphi_л \frac{M_{кр}}{d_м} \qquad (10.4.31)$$

где

$$\varphi_л = \frac{2s}{\pi d_м [1 - (b_п/d_м)]^2} \qquad (10.4.32)$$

С учетом выражения (10.3.4) имеем:

$$P_{0л} = \frac{\lambda_п}{2} z_л h_л s \mu n \qquad (10.4.33)$$

Опытные и расчетные значения $P_{0л}$ приведены на рис. 10.17.

Используя полученные выражения осевого усилия (10.4.27) и (10.4.31) и уравнения (10.4.18)—(10.4.21), получим [13, 15] расчетные уравнения, которые связывают величину циркуляционного расхода при перемешивании ньютоновских сред с величиной крутящего момента или непосредственно с характеристиками аппарата и мешалки и свойствами среды:

1) для шнековых мешалок:

$$q = \frac{P_{0ш} R^2}{8\mu H \left(\bar r_т^2 - r_в^2\right)} \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} = \frac{M_{кр} (R/r_0)\, \varphi_ш}{16\mu\, (H/R) \left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right)} \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \qquad (10.4.34)$$

$$\frac{q}{n d_м^3} = \frac{z_л \lambda_ц}{64} \left(\frac{h_л}{H}\right) \left(\frac{D}{d_м}\right)^2 \left(\frac{s}{d_м}\right) \left[\frac{1 - (r_в/r_0)}{\bar r_т^2 - \bar r_в^2}\right] \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \qquad (10.4.35)$$

2) для ленточных мешалок:

$$q = \frac{P_{0л} R^2}{8\mu H \left(1 - \bar r_т^2\right)} \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} = \frac{M_{кр} (R/r_0)\, \varphi_л}{16\mu\, (H/R) \left(1 - \bar r_т^2\right)} \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \qquad (10.4.36)$$

$$\frac{q}{n d_м^3} = \frac{z_л \lambda_п}{64} \left(\frac{h_л}{H}\right) \left(\frac{D}{d_м}\right)^2 \left(\frac{s}{d_м}\right) \left(\frac{1}{1 - \bar r_т^2}\right) \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \qquad (10.4.37)$$

Локальные значения осевой скорости в центральной и периферийной зонах $w_1(r)$ и $w_2(r)$ могут быть выражены через циркуляционный расход как

$$w_1(r) = \frac{2q}{\pi R^2 \beta_1} \left[\bar r_в^2 - \bar r^2 + \frac{\bar r_т^2 - \bar r_в^2}{\ln (\bar r_т/\bar r_в)} \ln \frac{\bar r}{\bar r_в}\right] \quad \text{при } r_в \leqslant r \leqslant r_т \qquad (10.4.38а)$$

$$w_2(r) = \frac{2q}{\pi R^2 \beta_2} \left[\bar r_т^2 - \bar r^2 + \frac{1 - \bar r_т^2}{\ln (1/\bar r_т)} \ln \frac{\bar r}{\bar r_т}\right] \quad \text{при } r_т \leqslant r \leqslant R \qquad (10.4.38б)$$

Приведенные уравнения для расчета q и $w(r)$ включают величину $r_т$ — радиус границы зон восходящего и нисходящего потока. Для шнековых мешалок с направляющей трубой радиус $r_т$ равен радиусу трубы. В аппаратах с ленточными мешалками, а также со шнековыми мешалками без направляющей трубы положение границы $r_т$ определяется условием сопряжения профилей скорости восходящего и нисходящего потоков:

$$\tau = \mu \frac{dw_1(r)}{dr} = -\mu \frac{dw_2(r)}{dr} \quad \text{при } r = r_т \qquad (10.4.39)$$

Подставляя в это равенство выражения осевой скорости (10.4.38), получаем:

$$\frac{1}{\beta_1} \left[2\bar r_т - \frac{\bar r_т^2 - \bar r_в^2}{\bar r_т \ln (\bar r_т/\bar r_в)}\right] = \frac{1}{\beta_2} \left[\frac{1 - \bar r_т^2}{\bar r_т \ln (1/\bar r_т)} - 2\bar r_т\right] \qquad (10.4.40)$$

Уравнение (10.4.40) допускает только численное решение, поэтому для практических расчетов удобнее пользоваться аппроксимационной формулой [13]

$$\bar r_т = 0{,}57 + 0{,}36 \bar r_в \qquad (10.4.41)$$

Для ленточной и шнековой мешалок уравнения (10.4.40) и (10.4.41) согласуются с экспериментальными данными; для ленточной мешалки со скребками значение $\bar r_т$ несколько ниже расчетного * [11] и может быть принято равным 0,5.

* Это вызваио, по-видимому, увеличеннем сопротивления осевому потоку в периферийной зоне из-за наличия дополнительных конструктивных элементов (см. рис. 1.6).

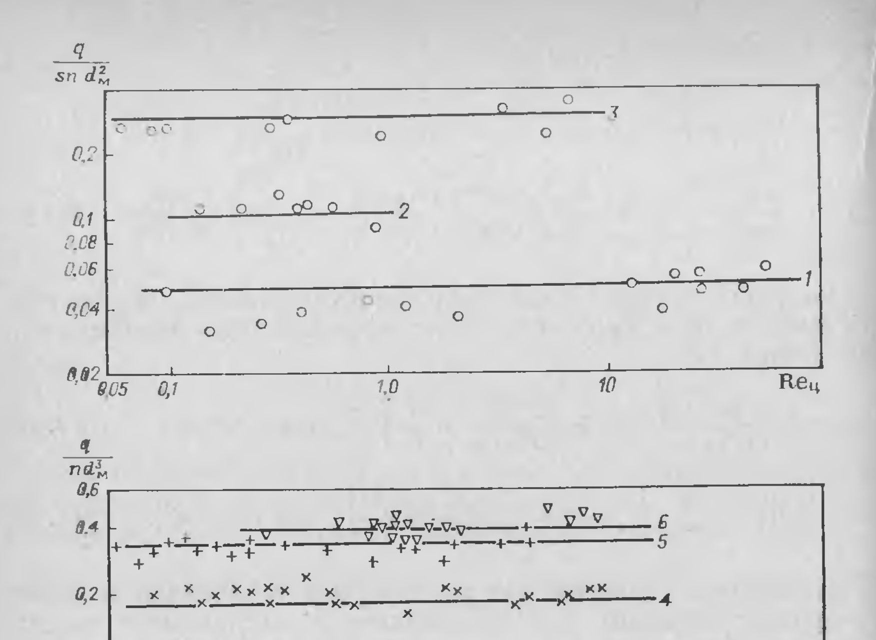


Рис. 10.18. Циркуляционный расход в аппаратах с ленточными и шнековыми мешалками ($s/d_м = 1$).

Сплошные линии — расчетные; точки — опытные данные.

Линии и точки	Тип мешалки	$\frac{D}{d_м}$	$\frac{h_л}{d_м}$	$\frac{H}{D}$	$z_л$	$\frac{b_л}{d_м}$	$\frac{r_в}{r_0}$	$\frac{d_т}{d_п}$	Литература
1	Ленточная	1,1	2,15	2,5	2	0,1	0,16	—	[12]
2	Шнековая	1,75	3	2,3	1	—	0,4	—	Данные авторов
3	Шнековая с трубой	1,75	3	2,3	1	—	0,4	1,03	[16]
4	То же	1,58	1,5	1,0	1	—	0,25 *	1,1	[50]
5	»	2,3	1,5	1,0	1	—	0,25 *	1,1	[50]
6	»	3,19	1,5	1,0	1	—	0,25 *	1,1	[50]

* Принято условно.

Результаты расчета циркуляционного расхода в аппаратах со шнековыми и ленточными мешалками и экспериментальные данные, полученные в работах [12, 16, 50—52] с использованием различных методов измерения, приведены на рис. 10.18 и 10.19, расчетный и опытный профиль осевой скорости [16] — на рис. 10.15. Измерение циркуляционного расхода в работах [12, 16, 50] осуществлялось путем определения среднего (по 10—15 замерам) времени циркуляции частицы с плотностью, равной плотности среды, а скорость осевого потока находилась [16] по времени прохождения частицей мерного отрезка пути. В работе [51] при измерении циркуляционного расхода в аппарате со шнеком в направляющей трубе использован

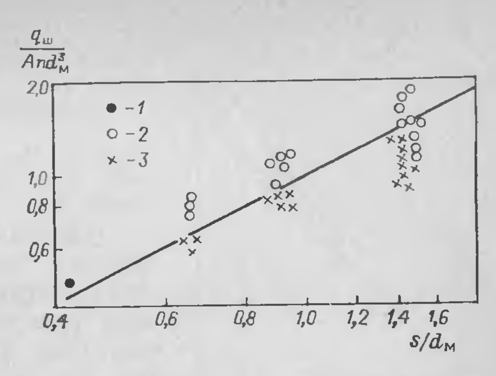
Рис. 10.19. Зависимость циркуляционного расхода в аппарате со шнековой мешалкой и направляющей трубой от шагового отношения.

Прямая линия — расчет по уравнению (10.4.35), точки — опытные данные [51].

$$A = \frac{\lambda_ц}{64}\left(\frac{D}{d_м}\right)^2\left(\frac{h}{H}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1 - r_в/r_0}{\bar r_т^2 - \bar r_в^2}\right)\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_1+\beta_2}$$

Значения $D/d_м$: 1 — 1,6; 2 — 2,09; 3 — 2,85.



другой метод: жидкость из трубы отводилась в кольцевой лоток, и измерялся объем жидкости, накапливаемый за определенный промежуток времени.

Необходимо заметить, что приведенные выше уравнения и экспериментальные данные относятся к случаям, когда высота мешалки $h_л$ мало отличается от высоты аппарата ($h_л \geqslant 0{,}7H$). При небольших значениях $h_л/H$ имеет место локальная циркуляция вблизи мешалки и слабое перемешивание остальной жидкости.

При перемешивании неньютоновских жидкостей [53] осевое усилие ленточных и шнековых мешалок с достаточной точностью (рис. 10.20) отвечает уравнениям (10.4.27) и (10.4.31) при условии, что в качестве вязкости при расчете крутящего момента используется эффективная вязкость, определяемая по формулам (10.3.19). С учетом этих соотношений

$$P_{0ш} = \frac{z_л}{2}\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^{m-1}\left(1 - \frac{r_в}{r_0}\right)h_л sK\lambda_ц^m n^m \qquad (10.4.42)$$

$$P_{0л} = \frac{z_л}{2}\left[\frac{\pi}{\lambda_0}\left(\frac{d_м}{b_п} - 1\right)\right]^{m-1} h_л sK\lambda_n^m n^m \qquad (10.4.43)$$

Уравнения профиля осевой скорости в кольцевых каналах центральной и периферийной зон при течении «степенной» жидкости в соответствии с (10.2.9) приобретают вид:

$$w_1(r) = R\left(\frac{\Delta p_1 R}{2HK}\right)^{1/m}\int_{\bar r_в}^{\bar r}\left(\frac{\bar r_{m1}^2}{\bar r} - \bar r\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_в \leqslant \bar r \leqslant \bar r_{m1} \qquad (10.4.44а)$$

$$w_1(r) = R\left(\frac{\Delta p_1 R}{2HK}\right)^{1/m}\int_{\bar r}^{\bar r_т}\left(\bar r - \frac{\bar r_{m1}^2}{\bar r}\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_{m1} \leqslant \bar r \leqslant \bar r_т \qquad (10.4.44б)$$

$$w_2(r) = R\left(\frac{\Delta p_2 R}{2HK}\right)^{1/m}\int_{\bar r_т}^{\bar r}\left(\frac{\bar r_{m2}^2}{\bar r} - \bar r\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_т \leqslant \bar r \leqslant \bar r_{m2} \qquad (10.4.45а)$$

$$w_2(r) = R\left(\frac{\Delta p_2 R}{2HK}\right)^{1/m}\int_{\bar r}^{1}\left(\bar r - \frac{\bar r_{m2}^2}{\bar r}\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_{m2} \leqslant \bar r \leqslant 1 \qquad (10.4.45б)$$

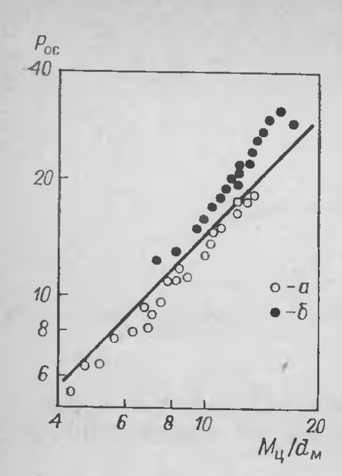


Рис. 10.20. Зависимость осевого усилия от величины крутящего момента для шнековой (*а*) и шнековой с направляющей трубой (*б*) мешалок ($d_м = 0{,}12$ м, $d_в/d_м = 0{,}25$, $s/d_м = 1{,}0$) при перемешивании неньютоновской жидкости (водного раствора КМЦ, $m = 0{,}5$).

где $\bar{r} = r/R$; r_{m1}, r_{m2} — значения радиуса максимума скорости в центральной и периферийной зонах, м.

Значения $\bar{r}_{m1}$ и $\bar{r}_{m2}$ определяются из условия сопряжения двух частей профиля скорости в каждой из зон численным интегрированием. Эта операция может быть упрощена с помощью графика (см. рис. 10.2), на котором

$$Y = r_{m1}/r_т \qquad \text{для } X = \bar{r}_в/\bar{r}_т;$$
$$Y = r_{m2}/R \qquad \text{для } X = \bar{r}_т \qquad (10.4.46)$$

Значения радиуса $\bar{r}_т$ для аппарата со шнековой мешалкой и направляющей трубой задаются на основе геометрических размеров аппарата и трубы. Для шнековой мешалки без направляющей трубы и ленточной мешалки $\bar{r}_т$ находится из условия (10.4.39), которое в соответствии с (10.2.8) принимает вид

$$\Delta p_1\left(\frac{\bar{r}_{m1}^2}{\bar{r}_т} - \bar{r}_т\right) = \Delta p_2\left(\bar{r}_т - \frac{\bar{r}_{m2}^2}{\bar{r}_т}\right) \qquad (10.4.47)$$

После преобразования получим:

$$\bar{r}_т = \sqrt{\frac{\bar{r}_{m2}^2 + \bar{r}_{m1}^2(\Delta p_1/\Delta p_2)}{1 + (\Delta p_1/\Delta p_2)}} \qquad (10.4.48)$$

Соотношение перепадов давления в зонах может быть рассчитано из условия неразрывности циркуляционного потока. В соответствии с (10.2.11):

$$q = \pi R^3\left(\frac{\Delta p_1 R}{2HK}\right)^{1/m}\Omega_1 = \pi R^3\left(\frac{\Delta p_2 R}{2HK}\right)^{1/m}\Omega_2 \qquad (10.4.49)$$

где

$$\Omega_1 = \int_{\bar{r}_в}^{\bar{r}_т}\left|\bar{r}_{m1}^2 - \bar{r}^2\right|^{\frac{1}{m}+1}\bar{r}^{-\frac{1}{m}}\,dr; \qquad \Omega_2 = \int_{\bar{r}_т}^{1}\left|\bar{r}_{m2}^2 - \bar{r}^2\right|^{\frac{1}{m}+1}\bar{r}^{-\frac{1}{m}}\,d\bar{r} \qquad (10.4.50)$$

Отсюда

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1}\right)^m \qquad (10.4.51)$$

Используя это соотношение, приведем выражение (10.4.48) к виду

$$\bar{r}_т = \sqrt{\frac{\bar{r}_{m2}^2 + \bar{r}_{m1}^2(\Omega_2/\Omega_1)^m}{1 + (\Omega_2/\Omega_1)^m}} \qquad (10.4.52)$$

Решение уравнений (10.4.50) и (10.4.52) в общем случае может быть выполнено только численно. Для практических расчетов удобнее использовать график (см. рис. 10.3), с помощью которого величины Ω_1 и Ω_2 определяются как *

$$\Omega_1 = \frac{\bar{r}_т(\bar{r}_т - \bar{r}_в)^{2+(1/m)}}{2 + (1/m)}\,\Theta(X) \qquad \text{при } X = \bar{r}_в/\bar{r}_т;$$

$$\Omega_2 = \frac{(1 - \bar{r}_т)^{2+(1/m)}}{2 + (1/m)}\,\Theta(X) \qquad \text{при } X = \bar{r}_т \qquad (10.4.53)$$

езультаты численного решения уравнения (10.4.52) совместно с (10.2.10) для некоторых значений $\bar{r}_в = r_в/R$ представлены ** на рис. 10.21.

Связь между осевым циркуляционным потоком и характеристиками мешалок и аппарата устанавливается путем совместного рассмотрения уравнения (10.4.49) и (10.4.17) с учетом выражений (10.4.26) для шнековой мешалки

$$q_ш = \frac{\pi^2}{4}\frac{\lambda_п}{\lambda_0}\left(\frac{D}{d_м}\right)^3\left\{\frac{z_п\lambda_0\,sh\,[1 - (r_в/r_0)\cdot}{4\pi^2 HD\left(\bar{r}_т^2 - \bar{r}_в^2\right)\left(\Omega_1^m + \Omega_2^m\right)}\right\}^{1/m}\Omega_1\Omega_2 n d_м^3 \qquad (10.4.54)$$

и (10.4.31) для ленточной мешалки

$$q_л = \frac{\pi^2}{8}\frac{\lambda_п}{\lambda_0}\left(\frac{D}{d_м}\right)^3\left(\frac{d_м}{b_л} - 1\right)\times$$
$$\times\left[\frac{z_п\lambda_0 sh}{2\pi^2 HD\left(\frac{d_м}{b_л} - 1\right)\left(1 - \bar{r}_т^2\right)\left(\Omega_1^m + \Omega_2^m\right)}\right]^{1/m}\Omega_1\Omega_2 n d_м^3 \qquad (10.4.55)$$

Используя полученные выражения q, преобразуем уравнения радиального распределения осевой скорости (10.4.44) и (10.4.45), подставив в них выражения Δp_1 и Δp_2, которые следуют из уравнений (10.4.50)·

$$\Delta p_1 = \frac{2HK}{R}\left(\frac{q}{\pi R^3\Omega_1}\right)^m; \qquad \Delta p_2 = \frac{2HK}{R}\left(\frac{q}{\pi R^3\Omega_2}\right)^m \qquad (10.4.56)$$

* Когда температура сказывается только на величине K, а значение m сохраняется неизменным, наличие перепада температур между зонами практически не изменяет значения $r_т$.

** При $\bar{r}_в = 0$ максимум осевой скорости в центральной зоне соответствует $r = 0$, т. е. $\bar{r}_{m1} = 0$. Значение Ω_1 в этом случае: $\Omega_1 = \left(\frac{m}{1+3m}\right)\bar{r}_т^{3+(1/m)}$.

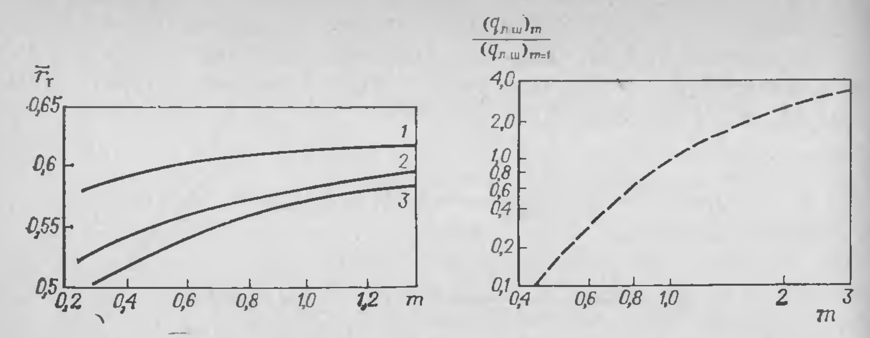


Рис. 10.21. Зависимость радиуса границы зон циркуляционного контура от m и $\bar r_в$. Значения $\bar r_в$: 1 — 0,1; 2 — 0,01; 3 — 0.

Рис. 10.22. Зависимость циркуляционного расхода от m для ленточных и шнековых мешалок.

В результате преобразования получим:

$$w_1(r) = \frac{q}{\pi R^2\Omega_1}\int_{\bar r_в}^{\bar r}\left(\frac{\bar r_{m1}^2}{\bar r} - \bar r\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_в \leqslant \bar r \leqslant \bar r_{m1} \tag{10.4.57а}$$

$$w_1(r) = \frac{q}{\pi R^2\Omega_1}\int_{\bar r}^{\bar r_т}\left(\bar r - \frac{\bar r_{m1}^2}{\bar r}\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_{m1} < \bar r \leqslant \bar r_т \tag{10.4.57б}$$

$$w_2(r) = \frac{q}{\pi R^2\Omega_2}\int_{\bar r_т}^{\bar r}\left(\frac{\bar r_{m2}^2}{\bar r} - \bar r\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_т \leqslant \bar r \leqslant \bar r_{m2} \tag{10.4.58а}$$

$$w_2(r) = \frac{q}{\pi R^2\Omega_2}\int_{\bar r}^{1}\left(\bar r - \frac{\bar r_{m2}^2}{\bar r}\right)^{1/m} d\bar r \quad \text{при } \bar r_{m2} \leqslant \bar r \leqslant 1 \tag{10.4.58б}$$

Уравнения (10.4.54)—(10.4.58) позволяют проводить расчет циркуляционного расхода и профиля осевой скорости неньютоновских сред при ламинарном режиме. Влияние величины показателя m на циркуляционный расход при постоянной частоте вращения мешалки иллюстрируется рис. 10.22.

10.5. НЕУРАВНОВЕШЕННЫЕ РАДИАЛЬНЫЕ НАГРУЗКИ НА ВАЛЫ ШНЕКОВЫХ МЕШАЛОК *

Особенностью обычно применяемых однолопастных (однозаходных) шнековых мешалок, отличающей их от мешалок других типов, является отсутствие осевой симметрии. В связи с этим на вал мешалки действует изгибающий момент, вызванный наличием неуравновешенных радиальных гидродинамических нагрузок.

* Излагаемые ниже результаты получены авторами совместно с Ю. Л. Братнским.

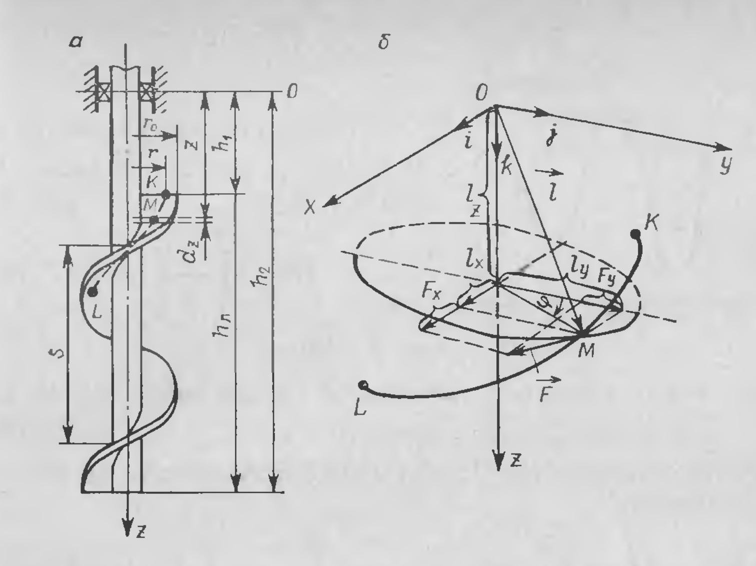


Рис. 10.23. Схемы крепления вала со шнековой мешалкой (а) и разложения радиус-вектора и тангенциального усилия, действующего на лопасть мешалки (б).

Для определения радиальных усилий, приложенных к мешалке, рассмотрим, следуя [54], элементарный участок лопасти шнековой мешалки (рис. 10.23) в окрестности точки M с координатами r и z. Элементарный момент относительно точки O, создаваемый тангенциальной силой dP, может быть представлен в виде векторного произведения

$$dM = d\vec P \times \vec l = \begin{vmatrix} i & j & k \\ dP_x & -dP_y & 0 \\ l_x & l_y & l_z \end{vmatrix} = -il_z\,dP_y - jl_z\,dP_x + k\,(l_y dP_x + l_x\,dP_y) \tag{10.5.1}$$

где i, j, k — орты, имеющие направления осей координат Ox, Oy и Oz в сторону их возрастания.

Первые два слагаемых уравнения (10.5.1) отражают изгибающий момент относительно точки O

$$d\vec M_{изг} = -il_z\,dP_y - jl_z\,dP_x \tag{10.5.2}$$

а третье слагаемое представляет собой выражение крутящего момента

$$d\vec M_{ц} = k\,(l_y\,dP_x + l_x\,dP_y) \tag{10.5.3}$$

Модули проекций векторов $\vec l$ и $d\vec P$ (рис. 10.23) определяются соотношениями

$$l_x = r\sin\varphi; \quad dP_x = \cos\varphi\,dP; \quad l_y = r\cos\varphi; \quad dP_y = \sin\varphi\,dP; \quad l_z = z \tag{10.5.4}$$

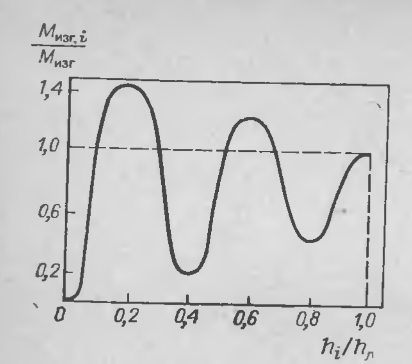


Рис. 10.24. Зависимость $M_{изг\,i}/M_{изг}$ от $h_i/h_л$ при $h_л/s = 2,5$, $h_2/s = 3,5$.

В соответствии с данными раздела 10.2, модуль вектора $d\vec{P}$ может быть выражен как

$$dP = T\left(\frac{1}{r_0}\int_{r_н}^{r_0} r\,dr\right)dz \qquad (10.5.5)$$

где $T = \pi\lambda_п\mu n$.

Связь между углом φ и координатой z имеет вид

$$\varphi = 2\pi z/s \qquad (10.5.6)$$

С учетом зависимостей (10.5.4) и (10.5.5) определим вектор изгибающего момента:

$$\vec{M}_{изг} = T\left(-i\int_{h_1}^{h_2}\int_{r_в}^{r_0} z\sin\varphi\frac{1}{r_0}\,dr\,dz - j\int_{h_1}^{h_2}\int_{r_в}^{r_0} z\cos\varphi\frac{1}{r_0}\,r\,dr\,dz\right) \qquad (10.5.7)$$

Введем обозначения

$$\varphi_1 = 2\pi h_1/s; \qquad \varphi_2 = 2\pi h_2/s \qquad (10.5.8)$$

и, учитывая соотношение (10.5.6), произведем замену переменной:

$$z = \frac{s}{2\pi}\varphi; \qquad dz = \frac{s}{2\pi}d\varphi \qquad (10.5.9)$$

После интегрирования уравнения (10.5.7) получим:

$$\vec{M}_{изг} = T\,\frac{r_0 s^2}{8\pi}\left[1-\left(\frac{r_в}{r_0}\right)^2\right]\left(-i\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\varphi\sin\varphi\,d\varphi - j\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\varphi\cos\varphi\,d\varphi\right) =$$

$$= T\frac{r_0 s^2}{8\pi}\left[1-\left(\frac{r_в}{r_0}\right)^2\right](-ia - jb) \qquad (10.5.10)$$

где

$$a = \sin\varphi_2 - \sin\varphi_1 - \varphi_2\cos\varphi_2 + \varphi_1\cos\varphi_1;$$

$$b = \cos\varphi_2 - \cos\varphi_1 + \varphi_2\sin\varphi_2 - \varphi_1\sin\varphi_1$$

Абсолютная величина изгибающего момента определяется отсюда как

$$M_{изг} = T\frac{r_0 s^2}{8\pi}\left[1-\left(\frac{r_в}{r_0}\right)^2\right]\sqrt{a^2+b^2} \qquad (10.5.11)$$

На рис. 10.24 представлена зависимость отношения момента $M_{изг\,i}$ (при глубине погружения мешалки в перемешиваемую жидкость $h_i = h_2 - h_{1i}$ в случае изменения h_{1i} от h_1 до h_2) к моменту $M_{изг}$ (при полной глубине погружения мешалки $h_л = h_2 - h_1$) от $h_i/h_л$.

Из рис. 10.24 следует, что изгибающий момент по величине сопоставим с крутящим, а в некоторых случаях (особенно при нецелом отношении высоты мешалки к шагу винтовой линии) может его существенно превышать. Такие условия создаются, например, при опорожнении или заполнении аппарата с работающей мешалкой.

Пример 10.1. Рассчитать мощность, потребляемую на перемешивание, и циркуляционный расход неньютоновской жидкости ($K = 18$ Н·с^{0,56}/м^2, $m = 0,56$) в аппарате объемом 20 м^3 ($D = 2R = 2$ м, $H = 5,2$ м) с ленточной мешалкой со скребками. Конструкция скребково-ленточного устройства показана на рис. 1.6, *б*, основные характеристики: $r_в = 0$; диаметр ленточной мешалки — $D_1 = 2r_0 = 1,9$ м; радиус оси вертикальной штанги $R_ш = D_2/2 = 0,85$; высота ленточной мешалки $h_л = 5,2$ м; $s = 1,9$ м; ширина лопасти ленточной мешалки — $b_л = 0,19$ м; диаметр штанги $b_ш = 0,121$ м; ширина проекции скребка на радиальную плоскость — $b_с = 0,055$ м; $z_с = 6$; $z_л = 2$; $z_ш = 6$. Частота вращения мешалки $n = 0,53$ об/с ($\omega_0 = 3,33$ рад/с).

Р е ш е н и е. 1. Первым этапом расчета является определение значений крутящего момента, приложенного к отдельным элементам конструкции.

1.1. По рис. 10.7 значения коэффициентов сопротивления периферийных элементов $\lambda_п$: 1) для скребков $\lambda_п^с = 130$; при $c_с/b_с = 0$; 2) для лопастей ленточной мешалки $c_л = (D - D_1)/2 = (2 - 1,9)/2 = 0,05$ м при $c_л/b_л = 0,05/0,19 = 0,263$ значение $\lambda_п^л = 32$; 3) для вертикальных штанг $c_ш = (D - D_2 - b_ш)/2 = (2 - 1,7 - 0,121)/2 = 0,0895$ м при $c_ш/b_ш = 0,0895/0,121 = 0,74$ значение $\lambda_п^ш = 21$.

1.2. В соответствии с (10.2.32): $\lambda_о = 42$.

1.3. По (10.3.19):

$$\mu_{э.\,с} = K\left[\pi\frac{\lambda_п^с}{\lambda_0}\left(\frac{2R}{b_с} - 1\right)n\right]^{m-1} =$$

$$= 18\left[3,14\frac{130}{42}\left(\frac{2\cdot 1}{0,055} - 1\right)0,53\right]^{0,56-1} = 1,8\ \text{Па·с}$$

$$\mu_{э.\,л} = K\left[\pi\frac{\lambda_п^л}{\lambda_0}\left(\frac{2r_0}{b_л} - 1\right)n\right]^{m-1} =$$

$$= 18\left[3,14\frac{32}{42}\left(\frac{1,9}{0,19} - 1\right)0,53\right]^{0,56-1} = 6,2\ \text{Па·с}$$

$$\mu_{э.\,ш} = K\left[\pi\frac{\lambda_п^ш}{\lambda_0}\left(\frac{D_2 + b_ш}{b_ш} - 1\right)n\right]^{m-1} =$$

$$= 18\left[3,14\frac{21}{42}\left(\frac{1,7 + 0,121}{0,121} - 1\right)0,53\right]^{0,56-1} = 6,1\ \text{Па·с}$$

1.4. По (10.3.9):

$$M_{кр.\,с} = z_с\frac{1}{2}\lambda_п^с\mu_{э.с}h_л\left(1 - \frac{b_с}{2R}\right)^2\omega_0 R^2 =$$

$$= 6\cdot\frac{1}{2}\cdot 130\cdot 1,8\cdot 5,2\left(1 - \frac{0,055}{2}\right)^2 3,33\cdot 1^2 = 11\,500\ \text{Дж}$$

$$M_{\text{кр.л}} = z_{\text{л}} \frac{1}{2} \lambda_{\text{п}}^{\text{л}} \mu_{\text{э.л}} h_{\text{л}} \left(1 - \frac{b_{\text{л}}}{2r_0}\right)^2 \omega_0 r_0^2 =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 6{,}2 \cdot 5{,}2 \left(1 - \frac{0{,}19}{1{,}9}\right)^2 3{,}33 \cdot 0{,}95^2 = 2510 \text{ Дж}$$

$$M_{\text{кр.ш}} = z_{\text{ш}} \frac{1}{2} \lambda_{\text{п}}^{\text{ш}} \mu_{\text{э.ш}} h_{\text{л}} \left(1 - \frac{b_{\text{ш}}}{D_2 + b_{\text{ш}}}\right)^2 \omega_0 \left(\frac{D_2 + b_{\text{ш}}}{2}\right)^2 =$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 6{,}1 \cdot 5{,}2 \left(1 - \frac{0{,}121}{1{,}7 + 0{,}121}\right)^2 3{,}33 \left(\frac{1{,}7 + 0{,}121}{2}\right)^2 = 4810 \text{ Дж}$$

2. Второй этап расчета — определение мощности, потребляемой на перемешивание.

2.1. По (10.3.1):

$$M_{\text{кр}} = \sum_{k=1}^{z_{\text{п}}} M_{\text{п}k} = M_{\text{кр. с}} + M_{\text{кр. л}} + M_{\text{кр. ш}} = 11\,500 + 2510 + 4810 = 18\,820 \text{ Дж}$$

2.2. По (10.3.10):

$$N = \omega_0 M_{\text{кр}} = 3{,}33 \cdot 18\,820 = 62\,700 \text{ Вт} = 62{,}7 \text{ кВт}$$

3. Заключительный этап расчета — определение циркуляционного расхода.

3.1. По данным раздела 10.4 для скребково-ленточной мешалки: $\bar{r}_{\text{т}} = 0{,}5$.

3.2. По рис. 10.3: $\Theta_1 = 0{,}79$ при $X = \bar{r}_{\text{в}}/r_{\text{т}} = 0$; $\Theta_2 = 0{,}78$ при $X = \bar{r}_{\text{т}} = 0{,}5$.

3.3. По (10.4.53):

$$\Omega_1 = \frac{\bar{r}_{\text{т}} (\bar{r}_{\text{т}} - \bar{r}_{\text{в}})^{2+(1/m)}}{2 + (1/m)} \Theta_1 = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5^{3,79}}{3{,}79} 0{,}79 = 0{,}00755$$

$$\Omega_2 = \frac{(1 - \bar{r}_{\text{т}})^{2+(1/m)}}{2 + (1/m)} \Theta_2 = \frac{(1 - 0{,}5)^{3,79}}{3{,}79} 0{,}78 = 0{,}0155$$

3.4. По (10.4.55):

$$q = \frac{\pi^2}{8} \frac{\lambda_{\text{п}}^{\text{л}}}{\lambda_0} \left(\frac{D}{D_1}\right)^3 \left(\frac{D_1}{b_{\text{л}}} - 1\right) \left[\frac{z_{\text{л}} \lambda_0 s H}{2\pi^2 HD \left(\frac{D_1}{b_{\text{л}}} - 1\right)\left(1 - \bar{r}_{\text{т}}^2\right)\left(\Omega_1^m + \Omega_2^m\right)}\right]^{1/m} \times$$

$$\times \Omega_1 \Omega_2 n D_1^3 = \frac{3{,}14^2}{8} \frac{32}{42} \left(\frac{2}{1{,}9}\right)^3 \left(\frac{1{,}9}{0{,}19} - 1\right) \times$$

$$\times \left[\frac{2 \cdot 42 \cdot 1{,}9 \cdot 5{,}2}{2 \cdot 3{,}14^2 \cdot 5{,}2 \cdot 2{,}0 \left(\frac{1{,}9}{0{,}19} - 1\right)\left(1 - 0{,}5^2\right)\left(0{,}00755^{0,56} + 0{,}015^{0,56}\right)}\right]^{1,79} \times$$

$$\times 0{,}00755 \cdot 0{,}015 \cdot 0{,}53 \cdot 1{,}9^3 = 0{,}047 \text{ м}^3/\text{с} = 170 \text{ м}^3/\text{ч}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя/Пер. с нем. под ред. Л. Г. Лойцянского. М.: Наука, 1974. 712 с.
2. *Брагинский Л. Н.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1971, с. 47—52.
3. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И.* — ТОХТ, 1972, т. 6, № 2, с. 260—268.
4. *Бегачев В. И., Глухов В. П., Павлов Н. Г.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 82—84.

5. *Рейнер М.* Деформация и течение. Пер. с англ. под ред. Л. В. Никитина. М., Гостоптехиздат, 1963. 374 с.
6. *Рейнер М.* Реология/Пер. с англ. под ред. Э. И. Григолюка. М.: Наука, 1965. 324 с.
7. *Уилкинсон У. Д.* Неньютоновские жидкости/Пер. с англ. под ред. А. В. Лыкова. М.: Мир, 1964. 215 с.
8. *Астарита Дж., Марруччи Дж.* Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей/Пер. с англ. под ред. Ю. А. Буевича. М.: Мир, 1978. 310 с.
9. *Schilo D.* — Chem. Ing. Tech., 1969, Bd. 41, № 5—6, S. 253.
10. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Маньковский О. Н., Барабаш В. М.* — В кн.: Докл. Всес. конф. «Химреактор-5». Ч. 2. Уфа, 1974, с. 195—197.
11. *Бегачев В. И., Барабаш В. М., Доманский О. В., Ушаков В. Г.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 181—183.
12. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Васильцов Э. Л., Глухов В. П.* — ТОХТ, 1977, т. 11, № 3, с. 432—435.
13. *Бегачев В. И., Маньковский О. Н., Барабаш В. М., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1977, № 6, с. 891—897.
14. *Бегачев В. И., Гурвич А. Р., Васильцов Э. А., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1978, т. 12, № 6, с. 926—930.
15. *Бегачев В. И., Гурвич А. Р., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1980, т. 14, № 1, с. 106—112.
16. *Бегачев В. И., Гурвич А. Р., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1981, т. 15, № 4, с. 583—588.
17. *Fredrickson A. G., Bird R. B.* — Ind. Engng Chem., 1958, v. 50, № 3, p. 347—351.
18. *Хаппель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса/Пер. с англ. под ред. Ю. А. Буевича. М.: Мир, 1976. 632 с.
19. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Глухов В. П. и др.* — В кн.: Тепло- и массообмен в неньютоновских жидкостях. М.: Энергия, 1968, с. 279—285.
20. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И., Глухов В. П., Волчкова Л. Н.* — ТОХТ, 1971, т. 5, № 3, с. 446—452.
21. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1974, т. 8, № 1, с. 79—84.
22. *Фройштетер Г. Б., Денисенко В. Н.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 23—25.
23. *Seichter P.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1971, v. 49, № 2, p. 117—123.
24. *Procopec L., Ulbrecht V.* — Chem. Ing. Techn., 1970, Bd. 42, № 8, S. 530—535.
25. *Chavan V. V., Jhavery A. S., Ulbrecht J.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1972, v. 50, № 2, p. 147.
26. *Servinski M., Blasinski H.* — Chem. Stosow., 1960, v. 3, № 4, p. 325.
27. *Nagata S., Yanagimoto M., Yokoyama T.* — Chem. Engng Japan, 1957, v. 21, № 5, p. 278.
28. *Mitsuishi N., Hirai N.* — Chem. Engng Japan, 1970, v. 2, № 2, p. 217.
29. *Novak V., Reiger F.* — Trans. Inst. Chem. Eng. 1969, v. 47, № 10, p. 253.
30. *Hoogendorn C. J., Hartog A. P.* — Chem. Engng Sci., 1967, v. 22, № 12, p. 1689—1693.
31. *Reher E. O., Böhm R.* — Chem. Techn., 1970, Bd. 22, № 3, S. 136—140.
32. *Hall K. R., Godfrey B. I.* — Trans. Inst. Chem. Engrs (London), 1970, v. 48, № 7—10, p. 1.
33. *Gray J. B.* — Chem. Engng Progr., 1963, v. 59, № 3, p. 55.
34. *Johnston R. T.* — Ind. Engng Chem., Proc. Des. Dev., 1967, v. 6, № 3, p. 340.
35. *Бортников И. И., Павлушенко И. С., Медведев В. Д.* — Хим. и нефт. машиностр., 1973, № 7, с. 4—5.
36. *Nagata S., Yanagimoto M., Yokoyama T.* — Mem. Fac. Engng Kyoto Univ., 1956, v. 18, № 4, p. 444.
37. *Ullrich H., Schreiber H.* — Chem. Ing. Techn., 1967, Bd. 39, № 5/6, S. 218.
38. *Штербачек З., Тауск П.* Перемешивание в химической промышленности. Л.: Госхимиздат, 1963. 416 с.
39. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Глуз М. Д., Малышев Г. А., Павлушенко И. С.* — В кн.: Перемешивающие устройства. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1967, с. 85—91.

40. *Стренк Ф.* Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
41. *Холланд Ф., Чапман Ф.* Химические реакторы и смесители для жидкофазных процессов. М.: Химия, 1974. 208 с.
42. *Консетов В. В.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 66—68.
43. *Глуз М. Д., Павлушенко И. С.* — ЖПХ. 1966, т. 39, № 12, с. 2719.
44. *Schilo D.* — Dissertation, Technischen Universitat. Berlin, 1968. 136 S.
45. *Metzner A. B., Otto R. E.* — AIChEJ, 1957, v. 3, № 1, p. 3—7.
46. *Calderbank P. V. Moo-Young M. B.* — Trans. Chem. Eng., 1962, v. 39, № 3, p. 337—344.
47. *Reiger F., Novak V.* — Trans. Inst. Chem. Engrs, 1973, v. 51, № 2, p. 105.
48. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Госэнергоиздат, 1964. 365 с.
49. *Novak V., Reiger F.* — Chem. Prûm., 1972, t. 22, № 8, s. 375.
50. *Novak V., Reiger F.* — Chem. Eng. J., 1975, v. 9, № 1, p. 63.
51. *Sykora S.* — Colln. Czech. Chem. Communs, 1966. v. 31, № 12, s. 2664.
52. *Holland F. A., Chapman F. S.* Liquid Mixing and Processing in Stirred Tanks. N.-Y.: Reinhold Publ. Corp., 1966.
53. *Гирвич А. Р.* Автореф. канд. дисс. Л.: ЛТИ им. Ленсовета, 1979. 22 с.
54. *Бегачев В. И.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 112—114.

Глава 11

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ И ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ ВЫСОКОВЯЗКИХ СРЕД

Одна из основных задач перемешивания высоковязких сред, так же как и маловязких, состоит в достижении равномерного распределения смешиваемых веществ, теплоты или частиц дисперсной фазы. В то же время характер влияния структуры поля скоростей и свойств перемешиваемой среды на протекание этих процессов при ламинарном режиме существенно отличен. Одно из отличий заключается в том, что влияние массовых (гравитационных, центробежных) сил, действующих на взвешенные в потоке частицы и способствующих разделению гетерогенных систем, в высоковязких средах обычно проявляется в незначительной степени. При вязкостях, соответствующих ламинарному режиму перемешивания, осаждение взвешенных частиц имеет также ламинарный характер и может быть описано уравнением Стокса:

$$w_{oc} = \frac{d_ч^2 (\rho_ч - \rho) g}{18\mu} \qquad (11.1)$$

где $d_ч$ — размер частиц, м; $\rho_ч$, ρ — плотность частиц и жидкости, кг/м³; μ — динамическая вязкость жидкости, Па·с; g — ускорение свободного падения, м/с².

Оценки показывают, что скорость осаждения частиц составляет обычно менее 1 мм/с, т. е. значительно меньше скорости течения перемешиваемой среды. Таким образом, при анализе распределения концентраций взвешенных частиц и капель перемешиваемую среду

можно рассматривать как квазигомогенную *, и расчет может проводиться по тем же уравнениям, что и расчет переноса растворенных веществ.

Другая отличительная особенность перемешивания высоковязких сред состоит в том, что перенос растворенных веществ и теплоты в ламинарном потоке осуществляется значительно медленнее, чем в турбулентном, и поэтому, несмотря на существенное снижение коэффициентов теплоотдачи с повышением вязкости среды, неоднородность поля температуры в данном случае оказывает гораздо большее, а часто и определяющее влияние на интенсивность теплообмена. Протекание процессов массообмена с дисперсной фазой при перемешивании высоковязких сред обычно также контролируется переносом целевых компонентов в сплошной фазе.

11.1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИЙ РАСТВОРЕННЫХ ВЕЩЕСТВ

В большинстве практических случаев при выборе типа и размеров мешалки и частоты ее вращения для перемешивания высоковязких сред основным вопросом является время смешения — время достижения требуемой степени однородности поля концентраций. Благодаря простоте методов измерения (визуальное наблюдение за распределением окраски, кондуктометрическое измерение изменения концентрации электролита [1, 2] или измерение времени выравнивания температуры при импульсном вводе подогретой жидкости [3]), накоплен большой объем экспериментальной информации о времени смешения в аппаратах с мешалками различных типов [1—16]. Эти данные в сочетании с данными о мощности использованы в ряде работ [2, 3, 8, 14, 17, 18] для оценки сравнительной эффективности мешалок. Результаты сравнения показали, что в условиях ламинарного режима ленточные и шнековые мешалки обладают значительными преимуществами перед мешалками других типов (турбинными, рамными и т. д.) вследствие создания интенсивной осевой циркуляции, охватывающей основную часть объема аппарата. Имеющиеся сведения о механизме перемешивания при ламинарном режиме и результаты прямых наблюдений показывают, что при слоистом движении жидкости процесс обмена веществом протекает исключительно медленно, и поэтому в данном случае окружное течение жидкости, в отличие от турбулентного режима, обеспечивает перенос трассера главным образом по окружности и лишь в незначительной степени — по радиусу и высоте аппарата. При наличии осевой циркуляции (см. рис. 10.14) на поворотах потока при его переходе из центральной зоны в периферийную и обратно резкое изменение направления течения приводит к перестройке профиля скорости и к возникновению сдвиговых деформаций [19, 20], способствующих перемещению элементов жидкости из слоя в слой. Такая упрощенная схема про-

---

* Такой подход оправдан при $w_{oc} \leq 0{,}1w$, где w — осевая составляющая скорости среды, м/с.

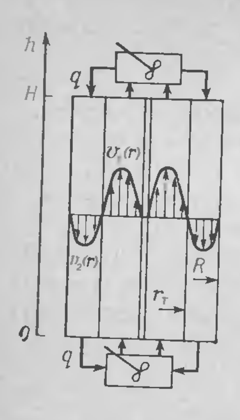


Рис. 11.1. Схема смешения в аппарате с ленточной мешалкой.

текания процесса переноса при наличии осевой циркуляции используется ниже в качестве основы для описания процесса выравнивания концентраций при перемешивании ленточными и шнековыми мешалками.

Ленточные мешалки. Расчет процесса переноса растворенного вещества основывается [21]* на использовании схемы, представленной на рис. 11.1. Учитывая, что на прямолинейных участках восходящего и нисходящего потока радиальное и продольное (вдоль линии тока) перемешивание незначительно, и полагая распределение концентраций осесимметричным, опишем процесс неустановившегося переноса трассера циркуляционным потоком уравнениями

$$\frac{\partial c_1}{\partial \tau} - w_1(r)\frac{\partial c_1}{\partial h} = 0 \qquad \text{при } r_{\text{в}} \leqslant r \leqslant r_{\text{т}} \tag{11.1.1}$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial \tau} + w_2(r)\frac{\partial c_2}{\partial h} = 0 \qquad \text{при } r_{\text{т}} \leqslant r \leqslant R \tag{11.1.2}$$

Здесь $w_1(r)$, $w_2(r)$ — локальные значения скорости осевого течения в центральной (1) и периферийной (2) зонах, м/с; c_1, c_2 — локальные значения концентрации трассера в центральной и периферийной зонах; $r_{\text{в}}$, R — радиусы вала и аппарата, м; $r_{\text{т}}$ — радиус границы раздела центральной и периферийной зон (см. раздел 10.4).

В местах поворота потока на 180° имеет место интенсивное радиальное перемешивание, поэтому можно положить концентрацию трассера на входе в центральную зону постоянной по радиусу ($\partial c_1/\partial r = 0$ при $h = 0$) и равной

$$c_{1,\,\text{вх}} = \frac{2\pi}{q}\int_{r_{\text{т}}}^{R} c_2(\tau,\ r)\, r w_2(r)\, dr \tag{11.1.3}$$

где q — циркуляционный расход перемешиваемой среды, м³/с.

Аналогично на входе потока в периферийную зону:

$$c_{2,\,\text{вх}} = \frac{2\pi}{q}\int_{r_{\text{в}}}^{r_{\text{т}}} c_1(\tau,\ r)\, r w_1(r)\, dr \tag{11.1.4}$$

* Близкое описание процесса перемешивания в аппарате с ленточной мешалкой предложено в работе [22]. В ней специальными экспериментами по визуализации структуры потоков (использованы жидкие капсулированные кристаллы размером 10 мкм, изменяющие свой цвет под действием температуры) подтверждено наличие ярко выраженной осевой циркуляции.

Уравнения (11.1.1)—(11.1.4) в сочетании с граничными и начальными условиями, отражающими особенности ввода и вывода среды, и уравнениями радиального распределения осевой скорости (10.4.38) и (10.4.57), (10.4.58) образуют замкнутую систему, которая может быть решена численно. Для практических расчетов удобнее, однако, заменить эти уравнения конечно-разностной интерпретацией рассматриваемой модели [21]. Представим центральную и периферийную зоны состоящими каждая из z концентрических слоев толщиной $\Delta_i = (r_{\text{т}} - r_{\text{в}})/z$ в центральной и $\Delta_k = (R - r_{\text{т}})/z$ в периферийной зоне. Далее, каждый из рассматриваемых слоев представим как разделенный по высоте на m ячеек высотой H/m. При достаточно больших z и m каждая ячейка по объему мала по сравнению с объемом зоны и может рассматриваться как ячейка идеального смешения. При такой интерпретации уравнения (11.1.1) и (11.1.2) заменяются системой обыкновенных уравнений. Для центральной зоны

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{H}{m}\frac{dc_{i,1}}{d\tau} = w_i\,(c_{i,2} - c_{i,1})\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\frac{H}{m}\frac{dc_{i,j}}{d\tau} = w_i\,(c_{i,j+1} - c_{i,j})\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\frac{H}{m}\frac{dc_{i,m}}{d\tau} = w_i\left(\frac{\sum\limits_{k=z+1}^{2z} f_k w_k c_{k,m}}{\sum\limits_{k=z+1}^{2z} f_k w_k} - c_{i,m}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{11.1.5а}$$

для периферийной зоны

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{H}{m}\frac{dc_{k,1}}{d\tau} = w_k\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{z} f_i w_i c_{i,1}}{\sum\limits_{i=1}^{z} f_i w_i} - c_{k,1}\right)\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\frac{H}{m}\frac{dc_{k,j}}{d\tau} = w_k\,(c_{k,j-1} - c_{k,j})\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\frac{H}{m}\frac{dc_{k,m}}{d\tau} = w_k\,(c_{k,m-1} - c_{k,m})
\end{aligned}\right\} \tag{11.1.5б}$$

Здесь w_i, w_k — значения осевой скорости жидкости на радиусе r_i и r_k, м/с; r_i, r_k — значения радиуса i-го и k-го слоя, определяемые как

$$r_i = r_{\text{в}} + \frac{(r_{\text{т}} - r_{\text{в}})}{z}(i - 0{,}5); \qquad r_k = r_{\text{т}} + \frac{(R - r_{\text{т}})}{z}(k - z - 0{,}5) \tag{11.1.6}$$

f_i, f_k — площадь сечения i-го и k-го слоя, м²:

$$f_i = \pi\left(r_i^2 - r_{i-1}^2\right); \qquad f_k = \pi\left(r_k^2 - r_{k-1}^2\right) \tag{11.1.7}$$

Направление нумерации ячеек по высоте ($1 \leqslant j \leqslant m$) принято сверху вниз. Значение z выбирается таким образом, чтобы выполнялось условие неразрывности потока. Степень точности определяется величиной

$$\left| \sum_{k=z+1}^{2z} f_k w_k \Big/ \sum_{i=1}^{z} f_i w_i - 1 \right| \leqslant \varepsilon_q \tag{11.1.8}$$

Рекомендуется принимать значение ε_q порядка 0,01—0,03. Число ячеек по высоте m подбирается в ходе решения системы, исходя из условия достижения заданной точности ее решения.

На рис. 11.2 представлены результаты расчета концентрации при начальных условиях:

$$\text{при } \tau = 0 \qquad c_{k,1} = \frac{V}{\dfrac{H}{m} \sum\limits_{k=z+1}^{2z} f_k} \tag{11.1.9}$$

$$c_{i,j} = 0, \; i = 1, \ldots, z; \quad j = 1, \ldots, m$$

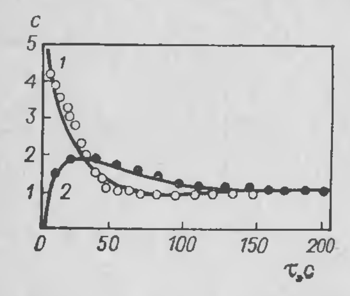
$$c_{k,j} = 0, \; k = z+1, \ldots, 2z; \quad j = 2, \ldots, m$$

которые соответствуют импульсному вводу трассера в верхнюю часть периферийной зоны. На этом же рисунке приведены результаты измерения концентрации трассера (HCl) в аппарате диаметром 140 мм с ленточной мешалкой диаметром 125 мм и частотой вращения 60 об/мин. Вязкость среды составляла 20 Па·с.

Результаты исследований [3, 21] показывают, что время смешения τ_c, понимаемое как время достижения данной степени однородности распределения концентраций, так же как и циркуляционный расход и профиль скорости (см. раздел 10.4), не зависит от вязкости среды. При этом между τ_c и q существует обратная пропорциональность *, что соответствует условию

$$\tau_c n = \text{const} \tag{11.1.10}$$

* Расчеты и эксперименты показывают, что неоднородность распределения концентраций порядка $\pm 3 \div 5$ % достигается обычно за время $\tau = (6 \div 7)\, V/q$.



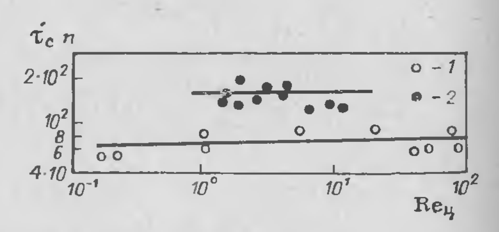


Рис. 11.2. Изменение концентрации трассера в аппарате при импульсном вводе. Сплошные линии — расчет по уравнениям (11.1.5), точки — опытные данные. *1* — ячейка $2z$, $j = 1$; *2* — ячейка $2z$, $j = m/2$.

Рис. 11.3. Зависимость величины $\tau_c n$ от $\mathrm{Re}_ц$: *1* — данные работы [3]; *2* — данные работы [21].

Рис. 11.4. Схема потока перемешиваемой среды в аппарате со шнековой мешалкой.

Отметим, что такой характер зависимости и выражения вида (11.1.10) получены во многих экспериментальных работах по измерению времени смешения [1—16].

Величина $\tau_c n$ зависит только от соотношения конструктивных размеров мешалки и аппарата; масштаб аппарата и свойства среды на эту величину не влияют. Это следует, в частности, из графика (рис. 11.3), построенного по данным [3, 21]. Значения $\tau_c n$, приведенные на рис. 11.3, соответствуют достижению в ячейке ($2z$, m) концентрации, равной 0,75 конечного значения.

Шнековые мешалки. Как следует из данных раздела 10.4, циркуляционный расход в аппаратах со шнековыми мешалками меньше, чем с ленточными при той же частоте вращения. В то же время экспериментальные результаты показывают, что для шнековых мешалок (см. табл. 11.1) значения произведения $\tau_c n$ в 2—3 раза ниже, чем для ленточных (рис. 11.3).

Отличительная особенность шнековых мешалок заключается в том, что ширина лопасти мешалки близка (для мешалок с направляющей трубой — практически равна *) к ширине центральной зоны, а окружная скорость лопасти существенно больше скорости жидкости, и благодаря этому в аппаратах со шнековыми мешалками перемешивание между слоями происходит не только в местах поворота потока, но и в значительной части объема.

Таким образом, при описании процесса перемешивания оказывается возможным [23] рассматривать центральную зону как зону идеального смешения (рис. 11.4). В этом случае изменение концентрации трассера в центральной зоне описывается уравнением

$$\frac{dc_1}{d\tau} - \frac{q}{\pi R^2 \left(\bar{r}_т^2 - \bar{r}_в^2\right) H} (c_{1,\,вх} - c_1) = 0 \tag{11.1.11}$$

* Аппараты со шнековыми мешалками характеризуются [26, 27] соотношениями $R/r_т \approx 1{,}6 \div 2{,}5$, $r_т/r_0 \approx 1{,}1$ (где r_0, $r_т$, R — радиусы мешалки, направляющей трубы и аппарата, м).

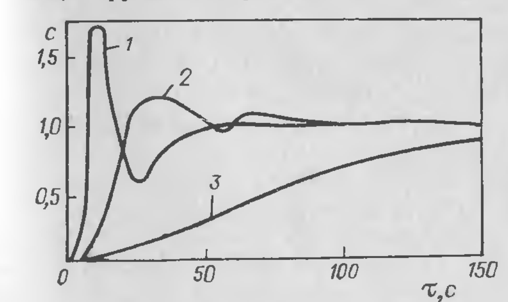


Рис. 11.5. Результаты расчета изменения концентрации трассера в точках аппарата с координатами h/H и r/R.

Кривые	h/H	r/R
1	1/6	0,29
2	5/6	0,79
3	5/6	0,98

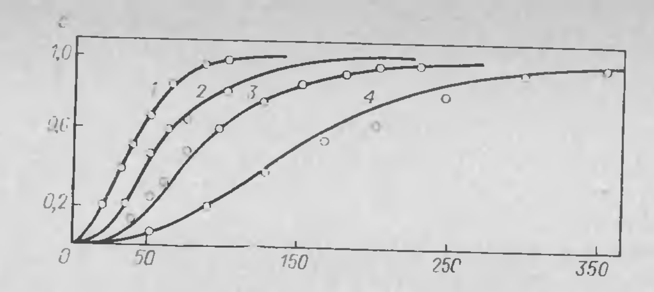


Рис. 11.6. Зависимость изменения концентрации трассера в точке объема с координатами $h/H = 5/6$ и $r/R = 0,98$ аппарата со шнековой мешалкой и направляющей трубой.
Сплошные линии — расчетные, точки — опытные данные [23] при частотах вращения мешалки (в об/с): *1* — 2; *2* — 1,4; *3* — 1,0; *4* — 0,63.

где $c_{I,\text{ вх}}$ — концентрация трассера на входе в центральную зону, определяемая по уравнению (11.1.3).

Перенос трассера в периферийной зоне описывается уравнениями (11.1.5б).

На рис. 11.5 и 11.6 приведены кривые выравнивания концентрации трассера в аппарате со шнековой мешалкой и направляющей трубой при начальных условиях, соответствующих импульсному вводу трассера в верхнюю часть центральной зоны. Аналогичные экспериментальные зависимости $c = f(\tau)$ получены также в работе [24]. Расчетные и экспериментальные кривые [23, 25] для аппаратов со шнековой мешалкой без направляющей трубы приведены на рис. 11.7, а значения $\tau_c n$ для мешалок с различными геометрическими характеристиками — в табл. 11.1.

Таблица 11.1. **Время выравнивания концентраций в аппаратах со шнековыми мешалками**

$D/d_м$	H/D	$h/d_м$	$s/d_м$	$d_т/d_м$	c	Значение $\tau_c n$		Литература
						расчетное	опытное	
1,58	1,0	1,4	0,715	1,1	0,75	45	52	[7]
1,54	1,0	1,4	1,38	1,08	0,75	45	48	[7]
1,58	1,0	1,5	1,0	1,1	0,98	70	63	[1]
2,22	1,0	2,0	0,67	1,1	0,75	100	80	[7]
2,5	1,25	3,1	1,15	1,15	0,75	110	75	[3]
1,75	2,3	3,0	1,0	1,04	0,98	210	220	[23]
1,75	2,3	3,0	1,0	1,04	0,75	110	115	[23]
1,75	2,3	3,0	1,0	—	0,98	480	470	[25]
1,75	2,3	3,0	1,0	—	0,75	260	250	[25]

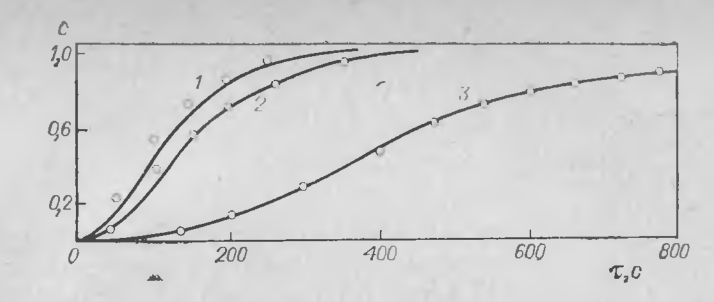


Рис. 11.7. Зависимость изменения концентрации трассера в точках объема с координатами $h/H = 5/6$ и $r/R = 0,98$ аппарата со шнековой мешалкой без направляющей трубы при частотах вращения мешалки (в об/с):
1 — 1,6; *2* — 1,2; *3* — 0,44; сплошные линии — расчетные.

11.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В АППАРАТАХ С ЛЕНТОЧНЫМИ МЕШАЛКАМИ ПРИ НАЛИЧИИ ИСТОЧНИКОВ И СТОКОВ ТЕПЛОТЫ

Закономерности переноса теплоты в объеме перемешиваемой среды принципиально аналогичны закономерностям переноса растворенных веществ, рассмотренным в предыдущем разделе. Отличительной чертой процессов теплопереноса является наличие источников или стоков теплоты, которые служат причиной возникновения разности температур в различных точках объема. Еще одна особенность протекания процессов, связанных с переносом теплоты, заключается в том, что при значительной разнице локальных значений температуры нарушается постоянство физических свойств среды, и в первую очередь — вязкости, что при ламинарном режиме может приводить к искажению поля скоростей. Последнее обстоятельство, однако, при расчете аппаратов может не приниматься во внимание. Дело в том, что целью перемешивания является предотвращение значительной неоднородности поля температуры в аппарате, и при обоснованном выборе условий перемешивания разница локальных значений температуры в основной части объема невелика (редко превышает 5—6 К), а вызванное ею изменение вязкости не может существенно повлиять на гидродинамическую обстановку.

Из числа технологических операций, при проведении которых основную роль играет перенос теплоты в ламинарном потоке перемешиваемой среды, можно выделить две основные группы. Это, во-первых, операции, связанные с нагревом или охлаждением перемешиваемой среды посредством внешних источников (теплоноситель в рубашке аппарата), и, во-вторых, процессы, характеризующиеся одновременно наличием внешнего теплообмена (нагрева или охлаждения) и внутренних распределенных источников или стоков теплоты. Выделение или поглощение теплоты в объеме перемешиваемой среды обычно является результатом химической реакции. Подход к математическому описанию распределения температуры в обеих рассматриваемых ситуациях аналогичен изложенному в разделе 11.1 применительно к переносу

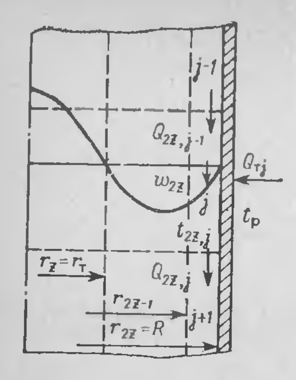


Рис. 11.8. Схема модели переноса теплоты.

$$Q_{2z,\ j-1} = \rho c_p w_{2z} f_{2z} t_{2z,\ j-1}; \qquad Q_{2z,\ j} = \rho c_p w_{2z} f_{2z} t_{2z,\ j}$$

$$Q_{\text{т},\ j} = 2\pi R \frac{H}{m} K\,(t_{\text{р}} - t_{2z,\ j})$$

растворенных веществ. Процесс переноса теплоты описывается уравнениями вида (11.1.5а), (11.1.5б) или (11.1.5б), (11.1.11), которые дополняются слагаемыми, учитывающими наличие источников или стоков теплоты. Например, в случае охлаждения вязкой среды в аппарате с ленточной мешалкой и рубашкой (рис. 11.8) изменение температуры описывается системой уравнений:

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{i,\ 1}}{d\tau} = w_i\,(t_{i,\ 2} - t_{i,\ 1})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{i,\ j}}{d\tau} = w_i\,(t_{i,\ j+1} - t_{i,\ j})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{i,\ m}}{d\tau} = w_i\,(t_{1,\ \text{вх}} - t_{i,\ m})$$

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{k,\ 1}}{d\tau} = w_k\,(t_{2,\ \text{вх}} - t_{k,\ 1}) \qquad (11.2.1)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{k,\ j}}{d\tau} = w_k\,(t_{k,\ j-1} - t_{k,\ j})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{k,\ m}}{d\tau} = w_k\,(t_{2,\ \text{вх}} - t_{k,\ m})$$

где $1 \leqslant i \leqslant z$; $z+1 \leqslant k \leqslant 2z-1$.

Уравнения для слоя $k = 2z$, граничащего со стенкой аппарата должны, в отличие от случая переноса вещества, учитывать также теплообмен с рубашкой. При постоянной температуре теплоносителя в рубашке $[t_{\text{р}}(\tau,\ h) = \text{const}]$:

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{2z,\ 1}}{d\tau} = w_{2z}\,(t_{2,\ \text{вх}} - t_{2z,\ 1}) + \frac{zK_{\text{р}}H\,(t_{\text{р}} - t_{2z,\ 1})}{m\,(R - r_{\text{т}})\,\rho c_p}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{2z,\ j}}{d\tau} = w_{2z}\,(t_{2z,\ j-1} - t_{2z,\ j}) + \frac{zK_{\text{р}}H\,(t_{\text{р}} - t_{2z,\ j})}{m\,(R - r_{\text{т}})\,\rho c_p} \qquad (11.2.2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{H}{m}\frac{dt_{2z,\ m}}{d\tau} = w_{2z}\,(t_{2z,\ m-1} - t_{2z,\ m}) + \frac{zK_{\text{р}}H\,(t_{\text{р}} - t_{2z,\ m})}{m\,(R - r_{\text{т}})\,\rho c_p}$$

В этих уравнениях $t_{i,\ j}$ — температура среды в ячейке i, j в момент τ; $t_{\text{р}}$ — температура теплоносителя в рубашке; $K_{\text{р}}$ — коэффициент теплопередачи.

Значения температуры на входе в центральную ($t_{1,\ \text{вх}}$) и периферийную ($t_{2,\ \text{вх}}$) зоны определяются, исходя из условия усреднения на поворотах потока (см. раздел 11.1) как

$$t_{1,\ \text{вх}} = \frac{\sum\limits_{k=z+1}^{2z} f_k w_k t_{k,\ m}}{\sum\limits_{k=z+1}^{2z} f_k w_k}; \quad t_{2,\ \text{вх}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{z} f_i w_i t_{i,\ 1}}{\sum\limits_{i=1}^{z} f_i w_i} \qquad (11.2.3)$$

Система (11.2.1)—(11.2.3) дополняется уравнениями, отражающими начальное распределение температуры в объеме аппарата. При постоянной начальной температуре во всем объеме:

$$t_{i,\ j} = t_{k,\ j} = t_0 \qquad \text{при } \tau = 0$$

При решении системы значения скорости слоев w_i, w_k и радиуса границы зон $r_{\text{т}}$ рассчитываются по уравнениям, приведенным в разделе 10.4, а параметры z и m (число концентрических слоев по радиусу и ячеек по высоте) определяются из условия достижения требуемой точности (см. раздел 11.1).

В работе [28] приведены результаты численного решения этой системы уравнений применительно к случаю охлаждения неньютоновской жидкости (раствор карбоксиметилцеллюлозы) в аппарате объемом 20 м³ со скребково-ленточной мешалкой. Диаметр аппарата составлял 2,06 м, высота 6,7 м, диаметр ленточной мешалки 1,96 м, частота вращения 30 об/мин. Конструкция аппарата подробно описана в [29]; коэффициент теплопередачи составлял 500 Вт/(м²·К). Как следует из расчетных и экспериментальных данных, область наибольших перепадов температуры соответствует области наименьших значений скорости циркуляционного потока (см. раздел 10.4).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Novak V., Reiger F.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1969, v. 47, N 10, p. 335—339
2. *Novak V., Reiger F.* — Chem. Eng. J., 1975, v. 9, N 1, p. 63—67.
3. *Hoogendorn C. G., Hertog A. P.* — Chem. Eng. Sci., 1967, v. 22, N 12, p. 1689.
4. *Chapman F., Holland F.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1965, v. 43, N 4, p. 131—137.
5. *Zlokarnik M.* — Chem. Ing. Tech., 1967, Bd. 39, N 3, S. 539—545.
6. *Ullrich H., Schriber H.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1967, v. 39, N 5—6, p. 218—223.
7. *Nagata S., Ionagimoto M., Iokoyama T.* — Kagaku Kogaku, 1957, v. 21, N 5, p. 278—285.
8. *Ford D. E., Mashkellar R. A., Ulbrecht J.* — Process Technology International, 1972, v. 17, N 10, p. 803—807.
9. *Gray J. B.* — Chem. Eng. Progr., 1963, v. 59, N 1, p. 55—58.
10. *Johnston R.* — Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev., 1967, v. 6, N 3, p. 340—344.
11. *Jensen W. P., Talton R. T.* Mixing — Theory Related to Practico. L.: Inst. Chem. Eng., 1965.
12. *Coyle C. K., Hirschland H. E., Michel B. J., Oldshne J. Y.* — AIChEJ., 1970, v. 16, N 6, p. 903—907.
13. *Hall K. R., Godfrey T. S.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1970, v. 48, N 2, p. 201—205.

14. *Nagata S., Nishikawa M., Katsube T., Tanashi K.* — Inst. Chem. Eng., 1972, v. 12, N 1, p. 175—178.
15. *Reher E. O., Lazer I.* — Chem. Tech., 1971, Bd. 23, N 9, S. 521—524.
16. *Reher E. O., Lazer I.* — Chem. Tech., 1971, Bd. 23, N 11, S. 657—660.
17. *Ho E. S., Kwong A.* — Chem. Eng., 1973, v. 80, N 17, p. 94—98.
18. *Novak V., Reiger F.* — Trans. Inst. Chem. Eng., 1977, v. 55, N 3, p. 202—209.
19. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя/Пер. с нем. под ред. Л. Г. Лойцянского. М.: Наука, 1974. 712 с.
20. *Рейнер М.* Деформация и течение/Пер. с англ. под ред. Л. В. Никитина. М.: Гостоптехиздат, 1963. 374 с.
21. *Бегачев В. И., Маньковский О. Н., Барабаш В. М., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1977, т. 11, № 6, с. 891—897.
22. *Koriyama M., Ohta M., Janagawa K. e. a.* — J. Chem. Eng. Japan, 1981, v. 14, № 4, p. 323—330.
23. *Бегачев В. И., Гурвич А. Р., Брагинский Л. Н.* — ТОХТ, 1981, т. 15, № 4, с. 583—588.
24. *Juge K., Oshima E.* — J. Chem. Eng. Japan, 1975, v. 8, № 2, p. 151.
25. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Маньковский О. Н., Барабаш В. М.* — В кн.: Доклады Всесоюзной конференции «Химреактор-5». Ч. 2. Уфа, 1974, с. 195.
26. *Васильцов Э. А., Ушаков В. Г.* Аппараты для перемешивания жидких сред. — Л.: Машиностроение, 1979. 272 с.
27. *Seichter P.* — Trans. Inst. Chem. Engrs, 1971, v. 49, № 2, p. 117—123.
28. *Бегачев В. И., Барабаш В. М., Доманский О. В., Ушаков В. Г.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 181—183.
29. *Доманский О. В., Осипов О. С., Вишняков В. Н.* — Хим. и нефт. машиностр., 1975, № 12, с. 35.

Глава 12

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ ВЫСОКОВЯЗКИХ И НЕНЬЮТОНОВСКИХ СРЕД

Интенсификация теплоотдачи к вязким жидкостям в аппаратах с мешалками обычно требует значительных затрат энергии. Поэтому аппараты с мешалками принято использовать для нагрева или охлаждения жидкостей в тех случаях, когда теплообмен сочетается с другой технологической операцией, требующей перемешивания (проведение химической реакции, усреднение состава и т. д.).

В тех случаях, когда отвод или подвод теплоты является единственной целью технологической операции, более эффективно применение специальных теплообменных аппаратов.

К числу таких аппаратов, предназначенных для нагрева и охлаждения высоковязких сред, относятся, например, роторно-скребковые трубчатые теплообменники (вотаторы), снабженные быстроходной скребковой мешалкой с частотой вращения до 3000 об/мин [1, 2]. По конструкции и характеру распределения температуры рассматриваемые устройства занимают промежуточное положение между аппаратами со скребковой мешалкой и трубчатыми теплообменниками. Как показывают результаты ряда исследований [3, 4], значения коэффициентов теплоотдачи в них соответствуют уравнению для скребковых мешалок (6.2.5). В то же время градиенты температуры в осевом направлении в аппаратах этого типа обычно во много раз превышают радиальные градиенты, тогда как для аппаратов с мешалками характерна обратная картина. Вопросы расчета вотаторов выходят за рамки данной книги; они изложены в ряде публикаций [1—4].

Основное содержание настоящей главы посвящено теплообмену в аппаратах с ленточными и шнековыми мешалками при ламинарном режиме *. Поскольку в некоторых случаях аппараты с мешалками рассматриваемых типов применяются для перемешивания жидкостей с изменяющейся вязкостью, ниже приведены также сведения о теплообмене в этих аппаратах при турбулентном режиме.

12.1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ НЬЮТОНОВСКИХ И НЕНЬЮТОНОВСКИХ СРЕД

Рассмотрим ламинарное течение жидкости после входа ее в некоторый прямоугольный канал (рис. 12.1). Непосредственно перед входом в канал жидкость имеет некоторую постоянную по всему сечению скорость $w_{ср}$ и температуру $t_{вх}$. При входе, в точке с координатой $l = 0$ происходит торможение тонкого слоя жидкости, соприкасающегося со стенкой ($w = 0$ при $r = R_{тр}$ и $l \geqslant 0$) и появляется динамический пограничный слой — область, в пределах которой имеется существенный градиент скорости по нормали к направлению течения. Поскольку расход жидкости сохраняется неизменным, торможение пристенного слоя должно сопровождаться одновременным увеличением скорости остальной части потока. По мере дальнейшего продвижения жидкости по каналу (трубе) торможение распространяется на все более удаленные от стенки слои, а скорость центральной части потока соответственно увеличивается. Наконец, на некотором расстоянии от входа пограничный слой распространяется на весь поток и профиль скорости стабилизируется. В случае течения ньютоновских жидкостей в трубе установившийся профиль скорости приобретает форму параболы, описываемой известным уравнением Гагена—Пуазейля, при этом скорость на оси трубы становится равной $w_{макс} = 2w_{ср}$. При течении неньютоновских

* В ряде случаев для перемешивания высоковязких сред применяются мешалки с трубчатыми лопастями, которые служат одновременно теплообменными элементами [5, 6].

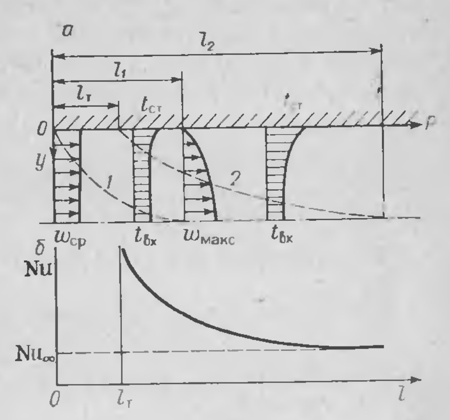


Рис. 12.1. Развитие динамического и температурного пограничных слоев (*а*) и изменение коэффициента теплоотдачи по длине канала (*б*):

1 — граница динамического слоя; *2* — граница температурного слоя.

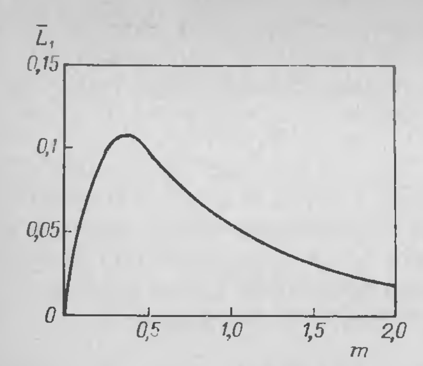


Рис. 12.2. Зависимость безразмерной длины участка динамической стабилизации в трубе от индекса неньютоновского поведения [8].

жидкостей [7], подчиняющихся «степенному» закону (10.1.4), скорость на оси трубы связана с величиной средней скорости, в соответствии с уравнением (10.1.14), соотношением

$$w_{\text{макс}} = w_{\text{ср}} \frac{3m+1}{m+1} \qquad (12.1.1)$$

где m — индекс неньютоновского поведения.

Начальный участок трубы ($0 \leqslant l \leqslant l_1$), в пределах которого практически заканчивается формирование пограничного слоя, называют участком динамической или гидродинамической стабилизации. Его длина определяется как

$$l_1 = \frac{d_э}{16}\left(\frac{6m+2}{m}\right)^m \mathrm{Re}_0 \bar{L}_1 \qquad (12.1.2)$$

Здесь $\mathrm{Re}_0 = \dfrac{\rho w_{\text{ср}}^{2-m} d_э^m}{\dfrac{K}{8}\left(\dfrac{6m+2}{m}\right)^m}$ — обобщенный критерий Рейнольдса*, K — консистентность степенной жидкости (см. раздел 10.1), $d_э$ — эквивалентный диаметр канала, определяемый по общеизвестным соотношениям [9].

Коэффициент $\bar{L}_1$ в общем случае зависит от формы канала и индекса неньютоновского поведения m. Как следует из [8, 11], его значения для труб и плоских каналов близки по величине и могут быть определены по рис. 12.2.

В случае, когда стенка трубы или канала имеет температуру $t_{\text{ст}}$, отличную от начальной температуры жидкости $t_{\text{вх}}$, одновременно с торможением пристенных слоев жидкости будет происходить нагрев (охлаждение) этих слоев за счет теплопроводности жидкости, т. е. будет развиваться тепловой (температурный) пограничный слой. Длина участка стабилизации теплового пограничного слоя l_2, определяемая как расстояние от входа, на котором значение коэффициента теплоотдачи α становится постоянным с точностью до 1 %, составляет [10] для ньютоновских жидкостей

$$l_2 = 0{,}05 d_э \,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr} \qquad (12.1.3)$$

Здесь $\mathrm{Re} = \rho w_{\text{ср}} d_э/\mu$ — критерий Рейнольдса, $\mathrm{Pr} = c_p\mu/\lambda$ — критерий Прандтля, c_p — удельная теплоемкость жидкости, Дж/(кг·К), μ — динамическая вязкость жидкости, Па·с, λ — теплопроводность жидкости, Вт/(м·К).

Из сопоставления (12.1.2) при $m = 1$ и (12.1.3) следует:

$$l_2/l_1 \approx 1{,}7\mathrm{Pr} \qquad (12.1.4)$$

* В работе [8] использована несколько иная форма выражения обобщенного критерия Рейнольдса.

Для высоковязких сред, перемешивание которых протекает при ламинарном режиме, критерий Прандтля может достигать 1000 и более, а протяженность участка тепловой стабилизации многократно превышает длину участка стабилизации профиля скорости. Таким образом, при достаточно большой протяженности канала в нем последовательно реализуются три режима теплоотдачи: 1) теплоотдача при одновременном формировании динамического и температурного пограничных слоев; 2) теплоотдача в условиях формирования температурного пограничного слоя при полностью сформировавшемся профиле скорости; 3) теплоотдача в условиях полностью сформировавшихся температурного и динамического слоев.

В последнем случае коэффициент теплоотдачи не зависит от координаты l и скорости потока, а критерий Нуссельта приобретает [9] постоянное значение. Для трубы

$$\mathrm{Nu}_\infty = \alpha d/\lambda = 3{,}66 \text{ при } \mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\, d/L \leqslant 12 \qquad (12.1.5)$$

для плоского канала:

$$\mathrm{Nu}_\infty = \alpha d_э/\lambda = 7{,}6 \text{ при } \mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}\,(d_э/L) \leqslant 70 \qquad (12.1.6)$$

где L — длина канала или трубы, м.

Анализ условий теплообмена применительно к первым двум режимам выполняется на основе гипотезы Левека [11]. Согласно этой гипотезе, при высоких значениях критерия Прандтля (строго говоря, при $\mathrm{Pr} \to \infty$) температурный пограничный слой (т. е. область, в которой происходит изменение температуры) сосредоточен в весьма малой пристенной области динамического слоя, где скорость жидкости w является линейной функцией расстояния от стенки:

$$w(y) = \dot{\gamma}_{\text{ст}} y \qquad (12.1.7)$$

Здесь $\dot{\gamma}_{\text{ст}} = \partial w/\partial y$ — скорость сдвига при $y = 0$, c^{-1}.

Уравнение переноса теплоты (без учета ее выделения за счет вязкого трения) может быть записано как

$$\frac{\partial t}{\partial l} = \frac{a}{\dot{\gamma}_{\text{ст}} y}\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \qquad (12.1.8)$$

где $a = \lambda/(\rho c_p)$ — коэффициент температуропроводности жидкости, м²/с.

Подстановкой

$$\eta = \frac{y\sqrt{\dot{\gamma}_{\text{ст}}}}{\left(9a\int\limits_{l_т}^{l}\sqrt{\dot{\gamma}_{\text{ст}}}\,dl\right)^{1/3}} \qquad (12.1.9)$$

уравнение (12.1.9) превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2t}{d\eta^2} - 3\eta\frac{dt}{d\eta} = 0 \qquad (12.1.10)$$

Решение этого уравнения дает [11]:

$$\alpha(l) = \frac{\lambda}{0{,}893} \sqrt{\dot\gamma_{\text{ст}}(l)} \quad \left(9a \int\limits_{l_{\text{т}}}^{l} \sqrt{\dot\gamma_{\text{ст}}(l)}\, dl\right)^{-1/3} \qquad (12.1.11)$$

Здесь $l_{\text{т}}$ — координата начала участка теплообмена.

Уравнение (12.1.11) в равной мере применимо для случаев течения ньютоновских и неньютоновских жидкостей. Следует заметить, однако, что оно получено на основе предположения об отсутствии влияния градиента температуры в пограничном слое на профиль скорости, а следовательно, и на коэффициент теплоотдачи. Для учета этого влияния принято [9, 10] использовать множитель * $(\mu/\mu_{\text{ст}})^{0,14}$, называемый обычно поправкой Зидера—Тейта. Применительно к неньютоновским средам эта поправка имеет вид [7]

$$\frac{\mu}{\mu_{\text{ст}}} = \left\{\frac{[(6m+2)/m]^m K}{\left[\left(\frac{6m+2}{m}\right)^m K\right]_{\text{ст}}}\right\}^{0,14} \qquad (12.1.12)$$

Для большинства жидкостей в ограниченном диапазоне температур оказывается возможным пренебречь зависимостью индекса m от температуры и использовать поправку в простой форме $(K/K_{\text{ст}})^{0,14}$, так что в общем виде

$$\alpha(l) = \frac{\lambda}{0{,}893} \sqrt{\dot\gamma_{\text{ст}}(l)} \left(9a \int\limits_{l_{\text{т}}}^{l} \sqrt{\dot\gamma_{\text{ст}}(l)}\, dl\right)^{-1/3} \left(\frac{K}{K_{\text{ст}}}\right)^{0,14} \qquad (12.1.13)$$

Определение скорости сдвига $\dot\gamma_{\text{ст}}(l)$ на участке, соответствующем гидродинамически стабилизированному течению ($l > l_1$), проводится на основании уравнений профиля скорости (10.4.45). Применительно к участку $l < l_1$, где динамическая стабилизация еще не произошла, определение скорости сдвига связано со значительными трудностями [11], и для оценки влияния начального участка на значение коэффициента теплоотдачи удобнее пользоваться простым уравнением

$$\text{Nu}_{\text{ср. 1}} = \text{Nu}\,[1 + 0{,}12\,(l_1/L)^{0,6}] \qquad (12.1.14)$$

которое получено в работе [8] в результате аппроксимации численного решения задачи.

Здесь L — длина канала, м; Nu — критерий Нуссельта на участке гидродинамической стабилизации.

Из приведенных уравнений и рис. 12.1 следует, что локальное значение коэффициента теплоотдачи оказывается наибольшим на участке гидродинамической стабилизации пограничного слоя и

* Индекс «ст» означает, что рассматриваемая величина соответствует температуре $t_{\text{ст}}$.

уменьшается по мере увеличения расстояния от точки входа теплоносителя до тех пор, пока не достигнет стационарного значения (12.1.5) или (12.1.6). Поэтому изменение длины участка невозмущенного течения оказывает в ряде случаев большее влияние, чем скорость потока, и наиболее высокая интенсивность теплообмена в аппаратах с мешалками достигается в тех случаях, когда их конструкция обеспечивает периодическое возмущение пограничного слоя.

12.2. ТЕПЛООТДАЧА В АППАРАТАХ СО ШНЕКОВЫМИ МЕШАЛКАМИ

Интенсивность теплоотдачи в аппаратах со шнековыми мешалками при ламинарном режиме практически полностью определяется характеристиками осевого течения в периферийной зоне аппарата. Оценки показывают, что при вязкостях и скоростях потока, соответствующих условиям перемешивания в промышленных аппаратах, произведение $\text{RePr}d_{\text{э}}/H$ обычно превышает 70. Это означает, что высота аппарата H достаточна для стабилизации гидродинамического и недостаточна для стабилизации температурного пограничного слоя. Как следует из уравнения (12.1.13), в рассматриваемых условиях коэффициент теплоотдачи зависит от координат $l_{\text{т}}$ и l, определяющих протяженность участка теплообмена, и величины скорости сдвига на стенке $\dot\gamma_{\text{ст}}(l)$. При осевом течении жидкости координата $l_{\text{т}}$ соответствует нижнему сечению приварки теплообменной рубашки, а протяженность участка теплообмена равна высоте рубашки h. Если пренебречь влиянием участка гидродинамической стабилизации и принять $\dot\gamma_{\text{ст}}$ постоянной, можно проинтегрировать выражение в правой части уравнения (12.1.13). Приняв $l_{\text{т}} = 0$, получим выражение для локального значения коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha(l) = 0{,}54\lambda \left(\frac{\dot\gamma_{\text{ст}}}{al}\right)^{1/3} \left(\frac{K}{K_{\text{ст}}}\right)^{0,14} \qquad (12.2.1)$$

Координата l в данном случае есть расстояние от начала теплообменной рубашки, измеряемое вдоль образующей стенки аппарата.

Отсюда средний по поверхности теплообмена коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha = \frac{1}{h} \int\limits_0^h \alpha(l)\, dl = 0{,}81\lambda \left(\frac{\dot\gamma_{\text{ст}}}{ah}\right)^{1/3} \left(\frac{K}{K_{\text{ст}}}\right)^{0,14} \qquad (12.2.2)$$

Величина $\dot\gamma_{\text{ст}}$ определяется путем дифференцирования уравнения профиля осевой скорости в периферийной зоне (10.4.45):

$$\dot\gamma_{\text{ст}} = \left(\frac{dw(r)}{dr}\right)_{r=R} = \frac{q\left(1 - \bar r_m^2\right)^{1/m}}{\pi R^3 \Omega_2} \qquad (12.2.3)$$

где $\bar r_m = r_m/R$, q — циркуляционный расход, м³/с; r_m — радиус максимума осевой скорости в периферийной зоне, м; Ω_2 — параметр, рассчитываемый по уравнению (10.4.50).

Подставив это выражение в уравнение (12.2.2), после преобразования получим:

$$\alpha = 0{,}55\frac{\lambda}{R}\sqrt[3]{\frac{q\left(1-\bar{r}_m^2\right)^{1/m}}{\Omega_2 ah}}\left(\frac{K}{K_{\text{ст}}}\right)^{0,14} \quad (12.2.4)$$

Для учета повышения локальных значений коэффициента теплоотдачи на участке гидродинамически неустановившегося течения в выражение (12.2.4) вводится поправка, аналогичная использованной в (12.1.14):

$$\alpha = 0{,}55\frac{\lambda}{R}\sqrt[3]{\frac{q\left(1-\bar{r}_m^2\right)^{1/m}}{\Omega_2 ah}}\left(\frac{K}{K_{\text{ст}}}\right)^{0,14}\left[1+0{,}12\left(\frac{l_1}{h}\right)^{0,6}\right] \quad (12.2.5)$$

Значение l_1 определяется по уравнению (12.1.2).

Приводя выражение (12.2.5) к безразмерному виду, получим уравнение теплоотдачи в окончательной форме:

$$\mathrm{Nu} = 1{,}1\left[\left(1-\bar{r}_{\text{т}}\right)\left(1-\bar{r}_{\text{т}}^2\right)\left(1-\bar{r}_m^2\right)^{1/m}\mathrm{Pe}\frac{d_э}{h\Omega_2}\right]^{1/3}\times$$

$$\times\left(\frac{K}{K_{\text{ст}}}\right)^{0,14}\left[1+0{,}12\left(\frac{l_1}{h}\right)^{0,6}\right] \quad (12.2.6)$$

Здесь

$$d_э = 2R\left(1-\bar{r}_{\text{т}}\right);\quad \bar{r}_{\text{т}} = r_{\text{т}}/R \quad (12.2.7)$$

$\mathrm{Nu} = \alpha d_э/\lambda$ — критерий Нуссельта; $\mathrm{Pe} = w_{\text{ср}}d_э/a$ — критерий Пекле; $w_{\text{ср}}$ — средняя скорость осевого потока в периферийной зоне, м/с.

$$w_{\text{ср}} = \frac{q}{\pi R^2\left(1-\bar{r}_{\text{т}}^2\right)} \quad (12.2.8)$$

Уравнение (12.2.6) применимо для аппаратов со шнековыми мешалками как при наличии, так и при отсутствии направляющей трубы. Геометрические характеристики аппарата и мешалки в этом уравнении учитываются через их влияние на параметры $\bar{r}_m$, $\bar{r}_{\text{т}}$, Ω_2 и q. Значения этих параметров определяются расчетным путем по уравнениям или графикам, приведенным в разделе 10.4. На рис. 12.3—12.5 представлены результаты измерений теплоотдачи при перемешивании шнековыми мешалками в аппаратах диаметром 0,21; 0,3 и 0,4 м [12, 13]. Критерии Рейнольдса и Прандтля для неньютоновских жидкостей рассчитывались как

$$\mathrm{Re}'_{\text{ц}} = \rho n d_{\text{м}}^2/\mu_э;\quad \mathrm{Pr}' = c\mu_э/\lambda \quad (12.2.9)$$

Значение эффективной вязкости $\mu_э$ определялось по уравнениям раздела 10.3. Как следует из приведенных данных, уравнение (12.2.6) обеспечивает удовлетворительную точность не только при ламинарном режиме *, но и при значениях критерия Рейнольдса вплоть до 10^3, соответствующих переходной области между ламинарным и турбулентным режимами.

* Ламинарный режим для шнековых мешалок с направляющей трубой соответствует значениям критерия Рейнольдса менее 80, а без трубы — менее 30.

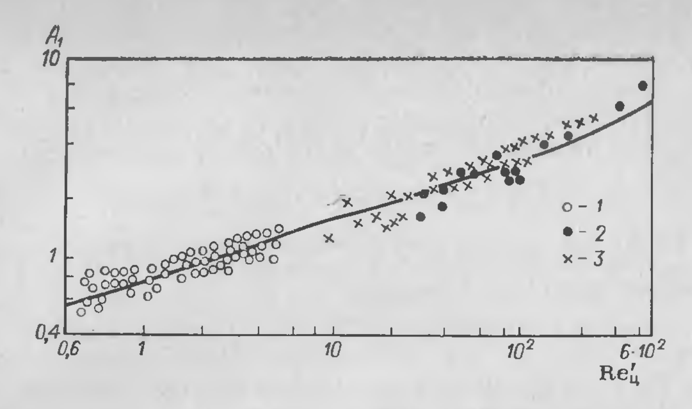


Рис. 12.3. Зависимость $A_1 = \mathrm{Nu}/\left[\mathrm{Pr}^{0,33}(K/K_{\text{ст}})^{0,14}\right]$ от $\mathrm{Re}'_{\text{ц}}$ для шнековых мешалок диаметром $d_{\text{м}} = 0{,}12$ м (точки 1 и 2) и 0,08 м (точки 3) в аппарате ($D = 0{,}3$ м) без направляющей трубы:

1 — неньютоновская жидкость ($m = 0{,}6$); 2, 3 — ньютоновская жидкость ($m = 1{,}0$); сплошная линия — расчет по уравнению (12.2.6).

При турбулентном режиме ($\mathrm{Re}_{\text{ц}} > 1000$) закономерности теплоотдачи в аппаратах со шнековыми мешалками без направляющей трубы не отличаются от рассмотренных в гл. 6 применительно к мешалкам других типов. Необходимые для расчета значения мощности, потребляемой при турбулентном режиме, рассчитываются для шнековых мешалок по методикам, описанным в гл. 2; при этом коэффициент сопротивления мешалки определяется по формуле

$$\zeta_{\text{м}} = 2{,}2z_{\text{л}}\left(h_{\text{л}}/r_0\right)\varphi_\alpha \quad (12.2.10)$$

где $h_{\text{л}}$ — высота лопасти, м; r_0 — радиус мешалки, м; $z_{\text{л}}$ — число лопастей (как правило для шнековых мешалок $z_{\text{л}} = 1$).

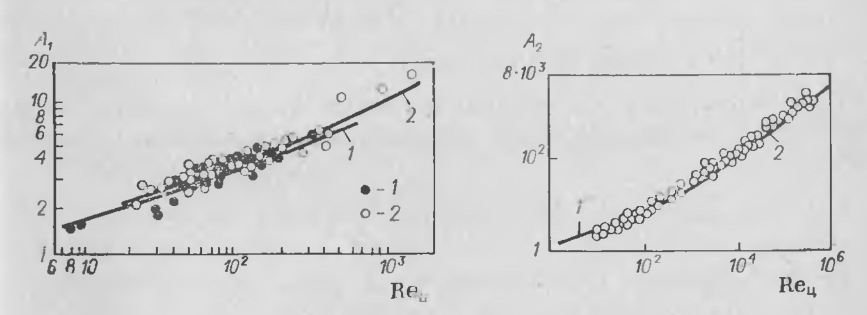


Рис. 12.4. Зависимость $A_1 = \mathrm{Nu}/\left[\mathrm{Pr}^{0,33}(K/K_{\text{ст}})^{0,14}\right]$ от $\mathrm{Re}_{\text{ц}}$ для шнековых мешалок диаметром $d_{\text{м}} = 0{,}08$ м ($\bar{r}_{\text{т}} = 0{,}28$, точки 1) и 0,12 м ($\bar{r}_{\text{т}} = 0{,}45$, точки 2) в аппарате ($D = 0{,}3$ м) с направляющей трубой.

Сплошные линии — расчет по уравнению (12.2.6), точки — опытные данные [13].

Рис. 12.5. Зависимость $A_2 = \mathrm{Nu}\frac{D}{d_э}\Big/\left[\mathrm{Pr}^{0,33}\left(\frac{\mu}{\mu_{\text{ст}}}\right)^{0.14}\right]$ от $\mathrm{Re}_{\text{ц}}$ для шнековой мешалки диаметром $d_{\text{м}} = 0{,}21$ м ($\bar{r}_{\text{т}} = 0{,}78$) в аппарате ($D = 0{,}4$ м) с направляющей трубой.

Сплошные линии: 1 — расчет по уравнению (12.2.6); 2 — расчет по уравнению (10.2.12); точки — опытные данные [12].

При перемешивании шнековой мешалкой с направляющей трубой в периферийной зоне аппарата осевая составляющая скорости является доминирующей. В этих условиях теплоотдача к стенке описывается общеизвестными уравнениями для случая турбулентного течения в трубах или каналах, например уравнением:

$$\mathrm{Nu} = \alpha d_э/\lambda = 0{,}032\mathrm{Re}^{0,8}\mathrm{Pr}^{0,33}(d_э/h)^{0,054}(\mu/\mu_{ст})^{0,14} \tag{12.2.11}$$

Здесь $\mathrm{Re} = \rho w_{ср} d_э/\mu$ — критерий Рейнольдса для периферийной зоны; $w_{ср}$ — средняя скорость осевого течения в периферийной зоне, определяемая через циркуляционный расход по уравнению (12.2.8).

Величина циркуляционного расхода q при турбулентном режиме определяется [14], исходя из баланса осевого усилия шнековой мешалки P_0 и гидравлического сопротивления циркуляционного контура. При турбулентном режиме течения, в отличие от ламинарного, вклад касательных напряжений на прямолинейных участках циркуляционного контура в общее гидравлическое сопротивление незначителен. Основную роль в этих условиях играют сопротивления в местах поворота потока при входе и выходе из направляющей трубы, определяемые [9, 14] как

$$\Delta p_1 \approx \rho w_{ср.1}^2; \qquad \Delta p_2 \approx \rho w_{ср}^2 \tag{12.2.12}$$

где $w_{ср.1}$ — средняя скорость жидкости в центральной зоне, м/с.

Учитывая, что

$$q = \pi R^2\left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right) w_{ср.1} = \pi R^2\left(1 - \bar r_т^2\right) w_{ср} \tag{12.2.13}$$

определим суммарное гидравлическое сопротивление контура:

$$\Delta p_{сопр} = \Delta p_1 + \Delta p_2 = \rho w_{ср}^2\left[1 + \left(\frac{1 - \bar r_т^2}{\bar r_т^2 - \bar r_в^2}\right)^2\right] \tag{12.2.14}$$

где $\bar r_в = r_в/R$; $r_в$ — радиус вала мешалки, м.

При установившемся режиме величина $\Delta p_{сопр}$ численно равна перепаду давления, который создается при вращении шнековой мешалки

$$\Delta p_м = \frac{P_0}{\pi R^2\left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right)} \tag{12.2.15}$$

Осевое усилие P_0, приложенное к наклонной лопасти, обтекаемой турбулентным потоком, можно в первом приближении определить по уравнению [15]

$$P_0 = P_л/\mathrm{tg}\,\alpha \tag{12.2.16}$$

где α — угол наклона пластины (лопасти) по отношению к направлению движения (угол атаки); $P_л$ — лобовое усилие, Н.

Лобовое усилие $P_л$ является результатом действия сил гидравлического сопротивления, приложенных к лопасти при ее обтекании окружным потоком. При турбулентном режиме обтекания точка

приложения равнодействующей этих сил расположена близко к краю лопасти мешалки (см. гл. 2). В этой области

$$\mathrm{tg}\,\alpha = s/(\pi d_м) \tag{12.2.17}$$

Выразим $P_л$ через крутящий момент мешалки как $P_л = M_{кр}/r_0$. Поскольку $M_{кр} = N/\omega_0$ и $N = K_N\rho n^3 d_м^5$, то

$$P_л = K_N\rho n^2 d_м^4/\pi \tag{12.2.18}$$

Далее, с учетом (12.2.15)—(12.2.17), имеем:

$$\Delta p_м = \frac{4K_N\rho n^2 d_м^5}{\pi s D^2\left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right)} \tag{12.2.19}$$

Приравнивая правые части выражений (12.2.14) и (12.2.19), после преобразования получаем:

$$w_{ср} = 2nd_м\left(\frac{d_м}{D}\right)\sqrt{\frac{K_N d_м\left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right)}{\pi s\left[\left(1 - \bar r_т^2\right)^2 + \left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right)\right]^2}} \tag{12.2.20}$$

или

$$\frac{q}{nd_м^3} = 0{,}5\left(\frac{D}{d_м}\right)\left(1 - \bar r_т^2\right)\sqrt{\frac{\pi K_N\left(d_м/s\right)\left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right)}{\left(1 - \bar r_т^2\right)^2 + \left(\bar r_т^2 - \bar r_в^2\right)^2}} \tag{12.2.21}$$

Для определения значения K_N, необходимого при расчете $w_{ср}$ и Nu, для шнековой мешалки в условиях турбулентного режима можно пользоваться уравнением

$$K_N = 0{,}8\left(h_л/r_0\right)\mathrm{Re}_ц^{-0,17} \tag{12.2.22}$$

которое получено на основании экспериментальных данных [14] при $r_т/r_0 = 1{,}06$. Зависимость критерия Нуссельта от критерия Рейнольдса, полученная в работе [12] при турбулентном режиме, показана на рис. 12.5.

12.3. ТЕПЛООТДАЧА В АППАРАТАХ С ЛЕНТОЧНЫМИ МЕШАЛКАМИ

Как следует из данных о гидродинамике, приведенных в гл. 10, циркуляционный расход в аппаратах с ленточными мешалками обычно ниже, чем со шнековыми при тех же частотах вращения. В то же время имеющиеся данные о теплообмене [16—20] свидетельствуют о том, что коэффициенты теплоотдачи при перемешивании ленточными мешалками существенно выше. Наблюдаемая интенсификация теплообмена связана с тем, что диаметр ленточной мешалки значительно больше, и вследствие этого для аппаратов с ленточными мешалками характерны более высокие значения окружной составляющей скорости жидкости — как показано в разделе 10.4, среднее значение окружной скорости достигает в данном случае 0,1 скорости лопасти. Таким образом, жидкость в аппарате с ленточной мешалкой

движется вдоль стенки по сравнительно пологой спирали, и результирующая скорость ее течения превышает скорость осевого потока в аппарате со шнековой мешалкой при той же частоте вращения. При этом увеличивается скорость сдвига на стенке $\dot{\gamma}_{ст}$ и повышаются значения коэффициента теплоотдачи.

Еще одним фактором, способствующим повышению коэффициентов теплоотдачи в аппаратах с ленточными мешалками по сравнению со шнековыми, является то, что радиус ленточной мешалки близок к радиусу аппарата и прохождение лопастей приводит к периодическому возмущению пограничного слоя.

В соответствии с уравнениями (12.1.13) и (12.2.2) уменьшение протяженности участка невозмущенного течения сопровождается повышением локальных и осредненных значений α. В случае ленточных мешалок величина $l = l_0$ представляет собой расстояние, которое жидкость проходит за период τ_0 между двумя последовательными возмущениями:

$$l_0 = \tau_0 \sqrt{v_{ср}^2 + w_{ср}^2} \quad (12.3.1)$$

где $v_{ср}$ — средняя окружная скорость жидкости, определяемая по уравнению (10.4.8), м/с; $w_{ср}$ — средняя скорость осевого течения в периферийной зоне аппарата, определяемая по уравнению (12.2.8), м/с.

Для определения τ_0 рассмотрим кинематику относительного движения лопасти мешалки и некоторого элементарного объема жидкости вблизи стенки. С целью упрощения будем считать движение плоским. Допустим, что в некоторый начальный момент времени ($\tau = 0$) рассматриваемый элемент жидкости находится в точке с координатами $y = 0$ и $x = 0$, где y и x — координаты в осевом и окружном направлении. За время τ этот элемент проходит некоторое расстояние l_τ вдоль линии OO_τ и оказывается в точке O_τ с координатами

$$x_{э\tau} = v_{ср}\tau; \qquad y_{э\tau} = w_{ср}\tau \quad (12.3.2)$$

При плоской интерпретации движения лопасть мешалки представляет собой прямую линию, уравнение которой имеет вид

$$y_л = y_0 - x_л s/(\pi d_м) \quad (12.3.3)$$

В начальный момент $\tau = 0$, соответствующий моменту пересечения элемента жидкости с координатами $x = 0$, $y = 0$ лопастью I, вторая (по ходу мешалки) лопасть II проходит через точку с координатами:

$$x_л = -\pi d_м/z_л; \qquad y_л = 0 \quad (12.3.4)$$

Из (12.3.3) и (12.3.4) для лопасти II имеем:

$$y_0 = -s/z_л \quad (12.3.5)$$

Лопасть перемещается параллельно самой себе в направлении оси x со скоростью $\omega_0 r_0$ и через некоторое время τ пересекает ось y в точке

$$y_{0\tau} = y_0 + \omega_0 r_0 \frac{s}{\pi d_м}\tau = \omega_0 r_0 \frac{s}{\pi d_м}\tau - \frac{s}{z_л}; \qquad x_{л\tau} = 0 \quad (12.3.6)$$

где ω_0 — угловая скорость мешалки, рад/с; r_0 — радиус мешалки, м.

Отсюда, согласно (12.3.3), уравнение, описывающее положение лопасти в момент τ:

$$y_{л\tau} = \omega_0 r_0 \frac{s}{\pi d_м}\tau - \frac{s}{z_л} - x_{л\tau}\frac{s}{\pi d_м} \quad (12.3.7)$$

Повторное возмущение лопастью элемента жидкости в момент τ_0 означает совпадение координат точки $x_{э\tau}$, $y_{э\tau}$ и лопасти II:

$$x_{э\tau_0} = x_л\tau_0; \qquad y_{э\tau_0} = y_л\tau_0 \quad (12.3.8)$$

Подставив эти значения в (12.3.7) и учитывая соотношения (12.3.2), найдем период τ_0 между двумя последовательными возмущениями:

$$\tau_0 = \frac{\pi d_м/z}{\omega_0 r_0 - v_{ср} - \pi d_м w_{ср}/s} \quad (12.3.9)$$

Таким образом, применительно к ленточным мешалкам уравнение (12.2.13) интегрируется в пределах от 0 до l_0:

$$\alpha = 0{,}81\lambda \left(\frac{\dot{\gamma}_{ст}}{a l_0}\right)^{1/3} \left(\frac{K}{K_{ст}}\right)^{0,14} \quad (12.3.10)$$

а верхний предел интегрирования l_0 определяется в соответствии с (12.3.1) и (12.3.8) как

$$l_0 = \frac{(\pi d_м/z_л)\sqrt{v_{ср}^2 + w_{ср}^2}}{\omega_0 r_0 - v_{ср} - \pi d_м w_{ср}/s} \quad (12.3.11)$$

Скорость сдвига на стенке $\dot{\gamma}_{ст}$ в случае течения «степенной» жидкости можно найти, исходя из величины касательного напряжения на стенке $\tau_{ст}$, создаваемого осевым и окружным потоком. Течение в пограничном слое с достаточным приближением может считаться плоским. В этих условиях касательное напряжение на стенке с учетом окружной и осевой составляющих скорости можно выразить [21] как

$$\tau_{ст} = \sqrt{\tau_w^2 + \tau_v^2} \quad (12.3.12)$$

где τ_w и τ_v — составляющие касательного напряжения, Па.

Учитывая, что в соответствии с (10.1.4)

$$\dot{\gamma} = (\tau/K)^{1/m} \quad (12.3.13)$$

найдем

$$\dot{\gamma}_{ст} = \left(\dot{\gamma}_w^{2m} + \dot{\gamma}_v^{2m}\right)^{1/(2m)} \quad (12.3.14)$$

Здесь $\dot{\gamma}_w$, $\dot{\gamma}_v$ — составляющие скорости сдвига в осевом и окружном направлении, $с^{-1}$.

Величина $\dot{\gamma}_w$ определяется, как и в случае перемешивания шнековыми мешалками, по уравнению (12.2.3). Вторая составляющая скорости сдвига $\dot{\gamma}_v$ может быть найдена, исходя из величины касательного напряжения τ_v, которая связана с моментом гидравлического сопротивления корпуса соотношением

$$M_{сопр} = 2\pi R^2 H \tau_v \quad (12.3.15)$$

где H — высота заполнения аппарата, м.

Учитывая, что момент сопротивления корпуса равен крутящему моменту мешалки $M_{кр}$ и выражая $\dot{\gamma}_v$ через τ_v по (12.3.13), имеем:

$$\dot{\gamma}_v = \left(\frac{M_{кр}}{2\pi R^2 H K}\right)^{1/m} \qquad (12.3.16)$$

Отсюда с учетом соотношения между крутящим моментом и мощностью:

$$N = 2\pi n M_{кр} \qquad (12.3.17)$$

найдем:

$$\dot{\gamma}_v = \left(\frac{N}{4\pi^2 n R^2 H K}\right)^{1/m} \qquad (12.3.18)$$

и

$$\dot{\gamma}_{ст} = \left[\left(\frac{N}{4\pi^2 n R^2 H K}\right)^{2m} + \left(\frac{q\left(1-\bar{r}_m^2\right)}{\pi R^3 \Omega_2}\right)^{2m}\right]^{1/(2m)} \qquad (12.3.19)$$

Значения Ω_2 и $\bar{r}_m$ определяются с помощью рис. 10.3 и 10.2. Расход q рассчитывается по уравнению (10.4.55).

Использование выражений (12.3.10) и (12.3.1) предполагает, что каждое прохождение лопасти мешалки приводит к полному разрушению пограничного слоя на всю его толщину. Практически такое допущение оправдано только при нулевом зазоре между лопастью и стенкой. При $R/r_0 > 1$ пограничный слой разрушается не полностью, и с увеличением отношения R/r_0 наблюдается уменьшение коэффициента теплоотдачи [20]. В связи с этим в уравнение (12.3.10) вводится поправка, учитывающая величину зазора между лопастью и стенкой через ее влияние на коэффициент сопротивления лопасти (см. разделы 10.2 и 10.3) *:

$$\varphi(R/r_0) = \sqrt[3]{\lambda_п/130} \qquad (12.3.20)$$

Значение $\lambda_п$ определяется по рис. 10.7. Преобразуя уравнение (12.3.10) с учетом поправки (12.3.20), получаем для ленточных мешалок:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}16\left(\frac{\lambda_п \dot{\gamma}_{ст} d_э^3}{l_0 a}\right)^{1/3}\left(\frac{K}{K_{ст}}\right)^{0,14} \qquad (12.3.21)$$

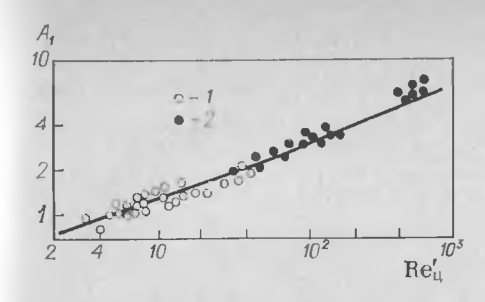
При значениях критерия Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_0 = \frac{\rho\left(v_{ср}^2 + w_{ср}^2\right)^{1-(m/2)} d_э^m}{\frac{K}{8}\left(\frac{6m+2}{m}\right)^m} > 10 \qquad (12.3.22)$$

уравнение (12.3.21) дополняется (см. раздел 10.1) множителем, учитывающим повышение локальных значений коэффициента теплоотдачи на участке гидродинамически нестабилизированного течения:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}16\left(\frac{\lambda_п \dot{\gamma}_{ст} d_э^3}{l_0 a}\right)^{1/3}\left(\frac{K}{K_{ст}}\right)^{0,14}\left[1 + 0{,}12\left(\frac{l_1}{l_0}\right)^{0,6}\right] \qquad (12.3.23)$$

* В этой поправке число 130 — величина коэффициента $\lambda_п$ для скребков.



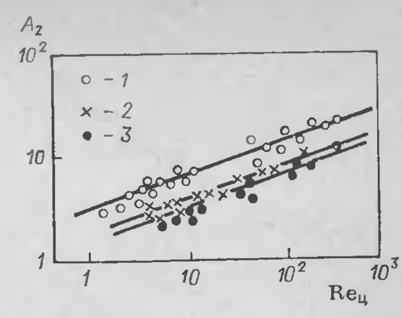


Рис. 12.6. Зависимость $A_1 = \mathrm{Nu}/[(\mathrm{Pr}')^{0,33}(K/K_{ст})^{0,14}]$ от $\mathrm{Re}'_ц$ для ленточной мешалки при $D = 0{,}3$ м, $H/D = 1{,}25$, $d_м = 0{,}27$ м, $b/d_м = 0{,}1$, $s/d_м = 1$, $\bar{r}_в = 0{,}1$:

1 — неньютоновская жидкость ($m = 0{,}6$), *2* — ньютоновская жидкость ($m = 1$), сплошная линия — расчет по уравнению (12.3.21).

Рис. 12.7. Зависимость $A_2 = \mathrm{Nu}\frac{D}{d_э}\Big/\left[\mathrm{Pr}^{0,33}\left(\frac{\mu}{\mu_{ст}}\right)^{0,2}\right]$ от $\mathrm{Re}_ц$ для ленточных мешалок при $D = H = 0{,}16$ м, $s = h = 0{,}144$ м, $\bar{r}_в = 0{,}1$ [20].

Значения c/b: *1* — 0,24; *2* — 0,68; *3* — 0,76. Сплошные линии — расчет по уравнению (12.3.21).

На рис. 12.6 представлены результаты измерения коэффициентов теплоотдачи при перемешивании ньютоновских и неньютоновских сред, выполненных авторами в аппарате диаметром 0,3 м. Здесь же приведена расчетная линия, соответствующая уравнению (12.3.21). Критерии Рейнольдса и Прандтля при расчетах для неньютоновских сред определялись по уравнениям (12.2.9).

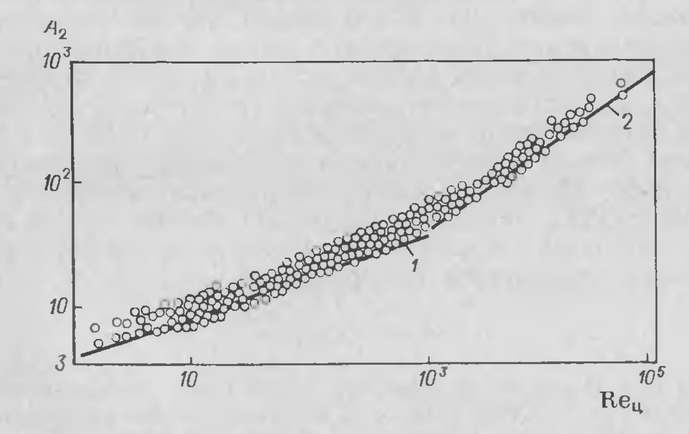


Рис. 12.8. Зависимость $A_2 = \mathrm{Nu}\frac{D}{d_э}\Big/\left[\mathrm{Pr}^{0.33}\left(\frac{\mu}{\mu_{ст}}\right)^{0,14}\right]$ от $\mathrm{Re}_ц$ для ленточиой мешалки при $D = 0{,}3$ м, $d_м = 0{,}28$ м, $b/d_м = 0{,}107$, $s/d_м = 1$ [16].

Сплошные линии: *1* — расчет по уравнению (12.3.21); *2* — расчет по уравнению (6.1.12) при $\mathrm{Pr} = 50$.

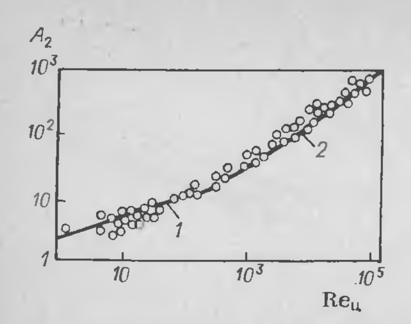


Рис. 12.9. Зависимость $A_2 = \mathrm{Nu}\,\frac{D}{d_э}\bigg/\left[\mathrm{Pr}^{0,33}\times\left(\frac{\mu}{\mu_{ст}}\right)^{0,14}\right]$ **от** $\mathrm{Re}_ц$ **для ленточной мешалки при** $D = 0,155$ **м,** $H/D = 1,12$, $d_м = 0,148$ **м,** $b/d_м = 0,108$, $s/d_м = 1$, $\bar{r}_в = 0,13$ **[19].**

Сплошные линии: *1* — расчет по уравнению (12.3.21); *2* — расчет по уравнению (6.1.12) при Pr = 5.

Экспериментальные результаты работ [16, 19, 20], полученные в аппаратах диаметром 0,155—0,3 м, приведены на рис. 12.7—12.9. Отметим, что в работе [19] исследована также ленточная мешалка, дооборудованная двумя дополнительными лопастями шириной $0,108d_м$, расположенными ближе к оси на радиусе $0,54r_0$. Направление навивки дополнительных лопастей было противоположным направлению навивки основных лопастей мешалки. Опытные данные, приведенные в этой работе, свидетельствуют о том, что установка дополнительных лопастей практически не сказывается на интенсивности теплопередачи.

На рис. 12.8 и 12.9, наряду с данными о теплоотдаче при ламинарном режиме, приведены результаты измерения теплоотдачи, выполненного в работах [16, 19] при турбулентном режиме перемешивания ($Re_ц > 1000$). Эти результаты вполне удовлетворительно описываются уравнением теплоотдачи при турбулентном режиме (6.1.12).

В тех случаях, когда требуется значительная интенсификация теплообмена, ленточные мешалки используют в сочетании со скребками (см. рис. 1.6, *б*). Эксперименты со скребковыми мешалками, проведенные в работах [22, 23], показали, что при ламинарном режиме перемешивания характер зависимости коэффициентов теплоотдачи от конструктивных характеристик мешалки и свойств среды сохраняется аналогичным описываемому уравнением (6.2.5), которое получено применительно к турбулентному режиму. В то же время абсолютные значения коэффициентов теплоотдачи оказываются значительно ниже. По данным измерений в аппаратах объемом 0,25 м³ [22] и 16 м³ [23], приближенный расчет коэффициентов теплоотдачи для скребковых мешалок при ламинарном режиме перемешивания может проводиться по уравнению

$$\alpha \approx 0,4\sqrt{\rho c_p \lambda n z_c} \qquad (12.3.24)$$

Пример 12.1. Определить коэффициент теплоотдачи от перемешиваемой среды к стенке аппарата с ленточной мешалкой. Геометрические размеры аппарата и реологические константы среды соответствуют указанным в примере 10.1. Характеристики ленточной мешалки: $d_м = 2r_0 = 1,9$ м; $b_л = 0,19$ м; $h_л = 5,2$ м; $s = 1,9$ м; $z_л = 2$; $n = 0,53$ об/с ($\omega_0 = 3,33$ рад/с); $\bar{r}_в = 0$. Свойства среды: $\rho = 1070$ кг/м³; $c_p = 2720$ Дж/(кг·К); $\lambda = 0,42$ Вт/(м·К); $a = \lambda/(\rho c_p) = 1,44\cdot10^{-7}$ м²/с.

Решение. 1. Первый этап расчета — определение средней скорости осевого потока в периферийной зоне аппарата.

1.1. Поскольку характеристики лопастей ленточной мешалки, корпуса аппарата и перемешиваемой среды совпадают с приведенными в примере 10.1, из него могут быть заимствованы значения $\lambda_п^л = 32$; $\mu_{э.\,л} = 6,2$ Па·с; $M_{кр.\,л} = 2510$ Дж; $\lambda_0 = 42$.

1.2. По (10.4.41): $\bar{r}_т = 0,57$.

1.3. По рис. 10.3: $\Theta_1 = 0,79$ при $X = \bar{r}_в/\bar{r}_т = 0$; $\Theta_2 = 0,82$ при $X = \bar{r}_т = 0,57$.

1.4. По (10.4.53):

$$\Omega_1 = \frac{0,57\cdot0,57^{3,79}}{3,79}\,0,79 = 0,0141; \qquad \Omega_2 = \frac{(1-0,57)^{3,79}}{3,79}\,0,82 = 0,0088$$

1.5. По (10.4.55):

$$q = \frac{3,14^2}{8}\,\frac{32}{42}\left(\frac{2}{1,9}\right)^3\left(\frac{1,9}{0,19}-1\right)\times$$

$$\times\left[\frac{2\cdot42\cdot1,9\cdot5,2}{2\cdot3,14^2\cdot5,2\cdot2\left(\frac{1,9}{0,19}-1\right)(1-0,57^2)\,(0,0141^{0.56}+0,0088^{0,56})}\right]^{1,0,56} 0,0141\times$$

$$\times\,0,0088\cdot0,53\cdot1,9^3 = 6,17\cdot10^{-2}\ \text{м/с}$$

1.6. (12.2.8): $w_{ср} = \dfrac{6,17\cdot10^{-2}}{3,14\cdot1^2\,(1-0,57^2)} = 2,85\cdot10^{-2}$ м³/с.

2. Второй этап расчета — определение скорости окружного течения.

2.1. $\bar{R} = R/r_0 = 1/0,95 = 1,053$.

2.2. По (10.4.4) $\lambda_л = \dfrac{13,3\bar{R}}{1,056\bar{R}-1} = \dfrac{13,3\cdot1,053}{1,056\cdot1,053-1} = 125$.

2.3. По (10.4.8):

$$v_{ср} = z_л\,\frac{\lambda_п^л}{\lambda_л}\,\frac{h_л}{H}\,\frac{d_м}{D}\left(1-\frac{b_л}{d_м}\right) n d_м/2 =$$

$$= \frac{32}{125}\,\frac{5,2}{5,2}\,\frac{1,9}{2,0}\left(1-\frac{0,19}{1,9}\right)0,53\cdot1,9 = 0,22\ \text{м/с}$$

3. Заключительный этап — расчет коэффициента теплоотдачи.

3.1. По (10.4.46) и рис. 10.2 $Y = \bar{r}_m \approx 0,77$ при $1/m = 1,79$ и $X = \bar{r}_т = 0,57$.

3.2. По (12.2.3): $\dot\gamma_w = \dfrac{0,0617\,(1-0,77^2)^{1,79}}{3,14\cdot1^3\cdot0,0088} = 0,447$ с⁻¹.

3.3. По (12.3.16): $\dot\gamma_v = \left(\dfrac{2510}{2\cdot3.14\cdot1^2\cdot5,2\cdot18}\right)^{1,79} = 13,44$ с⁻¹.

3.4. По (12.3.14): $\dot\gamma_{ст} = (0,447^{2\cdot0,56} + 13.44^{2\cdot0.56})^{1/1,12} = 13,5$ с⁻¹.

3.5. По (12.3.9): $\tau_0 = \dfrac{3,14\cdot1,9/2}{3,33\cdot0,95-0,22-3,14\cdot1.9\cdot0,0285/1.9} = 1,13$ с.

3.6. По (12.3.1) $l_0 = 1,13\sqrt{0,22^2+0,0285^2} = 0,25$ м.

3.7. По (12.2.7): $d_э = 2\,(1-0,57) = 0,86$ м.

3.8. По (12.3.22): $\mathrm{Re}_0 = \dfrac{1070\,(0,22^2+0,0285^2)^{1-(0,56/2)}\,0,86^{0,56}}{\frac{18}{8}\left(\frac{6\cdot0,56+2}{0,56}\right)^{0,56}} = 14,1$.

3.9. По рис. 12.2: $\bar{L}_1 \approx 0,1$ при $m = 0,56$.

3.10. По (12.1.2): $l_1 = \dfrac{0,86}{16}\left(\dfrac{6\cdot0,56+2}{0,56}\right)^{0,56} 14,1\cdot0,1 = 0,271$ м.

3.11. По (12.3.23): $Nu = 0{,}16\left(\frac{32\cdot 13{,}5\cdot 0{,}86^3}{0{,}25\cdot 1{,}44\cdot 10^{-7}}\right)^{1/3}\left[1 + 0{,}12\left(\frac{0{,}27}{0{,}52}\right)^{0{,}6}\right] = 360.$

3.12. Таким образом, $\alpha = Nu\lambda/d_э = 360\cdot 0{,}42/0{,}86 = 175$ Вт/(м²·К).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Houlton K.* — Ind. and Eng. Chem., 1944, v. 36, N 6, p. 322—332.
2. *Roy Penny W., Bell K. J.* — Ind. and Eng. Chem., 1967, v. 59, N 4, p. 40—48.
3. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И.* — ТОХТ, 1969, т. 3, № 2, с. 245—252.
4. *Брагинский Л. Н., Бегачев В. И.* — ТОХТ, 1970, т. 4, № 2, с. 289—292.
5. *Медведев В. Д., Измайлова А. Н., Консетов В. В.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 164—166.
6. *Кашенков Н. И., Гроссман Ю. Х., Штых В. С. и др.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 169—171.
7. *Уилкинсон У. Л.* Неньютоновские жидкости/Пер. с англ. под ред. А. В. Лыкова. М.: Мир, 1964. 215 с.
8. *Консетов В. В., Доманский О. В.* — В кн.: Тепло- и массообмен в неньютоновских жидкостях. М.: Энергия, 1968, с. 157—167.
9. *Кутателадзе С. С., Боришанский В. М.* Справочник по теплопередаче. М. — Л.: Госэнергоиздат, 1959. 305 с.
10. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя/Пер. с нем. под ред. Л. Г. Лойцянского. М.: Наука, 1974. 711 с.
11. *Гребер Г., Эрк С., Григулль У.* Основы учения о теплообмене/Пер. с нем. под ред. А. А. Гухмана. М.: ИЛ, 1958. 566 с.
12. *Mitsuishi N., Miyairi J., Katamine T.* — J. Chem. Eng. Japan, 1973, v. 6, № 5, p. 409—414.
13. *Бегачев В. И., Гурвич А. Р.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 18—20.
14. *Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Барабаш В. М., Васильцов Э. А.* — Хим. и нефт. машиностр. 1978, № 3, с. 22—23.
15. *Александров В. А.* Техническая гидродинамика. М.; Л.: Гостехиздат, 1946. 320 с.
16. *Nagata S., Nishikawa M., Kayama T.* — J. Chem. Eng. Japan, 1972, v. 5, № 1, p. 83—85.
17. *Nagata S., Nishikawa M., Kayama T., Nakajima M.* — Ibid., 1972, v. 5, № 2, p. 187—192.
18. *Mitsuishi N., Miyairi J.* — Ibid., 1973, v. 6, № 5, p. 415—420.
19. *Ishibashi K., Jamanaka A., Mitsuishi N.* — Ibid., 1979, v. 12, № 3, p. 230—235.
20. *Kuriyama M., Ohta M., Jakagawa K. e. a.* — Ibid., 1981, v. 14, № 4, p. 323—330.
21. *Консетов В. В., Лебедев Н. А.* — В кн.: Тепло- и массообмен в неньютоновских жидкостях. М.: Энергия, 1968, с. 129—136.
22. *Глухов В. П., Павлов Н. Г., Лобанов А. А. и др.* — В кн.: Промышленность синтетического каучука. 1970, № 7, с. 11—15.
23. *Бегачев В. И., Барабаш В. М., Доманский О. В., Ушаков В. Г.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 181—183.

Глава 13

РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ ХИМИЧЕСКИХ ПРЕВРАЩЕНИЙ В АППАРАТАХ С МЕШАЛКАМИ

Как известно из работ по химической кинетике [1, 2], направление и скорость химических реакций в жидкости, в том числе и на границе с твердой, газообразной или жидкой фазой, непосредственно зависят только от состава реакционной смеси и температуры, а степень превращения — также и от времени протекания реакции («возраста» элементов объема жидкости, в которых протекает реакция). Гидродинамика потока в реакторе, а следовательно, и условия перемешивания могут влиять на ход химического превращения только через их воздействие на локальные значения перечисленных параметров. Характер этого влияния может быть различным и зависит как от особенностей реакции, так и от типа реактора и режима его работы. В простейшем случае гомогенной реакции без значительного выделения или поглощения теплоты влияние интенсивности перемешивания проявляется через воздействие на поле концентраций в аппарате, а при непрерывном режиме работы аппарата — также на распределение времени пребывания взаимодействующих веществ в реакционном объеме. В случае реакции со значительным тепловым эффектом существенную, а иногда и определяющую роль играет влияние перемешивания на интенсивность теплообмена, т. е. на среднюю температуру в аппарате, и на равномерность распределения температуры в объеме. При проведении медленных гетерогенных реакций, лимитируемых скоростью превращения в растворе, роль перемешивания невелика и сводится к обеспечению распределения фаз в объеме, например к более или менее равномерному распределению взвешенных частиц. В случае быстрых реакций, лимитируемых диффузий, а также в промежуточных случаях основным требованием к перемешиванию является интенсификация массообмена.

Следует отметить, что закономерности работы химических реакторов при проведении гомогенных реакций с различной кинетикой в условиях идеального смешения — полностью однородного распределения концентраций и температуры — относятся к числу наиболее изученных. Вопросы расчета таких реакторов излагаются в специальных монографиях [1, 3, 4]. Сравнительно подробно освещены в литературе также вопросы теории и расчета гетерогенных реакций в системах жидкость — твердая фаза, газ — жидкость и жидкость — жидкость [5, 6]. В связи с этим в настоящей главе, наряду с наиболее общими закономерностями протекания реакций в условиях идеального смешения, основное внимание уделено тем аспектам расчета реакторов, которые непосредственно связаны с учетом влияния интенсивности перемешивания на распределение концентраций и температуры.

При проведении гомогенных реакций в жидкости аппараты с мешалками применяют чаще всего в тех случаях, когда желательно обеспечение равномерного распределения концентраций и температуры в объеме. В связи с этим выбор перемешивающего устройства и режима его работы подчинен обеспечению определенной степени равномерности смешения, достаточной для того, чтобы считать аппарат идеальным смесителем, а расчет скорости реакции и степени превращения ведется на основании уравнений модели идеального смешения.

Как следует из материалов гл. 4 и 11, повышение степени равномерности смешения связано с увеличением энергетических затрат

на перемешивание, поэтому одним из основных вопросов при проектировании реакторов с мешалками является рациональное определение требований к однородности смешения.

13.1. РЕАКТОРЫ ИДЕАЛЬНОГО СМЕШЕНИЯ. КАСКАД РЕАКТОРОВ

Условиями идеального смешения называют условия бесконечно высокой интенсивности перемешивания, при которых значения концентрации и температуры во всех точках объема аппарата в любой момент времени одинаковы. Изменение концентрации происходит во всех точках объема одновременно, и вещество, вводимое в какую-либо часть аппарата, мгновенно распределяется по всему объему. Очевидно, что такая модель является идеализированной, и на практике можно говорить только о той или иной степени приближения к этим идеальным условиям, причем степень приближения зависит как от интенсивности перемешивания и размещения вводов и выводов исходных веществ и продуктов реакции, так и от кинетики реакции. Тем не менее, эта модель благодаря своей простоте используется применительно к реакторам с мешалками наиболее часто. Для случаев перемешивания маловязких сред в непрерывнодействующих аппаратах типовых конструкций при больших временах пребывания (1—2 ч и более) ее применение обычно приводит к достаточно точным результатам.

При периодическом режиме проведения реакции математическое описание процесса в реакторе идеального смешения совпадает с уравнением кинетики реакции. Для необратимых реакций

$$\frac{dc_i}{d\tau} = -k_{\text{р}} c_1^{\alpha_1} c_2^{\alpha_2} \ldots c_i^{\alpha_i} \ldots c_z^{\alpha_z} \qquad (13.1.1)$$

где c_i — концентрация i-го реагента*, кг/м^3; τ — время, с; $k_{\text{р}}$ — константа скорости реакции, $c^{-1} \cdot (\text{кг/м}^3)^{1-\sum \alpha_i}$; z — число реагентов.

В простейшем случае реакции первого порядка A → R:

$$\frac{dc}{d\tau} = -k_{\text{р}} c \qquad (13.1.2)$$

Остаточная концентрация реагента в аппарате в момент времени τ определяется в результате интегрирования этого выражения при начальных условиях

$$c = c_0 \qquad \text{при } \tau = 0 \qquad (13.1.3)$$

как

$$c = c_0 \exp(-k_p \tau) \qquad (13.1.4)$$

Аналогичные выражения получены для других, более сложных реакций [1, 7].

---

* Концентрация может быть выражена в различных единицах, при этом соответственно меняется и размерность константы скорости реакции $k_{\text{р}}$.

При непрерывном режиме материальный баланс реактора идеального смешения можно представить системой из i уравнений (по числу веществ, участвующих в реакции) вида

$$\frac{dc_i}{d\tau} = \frac{Q}{V}(c_{i\,\text{вх}} - c_i) - f_{\text{р}} \qquad (13.1.5\text{а})$$

или

$$\frac{dc_i}{d\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{ср}}}(c_{i\,\text{вх}} - c_i) - f_{\text{р}} \qquad (13.1.5\text{б})$$

где Q — расход реакционной смеси, м^3/с; V — объем аппарата, м^3; c_i, $c_{i\,\text{вх}}$ — концентрация i-го реагента в аппарате и в исходной смеси; $\tau_{\text{ср}} = V/Q$ — среднее время пребывания реакционной смеси в аппарате, с; $f_{\text{р}}$ — кинетическая функция, с$^{-1}$.

Для реакции первого порядка система (13.1.5) сводится к одному уравнению

$$\frac{dc}{d\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{ср}}}(c_{\text{вх}} - c) - k_{\text{р}} c \qquad (13.1.6)$$

Для неустановившегося режима при начальных условиях

$$c = c_0 \qquad \text{при } \tau = 0 \qquad (13.1.7)$$

решение уравнения (13.1.6):

$$c = \left(c_0 - \frac{c_{\text{вх}}}{1 + k_{\text{р}}\tau_{\text{ср}}}\right) \exp\left[-(1 + k_{\text{р}}\tau_{\text{ср}})\frac{\tau}{\tau_{\text{ср}}}\right] + \frac{c_{\text{вх}}}{1 + k_{\text{р}}\tau_{\text{ср}}} \qquad (13.1.8)$$

При установившемся режиме, т. е. при $\tau \to \infty$:

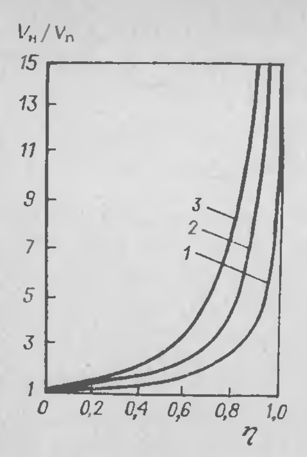
$$c = \frac{c_{\text{вх}}}{1 + k_{\text{р}}\tau_{\text{ср}}} \qquad (13.1.9)$$

Как следует из представления о реакторе идеального смешения, концентрация c, рассчитываемая по уравнению (13.1.9), есть концентрация во всех точках аппарата; она равна также концентрации на выходе из аппарата. Следовательно, степень превращения η в реакторе:

$$\eta = \frac{c_{\text{вх}} - c}{c_{\text{вх}}} = \frac{k_{\text{р}}\tau_{\text{ср}}}{1 + k_{\text{р}}\tau_{\text{ср}}} \qquad (13.1.10)$$

Аналогичные уравнения получены для ряда более сложных реакций [1, 7].

Сравнение реакторов периодического и непрерывного действия указывает на одно принципиальное различие между ними. В реакторе периодического действия концентрация реагирующих веществ, а следовательно, и скорость реакции изменяются от максимальных [c_0 и $(dc/d\tau)_{c=c_0}$] до минимальных в данном процессе конечных значений [$c_{\text{вых}}$ и $(dc/d\tau)_{c=c_{\text{вых}}}$], тогда как при непрерывном режиме работы концентрация в реакторе и скорость реакции всегда равны минимальным для данного процесса. Снижение скорости реакции



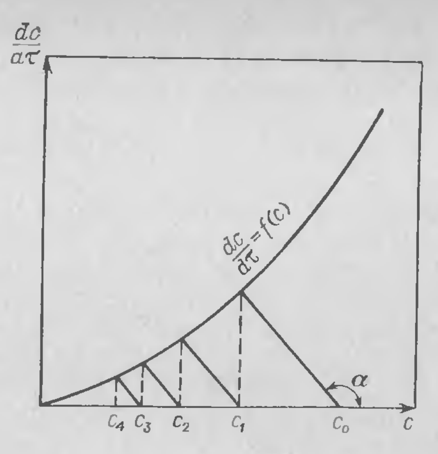


Рис. 13.1. Зависимость отношения объемов реакторов непрерывного и периодического действия $V_н/V_п$ от степени превращения η для $c_{вх}$ = 16 кмоль/м³ и реакций различного порядка (цифрами обозначен порядок реакций).

Рис. 13.2. Графическое определение числа реакторов n в каскаде по методу Джонса.

при переходе от периодического способа проведения процесса к непрерывному приходится компенсировать путем увеличения среднего времени пребывания среды в аппарате, и объем реактора непрерывного действия при той же степени превращения всегда увеличивается. Из рис. 13.1 следует, что различие между объемами периодически- и непрерывнодействующего реакторов возрастает с повышением порядка реакции и степени превращения. При проведении реакций второго или третьего порядка в одном непрерывнодействующем аппарате идеального смешения высокие значения η практически недостижимы, и в этих случаях вместо одного аппарата принято использовать каскад реакторов — систему из двух или более аппаратов, соединенных последовательно. Соотношение объемов реакторов в каскаде может быть различным. Вопрос об оптимальных соотношениях объемов в зависимости от особенностей кинетики реакции служит предметом специальных исследований (см., например, [8, 9]). Чаще всего, однако, из соображений удобства эксплуатации на всех ступенях каскада используют аппараты одинакового объема. При этом значения $\tau_{ср}$ для всех ступеней одинаковы и в случае реакции первого порядка концентрация в первом реакторе каскада равна

$$c_1 = \frac{c_{вх}}{1 + k_р\tau_{ср}} \qquad (13.1.11)$$

во втором

$$c_2 = \frac{c_1}{1 + k_р\tau_{ср}} = \frac{c_{вх}}{(1 + k_р\tau_{ср})^2} \qquad (13.1.12)$$

и на выходе из каскада, включающего z ступеней:

$$c_z = \frac{c_{вх}}{(1 + k_р\tau_{ср})^z} \qquad (13.1.13)$$

Для реакций, порядок которых отличается от первого, такой аналитический метод приводит к весьма громоздким зависимостям. В связи с этим при инженерных расчетах часто применяют графические методы [1, 3, 10], которые к тому же не требуют получения аналитического описания кинетики реакции. В качестве примера рассмотрим применение одного из этих методов — метода Джонса [1]. Основой расчета по этому методу служат результаты измерения кинетики реакции, представленные в виде графика $dc/d\tau = f(c)$ (рис. 13.2).

Скорость реакции в n-м реакторе каскада должна удовлетворять уравнению материального баланса:

$$\left(\frac{dc}{d\tau}\right)_n = (c_{n-1} - c_n)\,\frac{1}{\tau_{ср}} \qquad (13.1.14)$$

где c_{n-1} — концентрация в реакторе $n-1$.

Выражение (13.1.14) представляет собой уравнение прямой линии, которая наклонена под углом $\alpha = \operatorname{arctg}(-1/\tau_{ср})$ к горизонтальной оси и пересекает ее в точке $c_n = c_{n-1}$. Точка пересечения этой прямой с кривой $dc/d\tau = f(c)$ удовлетворяет одновременно уравнению кинетики реакции и уравнению материального баланса (13.1.14), и, следовательно, ее абсцисса равна значению концентрации c_n.

Таким образом, определение требуемого числа реакторов в каскаде при данном значении $\tau_{ср}$ в каждом из них может осуществляться в следующем порядке. Из точки на оси абсцисс $c = c_{вх}$ (рис. 13.2) проводится прямая под углом, тангенс которого равен $-1/\tau_{ср}$. Абсцисса точки пересечения этой прямой с кривой $dc/d\tau = f(c)$ дает концентрацию в первом реакторе каскада. Затем операция повторяется для определения концентраций в последующих реакторах вплоть до достижения заданной степени превращения.

Другие графические методы описаны в [1, 3]. Существуют также численные методы [9, 10], которые позволяют получить решение для любого типа реакции при любом числе и соотношении объемов реакторов, а также определить оптимальные характеристики каскада.

13.2. РАСЧЕТ РЕАКТОРОВ С УЧЕТОМ НЕИДЕАЛЬНОСТИ СМЕШЕНИЯ НА МАКРОУРОВНЕ

Математическое описание распределения реагентов и температуры в реакторах с мешалками принципиально аналогично описанию распределения растворенных веществ и теплоты, рассмотренному в гл. 4 и 11. Процесс переноса реагентов в данном случае также описывается уравнениями конвективного переноса, турбулентной диффузии и температуропроводности. Отличие заключается в том, что эти уравнения дополняются слагаемыми, учитывающими наличие распределенных источников или стоков вещества (за счет химической реакции) и теплоты (благодаря ее тепловому эффекту). Решение этих уравнений часто осложняется нелинейным характером зави-

симости скорости реакции от концентраций реагентов и температуры. Следует отметить, однако, что указанные затруднения в большинстве случаев могут быть уменьшены путем введения некоторых упрощений.

Как уже отмечалось, аппараты с мешалками обычно применяют в качестве реакторов в тех случаях, когда желательно обеспечить условия протекания реакции, близкие к идеальному смешению. Критерием применимости того или иного перемешивающего устройства является достижение заданной степени приближения к этим условиям, т. е. поддержание концентраций реагентов и температуры в разных частях объема в допустимых пределах. Определение максимально допустимых отклонений локальных значений концентрации и температуры от средних по аппарату представляет собой самостоятельную задачу, которая решается в ходе разработки технологии процесса с учетом механизма и кинетики реакции, требований к качеству продуктов, а также реальной точности дозирования компонентов реакционной смеси, колебаний их состава и температуры. В большинстве случаев допустимые отклонения локальных значений рабочих параметров от средних сравнительно невелики, и влияние нелинейности уравнений кинетики незначительно. Это позволяет в интервале рабочих концентраций и температур аппроксимировать уравнения кинетики упрощенными линейными зависимостями. Использование упрощенных уравнений кинетики реакции, а также расчетных зависимостей для определения параметров макромасштабного переноса (циркуляционного расхода, коэффициентов турбулентной диффузии, размеров зон), приведенных в предыдущих главах, обычно позволяет осуществить расчет реакторов с учетом влияния интенсивности перемешивания на степень неоднородности поля концентраций и температуры без привлечения дополнительных экспериментальных данных.

Принципиальные особенности выполнения таких расчетов можно проиллюстрировать на примере реактора со скребковой мешалкой [11] при турбулентном режиме перемешивания. Конструкция реактора показана на рис. 13.3. Допустим, что в этом реакторе протекает каталитическая реакция вида A → B, которая сопровождается выделением теплоты в количестве q_p кДж/кг реагента A. Смесь реагента A, катализатора и растворителя подается в реактор после предварительного смешения. Схема ввода и вывода потоков представлена на рис. 13.3.

В соответствии с результатами, изложенными в разделах 3.3 и 4.3, объем аппарата со скребковой мешалкой представляется состоящим из двух концентрических зон, циркуляционный обмен между которыми отсутствует. При этом центральная зона (зона *1*, $0 \leqslant r \leqslant r_c$) по характеру распределения концентраций и температуры может рассматриваться как зона идеального смешения. В периферийной зоне ($r_c \leqslant r \leqslant R$) изменение концентраций и температуры по радиусу также незначительно, и процессы переноса в этой зоне описываются уравнениями однопараметрической диффузионной модели. Поскольку реакция протекает в условиях вы-

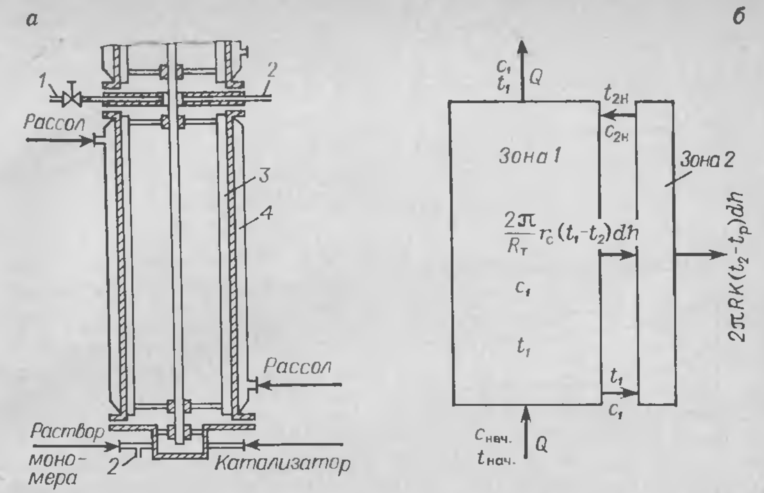


Рис. 13.3. Конструкция (*а*) и схема математической модели (*б*) реактора со скребковой мешалкой.

деления теплоты и ее отвода через стенку аппарата, математическое описание реактора включает уравнения материального и теплового балансов центральной зоны:

$$Q\,(c_{нач} - c_1) - Q\,\frac{R^2 - r_c^2}{R^2}\,(c_1 - c_{2H}) - \pi r_c^2 H f_p\,(c) = 0 \qquad (13.2.1а)$$

$$Q\,(t_{нач} - t_1) - Q\,\frac{R^2 - r_c^2}{R^2}\,(t_1 - t_{2H}) + \frac{\pi r_c^2 H q_p}{\rho c_p} f_p\,(c) -$$

$$- \frac{2\pi r_c}{\rho c_p R_т} \int_0^H (t_1 - t_2)\, dh = 0 \qquad (13.2.1б)$$

и дифференциальные уравнения продольного переноса реагента A и теплоты в периферийной зоне:

$$\frac{Q}{\pi R^2}\,\frac{dc_2}{dh} - D_2\,\frac{d^2c}{dh^2} - f_p\,(c) = 0 \qquad (13.2.2а)$$

$$\frac{Q}{\pi R^2}\,\frac{dt_2}{dh} - D_2\,\frac{d^2t_2}{dh^2} + \frac{q_p}{\rho c_p} f_p\,(c) + \frac{2\pi r_c}{\rho c_p R_т}\,(t_1 - t_2) - \frac{2\pi RK}{\pi c_p}\,(t_2 - t_p) = 0$$

(13.2.2б)

В этих уравнениях Q — объемный расход реакционной смеси; м³/с; $c_{нач}$, c_1, c_2 — концентрация реагента A в исходной смеси, в центральной зоне* и локальная концентрация в периферийной зоне на высоте h; $t_{нач}$, t_1, t_2 — температура исходной смеси, температура в центральной зоне и локальное значение температуры в периферийной зоне на высоте h, К; c_{2H}, t_{2H} — концентрация и температура в периферийной зоне на высоте H; t_p — температура теплоносителя в рубашке, К; K — коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·К); r_c — радиус границы раздела зон (см. раздел 3.3), м; H, R — высота и радиус аппарата, м; $R_т$ — термическое сопротивление границы раздела зон (см. раздел 4.3), м²·К/Вт; D_2 — коэффициент турбулентного переноса в периферийной зоне (см. раздел 3.3), м²/с.

---

* Как следует из определения идеального смешения (раздел 13.1), концентрация c_1 представляет собой также и концентрацию на выходе из реактора.

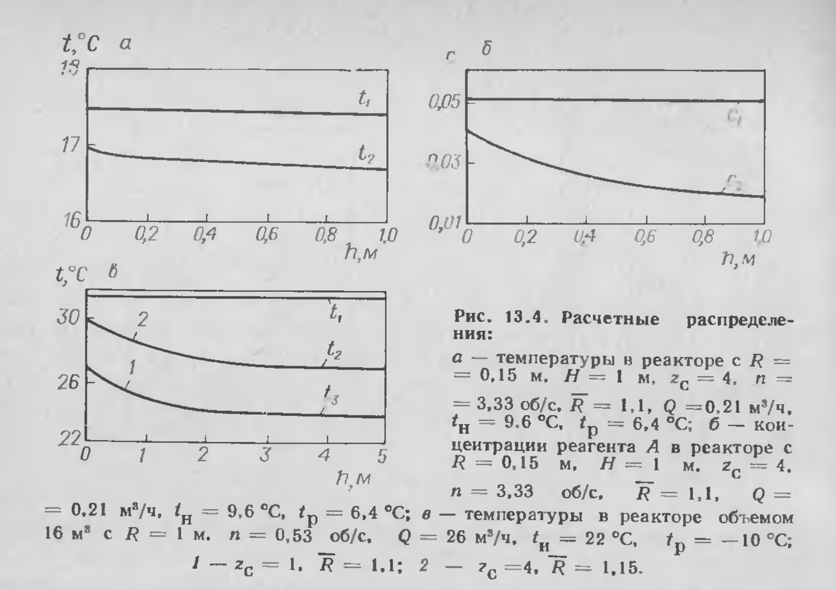


Рис. 13.4. Расчетные распределения:
а — температуры в реакторе с $R = 0{,}15$ м, $H = 1$ м, $z_c = 4$, $n = 3{,}33$ об/с, $\overline{R} = 1{,}1$, $Q = 0{,}21$ м³/ч, $t_н = 9{,}6$ °С, $t_р = 6{,}4$ °С; *б* — концентрации реагента *А* в реакторе с $R = 0{,}15$ м, $H = 1$ м, $z_c = 4$, $n = 3{,}33$ об/с, $\overline{R} = 1{,}1$, $Q = 0{,}21$ м³/ч, $t_н = 9{,}6$ °С, $t_р = 6{,}4$ °С; *в* — температуры в реакторе объемом 16 м³ с $R = 1$ м, $n = 0{,}53$ об/с, $Q = 26$ м³/ч, $t_н = 22$ °С, $t_р = -10$ °С; *1* — $z_c = 1$, $\overline{R} = 1{,}1$; *2* — $z_c = 4$, $\overline{R} = 1{,}15$.

Граничные условия, соответствующие схеме, приведенной на рис. 13.3:

$$\frac{dc_2}{dh} = 0, \qquad \frac{dt_2}{dh} = 0 \qquad \text{при } h = H \tag{13.2.3а}$$

$$\frac{Q}{\pi R^2}(c_1 - c_2) - D_2\frac{dc_2}{dr} = 0, \quad \frac{Q}{\pi R^2}(t_1 - t_2) - D_2\frac{dc_2}{dr} = 0 \qquad \text{при } h = 0 \tag{13.2.3б}$$

На рис. 13.4 и 13.5 представлены результаты численного решения уравнений (13.2.1)—(13.2.3) применительно к случаям проведения реакции в аппаратах со скребковыми мешалками объемом 0,07 и 16 м³ [11, 12] с использованием аппроксимационного уравнения кинетики

$$f_P(c) = 0{,}085Ic\,(4{,}5 + 0{,}4t)$$

где I — концентрация катализатора; c — концентрация исходного реагента; t — температура, °С.

Как следует из графиков, увеличение объема реактора даже при уменьшении степени конверсии приводит к увеличению разности локальных значений температуры в разных точках объема.

Рассмотренный метод упрощения кинетических функций применим только в случае непрерывнодействующих реакторов. При периодическом или полунепрерывном* режимах работы реакторов

* Имеется в виду режим работы аппарата, при котором загрузка одного из реагентов осуществляется непрерывно в течение некоторого времени, а выгрузка продуктов реакции — по окончании операции.

Рис. 13.5. Сопоставление опытных значений концентраций продукта реакции с рассчитанными по уравнениям (13.2.1)—(13.2.3)
Значения объема реактора (в м³): *1* — 16,0; *2* — 0,07

этот метод часто неприемлем в связи с большим диапазоном изменения концентраций, а следовательно, и скорости реакции во времени.

Одним из возможных способов упрощения задачи расчета реакторов периодического или полунепрерывного действия является рассмотрение неустановившегося процесса как совокупности квазистационарных состояний [13]. Иными словами, аппарат заменяется равноценным по распределению концентраций (но не по производительности) гипотетическим каскадом из p непрерывнодействующих реакторов. При этом суммарное время пребывания реакционной смеси в таком каскаде принимается равным длительности рассматриваемого периодического процесса, а объем каждого реактора — равным объему периодически действующего аппарата. Для учета неидеальности пространственного распределения концентраций и температуры может быть использован прием, описанный в гл. 4 применительно к случаю неустановившегося переноса растворенных веществ. Каждый реактор условного каскада рассматривается как совокупность $2z$ ячеек* идеального смешения. При турбулентном режиме обмен между ячейками описывается уравнениями циркуляции и турбулентной диффузии. Для обеспечения соответствия между полями концентраций в реакторах условного каскада и заменяемом ими реакторе ввод реакционной смеси в каждую ячейку m-го реактора (m-й временно́й ступени) осуществляется из одноименной ячейки предыдущего, $(m - 1)$-го реактора (рис. 13.6).

Например, применительно к аппарату без отражательных перегородок распределение концентраций i-го реагента в m-м реакторе условного каскада из p ступеней соответствует распределению концентраций в идентичном по конструкции и размерам реак-

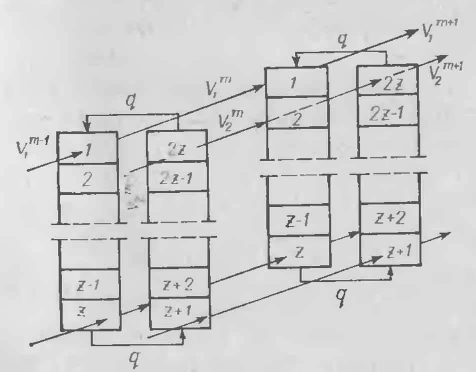


Рис. 13.6. Схема квазистационарной модели неидеального реактора периодического действия.

* По существу эти ячейки являются ячейками сетки разностной схемы. Число ячеек z, как и число временны́х ступеней p, определяется в ходе решения системы уравнений, исходя из условия достижения заданной точности.

торе периодического действия в момент времени $\tau = m\theta/p$ и описывается системой уравнений:

$$
\begin{gathered}
v_1\left(c^{m-1}_{1,\,i} - c^{m}_{1,\,i}\right) + q\left(c^{m}_{2z,\,i} - c^{m}_{1,\,i}\right) + \frac{F_1 D_1 z}{H}\left(c^{m}_{2i} - c^{m}_{1i}\right) - \\
- \frac{F_1 H}{z} f_{\text{р}}(c) = 0 \\
v_1\left(c^{m-1}_{l,\,i} - c^{m}_{l,\,i}\right) + q\left(c^{m}_{l-1,\,i} - c^{m}_{l,\,i}\right) + \\
+ \frac{F_1 D_1 z}{H}\left(c^{m}_{l-1,\,i} - 2c^{m}_{l,\,i} + c^{m}_{l+1,\,i}\right) - \frac{F_1 H}{z} f_{\text{р}}(c) = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
v_1\left(c^{m-1}_{z,\,i} - c^{m}_{z,\,i}\right) + q\left(c^{m}_{z-1,\,i} - c^{m}_{z,\,i}\right) + \\
+ \frac{F_1 D_1 z}{H}\left(c^{m}_{z-1,\,i} - c^{m}_{z,\,i}\right) - \frac{F_1 H}{z} f_{\text{р}}(c) = 0 \\
v_2\left(c^{m-1}_{z+1,\,i} - c^{m}_{z+1,\,i}\right) + q\left(c^{m}_{z,\,i} - c^{m}_{z+1,\,i}\right) + \\
+ \frac{F_2 D_2 z}{H}\left(c^{m}_{z+2,\,i} - c^{m}_{z+1,\,i}\right) - \frac{F_2 H}{z} f_{\text{р}}(c) = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
v_2\left(c^{m-1}_{j,\,i} - c^{m}_{j,\,i}\right) + q\left(c^{m}_{j-1,\,i} - c^{m}_{j,\,i}\right) + \\
+ \frac{F_2 D_2 z}{H}\left(c^{m}_{j-1,\,i} - 2c_{j,\,i} + c^{m}_{j+1,\,i}\right) - \frac{F_2 H}{z} f_{\text{р}}(c) = 0 \\
v_2\left(c^{m-1}_{2z,\,i} - c^{m}_{2z,\,i}\right) + q\left(c^{m}_{2z-1,\,i} - c^{m}_{2z,\,i}\right) + \\
+ \frac{F_2 D_2 z}{H}\left(c^{m}_{2z-1,\,i} - c^{m}_{2z,\,i}\right) - \frac{F_2 H}{z} f_{\text{р}}(c) = 0
\end{gathered}
\tag{13.2.4}
$$

Здесь θ — длительность периодического процесса, с; F_1, F_2 — площадь сечения центральной и периферийной зон аппарата (см. гл. 3), м²; q — циркуляционный расход среды в аппарате (см. гл. 3), м³/с; D_1, D_2 — осредненные значения коэффициентов турбулентной диффузии в центральной и периферийной зонах (см. гл. 3), м²/с. Индексы $l = 1, 2, \ldots, z$ и $j = z + 1, \ldots, 2z$ характеризуют (см. рис. 13.6) номер ячейки смешения, индекс m — номер реактора в условном каскаде, индекс $i = 1, \ldots, k$ — номер реагента.

Значения расхода реакционной смеси через ячейки разностной схемы реакторов условного каскада определяются, исходя из условия постоянства среднего времени пребывания. Так, для центральной зоны

$$v_1 = F_1 H p/(z\theta) \qquad \text{при } 1 \leqslant l \leqslant z \tag{13.2.5}$$

для периферийной зоны

$$v_2 = F_2 H p/(z\theta) \qquad \text{при } z + 1 \leqslant j < 2z \tag{13.2.6}$$

В уравнениях для первого реактора условного каскада значения концентраций определяются из начальных условий, соответствующих практическим условиям загрузки реагентов $\left(c^{m-1}_{l,\,i} = c_{H,\,i}\right)$. Предложенная аппроксимация позволяет свести задачу математического моделирования периодически действующего реактора к решению системы из $2zpk$ алгебраических уравнений. Несмотря на то, что порядок системы оказывается высоким, ее решение осуществляется достаточно просто, ибо оно сводится к последовательному решению p систем из $2z$ алгебраических уравнений (по числу квазистационарных состояний).

В случаях полунепрерывного режима ведения процесса задача математического моделирования осложняется тем, что в ходе процесса имеет место увеличение реакционного объема, а изменение концентраций происходит не только за счет реакции, но и в результате ввода дозируемых реагентов и растворителя. Эти обстоятельства учитываются путем соответствующего изменения системы уравнений (13.2.4).

Поскольку постоянство объема m-го аппарата условного каскада при непрерывном вводе раствора i-го реагента $c_{H,\,i}$ с расходом G обеспечивается при соблюдении равенства

$$\sum_{l=1}^{z} v_1^m + \sum_{j=z+1}^{2z} v_2^m = \sum_{l=1}^{z} v_1^{m-1} + \sum_{j=z+1}^{2z} v_2^{m-1} + G \tag{13.2.7}$$

расход реакционной массы через каждую последующую ступень каскада должен увеличиваться по сравнению с предыдущей ступенью. В условиях, когда $G \ll q$ и $z = \text{const}$, для соблюдения равенства (13.2.7) целесообразно полагать приращение расхода через l-ю ячейку m-й временной ступени по сравнению с одноименной ячейкой $(m - 1)$-й ступени пропорциональным объему ячейки:

$$v_1^m = v_1^{m-1} + \frac{GF_1}{Fz} \qquad \text{при } 1 \leqslant l \leqslant z;$$

$$v_2^m = v_2^{m-1} + \frac{GF_2}{Fz} \qquad \text{при } z + 1 \leqslant j \leqslant 2z \tag{13.2.8}$$

где $F = F_1 + F_2$ — площадь поперечного сечения аппарата.

При равенстве значений времени пребывания во всех аппаратах условного каскада (что соответствует делению времени полунепрерывного процесса на равные части) изменение реакционного объема в ходе процесса учитывается соотношением:

$$H_m = H_0 + m\frac{G\theta}{Fp} \tag{13.2.9}$$

где H_m — высота заполнения аппарата в момент времени τ, м; H_0 — начальная высота заполнения аппарата, м.

Таким образом, если направление движения дозируемого компонента в аппарате совпадает с направлением внутренней циркуляции, распределение концентраций i-го реагента на m-й временной

ступени при вводе его в верхнюю часть центральной зоны может быть описано системой алгебраических уравнений:

$$v_1^{m-1}\left(c_{1,\,i}^{m-1}-c_{1,\,i}^{m}\right)+q\left(c_{2z,\,i}^{m}-c_{1,\,i}^{m}\right)+G\left(c_{H,\,i}-c_{1,\,i}^{m}\right)+$$
$$+\frac{F_1D_1z}{H^m}\left(c_{2,\,i}^{m}-c_{1,\,i}^{m}\right)+\frac{F_1H^m}{z}f_{\text{р}}(c)=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$v_1^{m-1}\left(c_{l,\,i}^{m-1}-c_{l,\,i}^{m}\right)-(q+G_l)\left(c_{l-1,\,i}^{m}-c_{l,\,i}^{m}\right)+$$
$$+\frac{F_1D_1z}{H^m}\left(c_{l-1,\,i}^{m}-2c_{l,\,i}^{m}+c_{l+1,\,i}^{m}\right)-\frac{F_1H^m}{z}f_{\text{р}}(c)=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$v_1^{m-1}\left(c_{z,\,i}^{m-1}-c_{z,\,i}^{m}\right)+(q+G_z)\left(c_{z-1,\,i}^{m}-c_{z,\,i}^{m}\right)+$$
$$+\frac{F_1D_1z}{H^m}\left(c_{z-1,\,i}^{m}-c_{z,\,i}^{m}\right)-\frac{F_1H^m}{z}f_{\text{р}}(c)=0$$

$$v_2^{m-1}\left(c_{z+1,\,i}^{m-1}-c_{z+1,\,i}^{m}\right)+(q+G_{z+1})\left(c_{z,\,i}^{m}-c_{z+1,\,i}^{m}\right)+ \qquad (13.2.10)$$
$$+\frac{F_2D_2z}{H^m}\left(c_{z+2,\,i}^{m}-c_{z+1,\,i}^{m}\right)-\frac{F_2H^m}{z}f_{\text{р}}(c)=0.$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$v_2^{m-1}\left(c_{j,\,i}^{m-1}-c_{j,\,i}^{m}\right)+(q+C_j)\left(c_{j-1,\,i}^{m}-c_{j,\,i}^{m}\right)+$$
$$+\frac{F_2D_2z}{H^m}\left(c_{j-1,\,i}^{m}-2c_{j,\,i}^{m}+c_{j+1,\,i}^{m}\right)-\frac{F_2H^m}{z}f_{\text{р}}(c)=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$v_2^{m-1}\left(c_{2z,\,i}^{m-1}-c_{2z,\,i}^{m}\right)+(q+G_{2z})\left(c_{2z-1,\,i}^{m}-c_{2z,\,i}^{m}\right)+$$
$$+\frac{F_2D_2z}{H^m}\left(c_{2z-1,\,i}^{m}-c_{2z,\,i}^{m}\right)-\frac{F_2H^m}{z}f_{\text{р}}(c)=0$$

где

$$G_l=G\left(1-\frac{F_1}{F}\,\frac{l-1}{z}\right) \qquad \text{при } 1\leqslant l\leqslant z;$$

$$G_j=G\left(1-\frac{F_1}{F}\right)\left(2-\frac{j-1}{z}\right) \qquad \text{при } z+1\leqslant j\leqslant 2z \qquad (13.2.11)$$

Аналогичные уравнения могут быть записаны для условий непрерывного ввода произвольного числа реагентов в любую заданную точку аппарата.

Применительно к условиям периодического процесса, когда все реагенты введены в аппарат до начала реакции и $G=0$, система (13.2.10) превращается в систему (13.2.4).

Поскольку числа шагов по координате ($2z$) и временных ступеней (p) при использовании рассматриваемой модели определяется, исходя из условий устойчивости разностной схемы, а также дости-

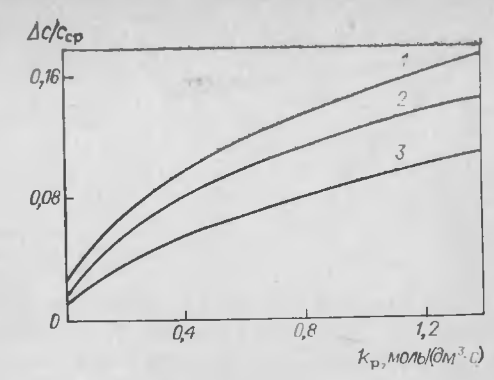


Рис. 13.7. Зависимость перепада концентраций в реакторе полунепрерывного действия от константы скорости реакции ($V=1$ м³, $d_{\text{М}}=0{,}25$ м, $n=4{,}17$ об/с).

Значения G (в м³/ч): *1* — 0,2; *2* — 0,14; *3* — 0,08.

жения заданной точности, а параметры F_1, F_2, D_1, D_2 и q, отражающие гидродинамическую обстановку в реакторе, рассчитываются на основании характеристик аппарата с мешалкой и свойств среды по формулам, полученным в гл. 2 и 3, для расчета по уравнениям (13.2.10) необходима лишь информация о физических свойствах реакционной массы и кинетической функции $f_{\text{р}}(c)$.

В условиях, когда физические свойства и объем реакционной среды в ходе процесса не претерпевают существенных изменений, значения перечисленных выше параметров для аппаратов периодического действия сохраняются постоянными в течение всего процесса. В случае полунепрерывного режима система (13.2.10), строго говоря, должна быть дополнена уравнениями для учета изменения параметров модели с изменением высоты заполнения аппарата жидкостью. Из материалов гл.2 и 3 следует, однако, что при развитом турбулентном режиме даже значительное увеличение высоты заполнения аппарата и свойств среды не приводит к существенному изменению рассматриваемых параметров. Это позволяет при их определении исходить из среднего значения высоты заполнения аппарата и средних значений физических констант.

Результаты решения уравнений (13.2.4) и (13.2.10) применительно к случаям проведения бимолекулярных реакций второго порядка показывают, что при периодическом режиме продолжительность

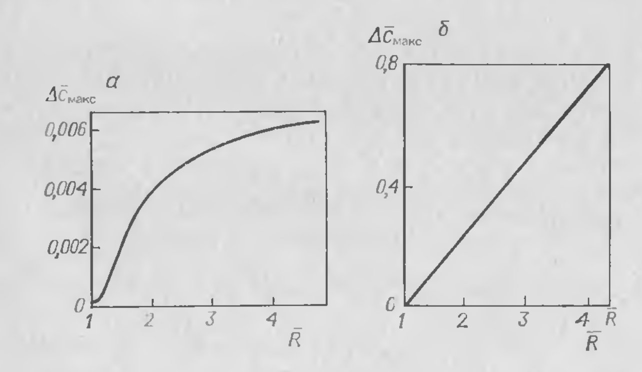


Рис. 13.8. Максимальный перепад концентраций в аппарате полунепрерывного действия $V=50$ дм³; $N=2{,}5$ Вт; $k_{\text{р}}=10$ моль/(дм³·с):

а — при вводе в периферийную зону; *б* — при вводе в центральную зону.

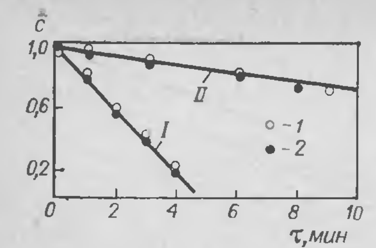


Рис. 13.9. Изменение концентрации щелочи в реакторе полунепрерывного действия (ввод кислоты в периферийную зону, лопастная мешалка).

Кривая	V, м³	$d_м$, м	n, об/с	$c_и$	G, дм³/с
I	0,02	0,2	1,5	1,6	0,0059
II	1,2	0,3	0,9	2,68	0,0019

1 — центральная зона; 2 — периферийная зона; сплошные линии — расчетные.

существования заметной неоднородности распределения концентраций в реакторе близка к времени выравнивания концентраций смешиваемых веществ при отсутствии реакции (см. гл. 4). В реакторах полунепрерывного действия [13] неоднородность распределения концентраций сохраняется в течение всего периода подачи дозируемых непрерывно реагентов. При этом степень неоднородности повышается с ростом расхода дозируемого реагента и увеличением константы скорости реакции (рис. 13.7). Значительное влияние на степень неоднородности распределения концентраций оказывает соотношение радиусов аппарата и мешалки, а также размещение точек ввода (рис. 13.8). Условия, наиболее близкие к идеальному смешению, обеспечиваются при вводе подаваемых непрерывно веществ в зону большего объема.

Результаты решения уравнений (13.2.10) показывают также, что в аппаратах с турбинными, лопастными, рамными и аналогичными им мешалками даже в случае весьма быстрых, практически мгновенных реакций распределение концентраций в пределах каждой из зон оказывается практически выравненным не только по радиусу, но и по высоте и основным является перепад концентраций между зонами. Это позволяет для инженерной оценки близости аппарата периодического или полунепрерывного действия к реактору идеального смешения использовать упрощенный метод, который состоит в расчете распределения концентраций в аппарате при проведении в нем бесконечно быстрой (мгновенной) реакции. При этом каждая из зон рассматривается как зона идеального смешения.

Изменение концентраций реагентов* при мгновенной двухкомпонентной реакции может быть учтено, если концентрации одного из реагентов присвоить знак минус. Применительно к случаю, когда один из реагентов находится в аппарате, а другой непрерывно подается в аппарат с расходом $G \ll q$, уравнения материального баланса каждой из зон по 1-му реагенту могут быть представлены в следующей форме:

$$V_1 \frac{dc_1}{d\tau} = c_2\left[q + (1-\gamma)\,G\,\frac{V_1}{V}\right] - c_1\left[q + \gamma G\,\frac{V_2}{V}\right] - \gamma G c_н \quad (13.2.12а)$$

$$V_2 \frac{dc_2}{d\tau} = c_1\left[q + \gamma G\,\frac{V_2}{V}\right] - c_2\left[q + (1-\gamma)\,G\,\frac{V_1}{V}\right] - (1-\gamma)\,G c_н \quad (13.2.12б)$$

* При использовании рассматриваемого метода все концентрации выражаются в г-экв/дм³ или кг-экв/м³.

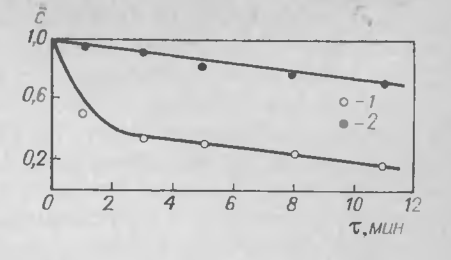


Рис. 13.10. Изменение концентрации щелочи в реакторе полунепрерывного действия (ввод в центральную зону, открытая турбинная мешалка, $V = 0{,}3$ м³, $n = 0{,}9$ об/с, $c_н = 268$, $G = 0{,}0019$ дм³/с):

1 — центральная зона; 2 — периферийная зона; сплошные линии — расчетные.

где γ — доля расхода, подаваемого в центральную зону; $c_н$ — концентрация подаваемого в аппарат реагента, кг-экв/м³; G — расход реагента, м³/с; V_1, V_2 — объемы центральной и периферийной зон, м³.

Решение уравнений (13.2.12) с начальными условиями

$$c_1 = c_2 = 1 \qquad \text{при } \tau = 0 \quad (13.2.13)$$

приводит к выражениям

$$c_1 = 1 + \frac{\left(\gamma - \frac{V_1}{V}\right) c_н G}{qV}\left(V_1 + V_2 e^{-\frac{Vq}{V_1V_2}\tau}\right) - \frac{G c_н V_2}{qV} - \frac{G c_н \tau}{V} + \frac{(1-\gamma)\,G c_н}{q} \quad (13.2.14а)$$

$$c_2 = 1 + \frac{\left(\gamma - \frac{V_1}{V}\right) c_н G V_1}{qV}\left(1 - e^{-\frac{Vq}{V_1V_2}\tau}\right) - \frac{G c_н \tau}{V} \quad (13.2.14б)$$

Отсюда разность концентраций между зонами:

$$\Delta c = |c_1 - c_2| = \left(\gamma - \frac{V_1}{V}\right)\frac{G c_н}{q}\left(e^{-\frac{Vq}{V_1V_2}\tau} - 1\right) \quad (13.2.15)$$

На рис. 13.9 и 13.10 представлены значения концентраций в центральной и периферийной зонах, рассчитанные по уравнениям (13.2.14а) и (13.2.14б), и опытные данные, полученные на аппаратах объемом от 0,02 до 1,2 м³ с лопастными и турбинными мешалками при нейтрализации щелочи (KOH) в условиях непрерывного ввода кислоты (H_2SO_4). Заметим, что условия этих экспериментов были выбраны искусственно с целью получения высоких значений разности концентраций, доступных для надежного измерения. В промышленных аппаратах типовых конструкций при реальных продолжительностях технологических операций (30—60 мин и более) различие концентраций в разных точках объема как правило незначительно.

13.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКТОРОВ С УЧЕТОМ УРОВНЯ СМЕШЕНИЯ

В разделе 13.1 при рассмотрении реакторов идеального смешения предполагалось, что в аппарате имеет место равномерное распределение молекул всех реагирующих веществ. При реальных условиях перемешивания могут, однако, возникать такие ситуации, когда равномерно распределены не молекулы реагирующих веществ, а элементы объема различного состава. Размер этих элементов может

быть ничтожно мал по сравнению с размерами аппарата, но велик по сравнению с размерами молекул. При таких условиях обычные методы измерения зафиксируют равенство локальных концентраций во всех точках объема, и экспериментальные кривые распределения времени пребывания будут соответствать уравнениям идеального смешения. В то же время распределение концентраций на молекулярном уровне, определяющее протекание и выход реакций, может быть существенно неравномерным. Таким образом, степень однородности распределения смешиваемых веществ в случае проведения химических реакций, в которых принимают участие два или более видов молекул, следует, строго говоря, характеризовать не только распределением концентраций (в том смысле, в каком оно используется в гл. 4 и 11 и в разделе 13.2), но и уровнем смешения. Предельный случай, когда молекулы реагентов распределены равномерно, соответствует идеальному смешению на микроуровне (микросмешению). Второе предельное состояние — равномерное распределение малых элементов объема смешиваемых жидкостей при полном отсутствии взаимного проникновения — соответствует идеальному смешению на макроуровне (макросмешению). Другие возможные состояния системы, промежуточные по отношению к рассмотренным предельным случаям, предложено [14] характеризовать степенью сегрегации (разделения) J, которая по мере приближения системы к идеальному смешению на микроуровне изменяется от 1 до 0. Для количественной оценки степени сегрегации в работе [14] введены понятия «концентрации в точке» и «возраста жидкости в точке». Определение «в точке» подразумевает усреднение концентрации и возраста по области, очень малой по сравнению с рассмотренным выше элементом объема, но достаточно большой, чтобы содержать много молекул.

Если возраст молекул τ понимать как время, которое прошло с того момента, когда молекула попала в систему, то можно рассчитать дисперсию возраста всех молекул системы, т. е. среднеквадратичное отклонение возраста молекул от среднего возраста:

$$\sigma_\tau = \overline{(\tau - \bar{\tau})^2} \tag{13.3.1}$$

Здесь $\bar{\tau}$ — средний возраст всех молекул, которые находятся в системе в данный момент времени. Общая черта сверху указывает на среднее значение для всех молекул.

Если для каждой «точки» средний возраст молекул обозначить τ_p, то дисперсия возраста σ_{τ_p} может служить количественной мерой степени разделения:

$$\sigma_{\tau_p} = \overline{(\tau_p - \bar{\tau})^2} \tag{13.3.2}$$

При идеальном смешении на молекулярном уровне средний возраст всех молекул в каждой точке одинаков и равен среднему возрасту всех молекул в системе. В этом случае дисперсия равна нулю и

$$J = \sigma_{\tau_p}/\sigma_\tau = 0/\sigma_\tau = 0 \tag{13.3.3}$$

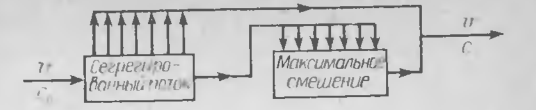


Рис. 13.11. Последовательная модель промежуточного состояния смешения [16].

При смешении на макроуровне система является полностью разделенной (сегрегированной) и дисперсия возраста равна дисперсии возраста всех молекул:

$$J = \sigma_{\tau_p}/\sigma_\tau = 1 \tag{13.3.4}$$

Предельному значению $J = 0$ соответствует понятие «состояния максимальной смешиваемости», введенное в работе [15]. Для любой другой степени смешения величина J оказывается меньше единицы и может служить мерой сравнения уровней смешения в различных реакторах.

В основе моделирования состояния частичной сегрегации, как правило, лежит предположение о том, что часть реакционной среды находится в полностью сегрегированном состоянии, а часть — в состоянии микросмешения. Соотношение объемов зон аппарата, в которых осуществлено смешение на уровне отдельных молекул и элементов жидкости, зависит от режима перемешивания и конструкции реактора.

Изложенная концепция нашла свое отражение и развитие в работах [16—23]. Как известно [10], значения времени пребывания отдельных элементов жидкости в аппарате с мешалкой неодинаковы и распределены по некоторому закону, зависящему от структуры потоков и особенностей макромасштабного переноса в аппарате. Авторы работ [16, 17] представили смесь на выходе из аппарата состоящей из элементов жидкости, которые покидают систему в состоянии макро- или микросмешения. Первую группу образуют элементы с малыми, а вторую — с большими значениями времени пребывания. На этой основе построен ряд математических моделей реакторов, описанных в [16]. Так называемая последовательная модель (рис. 13.11) отражает допущение, что поток поступает в реактор в сегрегированном состоянии, при этом часть потока с малым временем пребывания покинет реактор в том же сегрегированном состоянии, а другая часть потока — с бо́льшим временем пребывания — покинет реактор в состоянии микросмешения. В основу параллельной модели промежуточного уровня смешения (рис. 13.12) положено допущение, что поток еще до поступления в реактор состоит из элементов, перемешанных частью на макро-, а частью — на микроуровне, причем количество тех и других элементов определяется величиной некоторого критического времени пребывания.

Для расчета степени превращения на основе рассмотренных и аналогичных им моделей требуется [17] знание критической величины времени пребывания, достаточной для микросмешения, и функций распределения времени пребывания для всех поступающих в реактор потоков. Вид этих функций в свою очередь зависит от свойств веществ, условий перемешивания, а также от схемы протока через аппарат.

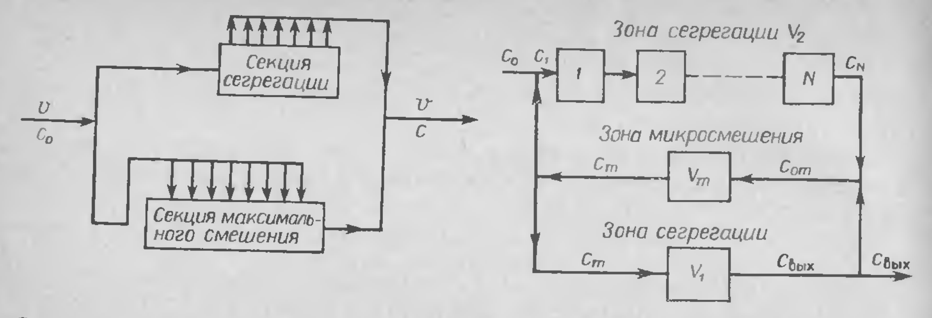


Рис. 13.12. Параллельная модель промежуточного состояния смешения [16].

Рис. 13.13. Структурная схема модели промежуточного уровня смешения для аппарата с открытой турбинной мешалкой [23].

Предложен также ряд моделей [18—23], основанных на представлении объема реактора как системы зон макро- и микросмешения. Так как энергия, подводимая мешалкой к перемешиваемой жидкости, распределяется по объему неравномерно, в реакторе существуют области с различной степенью турбулизации. При этом в зоне наибольшей турбулизации, расположенной вблизи мешалки, создаются условия, наиболее благоприятные для микросмешения. Рассматриваемая закономерность нашла наиболее полное отражение в математической модели, приведенной в работах [20—23].

На рис. 13.13 представлена схема математической модели реактора с частичной сегрегацией, предложенной в работе [23] применительно к аппарату с отражательными перегородками. В этой модели обмен между зоной микросмешения (зона мешалки объемом V_m) и двумя зонами макросмешения (ниже мешалки, объемом V_1, и выше мешалки, объемом V_2) рассматривается как результат наличия двухконтурной циркуляции. Параметры модели — отношение объемов зон, циркуляционный расход, а также число ячеек смешения N в зоне V_2 — определяются путем обработки экспериментальных данных. При наличии сведений о кинетике реакции эта модель позволяет рассчитать степень превращения с учетом влияния частичной сегрегации.

Результаты анализа, выполненного в работах [22, 23], позволили выявить определенные закономерности, связанные с влиянием условий перемешивания на степень сегрегации в реакторе. Установлено, в частности, что высокая степень сегрегации в аппарате с мешалкой может иметь место даже при высоких значениях кратности циркуляции, если объем зоны микросмешения мал. С другой стороны, при достаточно больших значениях V_m (что, очевидно, соответствует малым отношениям радиусов аппарата и мешалки R/r_0) условия в аппарате приближаются к микросмешению. Выполнен также ряд работ [24—28], посвященных теоретическому рассмотрению взаимосвязи между интенсивностью смешения на микроуровне и локальными характеристиками турбулентности. Развитие этого направления позволит, по-видимому, решать задачи расчета реакторов с учетом уровня смешения, не прибегая к экспериментальному определению параметров смешения в полупромышленных или промышленных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вэйлас С.* Химическая кинетика и расчет промышленных реакторов. М.: Химия, 1967. 437 с.
2. *Эмануэль Н. М., Кнорре Д. Г.* Курс химической кинетики, М.: Высшая школа, 1969. 428 с.
3. *Крамерс X., Вестертерп К.* Химические реакторы. Расчет и управление ими. М.: Химия, 1967. 387 с.
4. *Безденежных А. А.* Математические модели химических реакторов. Киев: Техника, 1970. 175 с.
5. *Железняк А. С., Иоффе И. И.* Методы расчета многофазных химических реакторов. Л.: Химия, 1974. 320 с.
6. *Астарита Дж.* Массопередача с химической реакцией. Л.: Химия, 1971. 221 с.
7. *Закгейм А. Ю.* Введение в моделирование химико-технологических процессов. М.: Химия, 1973. 215 с.
8. *Хартман К., Пассет Б. В.* — ЖПХ, 1967, т. 40, № 7, с. 1504—1512.
9. *Бенедек П., Ласло А.* Научные основы химической технологии. Л.: Химия, 1970. 376 с.
10. *Кафаров В. В.* Методы кибернетики в химии и химической технологии. М.: Химия, 1976. 460 с.
11. *Глухов В. П., Павлов Н. Г., Лобанов А. А., Бегачев В. И., Брагинский Л. Н., Павлушенко И. С.* — Промышленность СК, 1970, № 7, с. 11—15.
12. *Ермаков В. И., Шеин В. С., Рейхсфельд В. О.* — Инженерные методы расчета процессов получения и переработки эластомеров. Л.: Химия, 1982. 334 с.
13. *Кафаров В. В., Барабаш В. М., Бегачев В. И. и др.* — В кн.: Доклады Всесоюзной конференции «Химреактор-5». Уфа, 1974, с. 214—218.
14. *Danckwerts P. V.* — Chem. Eng. Sci., 1958, v. 13, p. 893.
15. *Zwietering Th. N.* — Ibid., 1959, v. 14, p. 1.
16. *Weinstein H., Adler R.* — Ibid., 1967, 22, p. 65—74.
17. *Гордеев Л. С.* — В кн.: Итоги науки и техники. Процессы и аппараты химической технологии. М.: Наука. 1976, с. 82—166.
18. *Ng D. Y., Rippin D. W.* — In.: Third European Symposium of Chemical Reaction Engineering. Amsterdam: Press Oxford, 1965, p. 161.
19. *Manning F. S.* — AIChEJ, 1965, v. 11, p. 723.
20. *Кафаров В. В., Винаров А. Ю., Гордеев Л. С.* — Моделирование биохимических реакторов. М.: Лесная промышленность, 1979. 342 с.
21. *Гордеев Л. С.* — В кн.: Труды XII Менделеевского съезда по общей и прикладной химии. Рефераты докладов и сообщений. Наука, 1981, № 5, с. 85.
22. *Гордеев Л. С., Кафаров В. В.* — ЖПХ, 1974, т. 47, № 10, с. 2250—2255.
23. *Гордеев Л. С., Кафаров В. В.* — ЖПХ, 1974, т. 47, № 11, с. 2486—2491.
24. *Corsin S.* — AIChEJ, 1957, v. 3, p. 329.
25. *Corsin S.* — AIChEJ, 1964, v. 10, p. 870.
26. *Rosenzweig R.* — AIChEJ, 1964, v. 10, p. 91.
27. *Rosenzweig R.* — Can. J. Chem. Engng, 1966, v. 44, p. 255.
28. *Покорецки Р., Балдыга Е.* — В кн.: Доклады VI Всесоюзной конференции по тепломассообмену. Минск, 1980, т. 10, с. 25—36.

Глава 14

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ТИПЫ ПЕРЕМЕШИВАЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Наряду с аппаратами традиционной конструкции, известное распространение в промышленности получили аппараты или перемешивающие устройства некоторых специальных конструкций и типов [1—3]. Прежде всего это аппараты, снабженные всасывающими мешалками, винтовыми мешалками с циркуляционной трубой (диффузором), диспергирующими устройствами и т. п., а также аппараты большого объема (300 м^3 и более), для которых характерно использование нескольких перемешивающих устройств с независимыми приводами. Регулярно публикуются также сообщения об испытаниях и промышленном применении аппаратов, в которых перемешивание обеспечивается благодаря возвратно-поступательному движению мешалок (вибрационное перемешивание) или жидкости (пульсационное перемешивание).

Из числа немеханических способов перемешивания наиболее широко применяемым является перемешивание посредством сжатого газа (барботажное, газлифтное) и струйное перемешивание. Значительный интерес в последнее время проявляется также к так называемым статическим смесителям, предназначенным для установки непосредственно на технологических трубопроводах.

Устройства для вибрационного и пульсационного перемешиваиия. Вибрационные мешалки выполняются обычно [4—6] в форме дисков, закрепленных на вертикальных штангах и совершающих возвратно-поступательное движение. Частота колебаний дисков в зависимости от типа применяемого привода, составляет от 3—5 до 100 с$^{-1}$, амплитуда колебаний — до 20 мм. Для создания в аппарате, наряду с маломасштабной турбулентностью, также и общего циркуляционного течения в дисках имеются отверстия в форме усеченных конусов. Вследствие различия в коэффициентах сопротивления сужающихся и расширяющихся каналов колебания диска с конусными отверстиями приводят к возникновению направленного течения. Скорость этого течения зависит от угла конусности отверстий, их числа, а также амплитуды и частоты. По данным [7], при амплитуде 2 мм и частоте 50 с$^{-1}$ скорость выхода струй из отверстий может достигать 2 м/с. В некоторых случаях с целью интенсификации перемешивания в аппарате устанавливают два диска, совершающих колебания в противофазе [6]. Вопросам гидродинамики, тепло- и массообмена в аппаратах с вибрационным перемешиванием посвящено значительное число работ. Результаты этих работ подробно рассматриваются в монографии [4].

Пульсационное перемешивающее устройство обычно представляет собой [8] погруженную в аппарат камеру с распределительной полостью и системой сопл (рис. 14.1). Камера соединена с пульсатором—устройством, которое генерирует пульсации давления газа (в отдельных случаях — жидкости). При повышении давления (прямой такт пульсации) перемешиваемая среда из камеры проходит в распределительную полость и через сопла впрыскивается в аппарат в виде разнонапра-

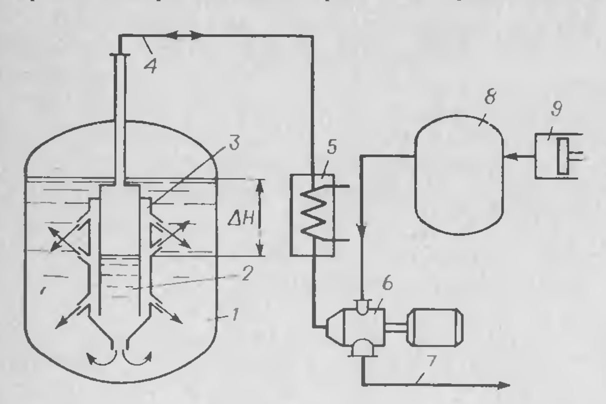
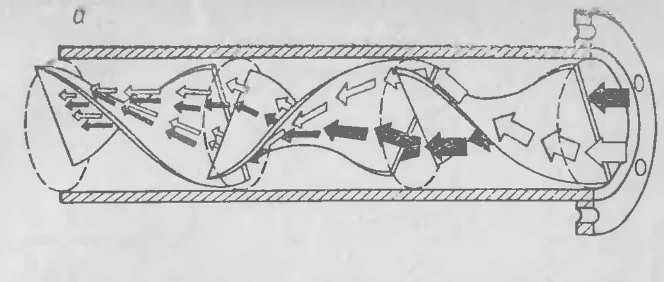


Рис. 14.1. Схема аппарата с пульсационным перемешивающим устройством:

1 — корпус аппарата; *2* — пульсационная камера; *3* — корпус пульсационного перемешивающего устройства с соплами; *4* — пульсопровод; *5* — холодильник пульсопровода; *6* — золотникораспределительный механизм с электродвигателем; *7* — трубопровод сброса отработанного сжатого газа (в атмосферу или на газоочистку); *8* — ресивер сжатого газа; *9* — компрессор; ΔH — изменение высоты жидкости в пульсационной камере за время цикла.



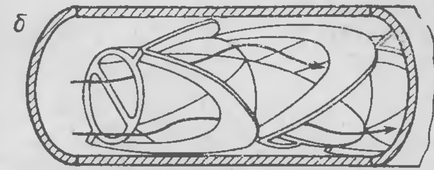


Рис. 14.2. Принципиальные схемы статических смесителей.

вленных струй. При сбросе давления в камере (обратный такт пульсации) жидкость под действием образовавшегося в период прямого такта избыточного слоя жидкости в аппарате возвращается в камеру через те же сопла. Соотношение времени выхода жидкости из камеры и обратного течения составляет [8] 1 : 3÷1 : 5, изменение высоты жидкости в камере за время цикла — до 1—1,5 м. Скорость жидкости в соплах равна 2—4 м/с, частота пульсаций лежит в пределах 0,5—2 с$^{-1}$. Затраты энергии на пульсационное перемешивание составляют от 0,05 до 0,5 кВт на 1 м^3 объема аппарата.

Бо́льшая часть исследований в области пульсационной аппаратуры посвящена вопросам работы массообменных колонн. Основные результаты, относящиеся к аппаратам емкостного типа с пульсационным перемешиванием, а также рекомендации по расчету и конструированию этих аппаратов рассматриваются в монографии [8].

Статические смесители. Для смешения потоков жидкостей различного состава в последний период начали применять статические смесители — устройства, не содержащие подвижных частей и устанавливаемые непосредственно на трубопроводах. Действие таких устройств основано на использовании энергии потока смешиваемых веществ для создания высоких локальных напряжений сдвига; с этой целью в смесительной секции трубопровода устанавливаются турбулизирующие вставки. Очевидно, что при этом происходит повышение гидравлического сопротивления.

Конструкции смесительных элементов, описанные в литературе, характеризуются исключительным разнообразием. В большинстве случаев, однако, они представляют собой (рис. 14.2, *а*) плоские элементы, изогнутые по винтовой линии [9—15], или вкладыши сложной конфигурации (рис. 14.2, *б*), обеспечивающие разделение потока на отдельные струи, их закручивание и смешение [16—28]. Эти элементы изготавливаются из металла или из синтетических материалов, а корпус смесителей в ряде случаев — также из прозрачной пластмассы [29].

Статические смесители применяются для перемешивания жидкостей различной, в том числе и высокой вязкости [14, 29]. Иногда их используют для предварительного смешения реагентов перед вводом их в реакторы [13].

Следует отметить, что число исследований, посвященных изучению собственно процесса перемешивания в статических смесителях, очень невелико. Имеются отдельные работы, посвященные вопросам продольного и обратного перемешивания и измерению функций распределения времени пребывания [30]. В работе [14] визуально изучалось распределение трассера в сечении смесителя. В большинстве случаев, однако, объектом исследования служат гидравлическое сопротивление и теплообмен [15, 31, 32]. Подбор статических смесителей для промышленных установок обычно осуществляется эмпирическим путем.

Устройства для барботажного и газлифтного перемешивания. Перемешивание с помощью газа, чаще всего сжатого воздуха, применяется в ряде важных отраслей

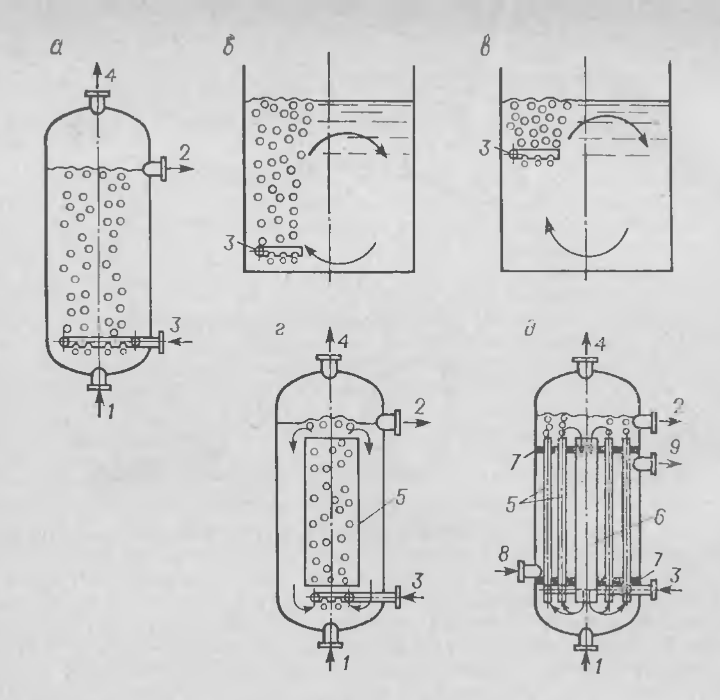


Рис. 14.3. Принципиальные схемы перемешивания с помощью сжатого газа:

а — с центральным барботером; *б* — со смещенным барботером; *в* — с барботером малого погружения; *г* — с газлифтной трубой; *д* — кожухотрубный аппарат с газлифтными трубами и циркуляционной трубой;
1, 2 — вход и выход жидкости; *3, 4* — вход и выход газа; *5* — газлифтная (эрлифтная) труба; *6* — циркуляционная труба; *7* — трубная доска; *8, 9* — вход и выход теплоносителя.

промышленности, например в горнорудной, пищевой и других. В химической промышленности такой способ перемешивания находит применение в тех случаях, когда подача в аппарат большого количества газа связана с особенностями технологического процесса (барботажная полимеризационная аппаратура, аппараты для очистки газов и биологической очистки сточных вод и т. д.). Имеется несколько типовых конструктивных схем аппаратов. Наиболее простая из них реализуется путем распределения газа по всему сечению аппарата посредством газораспределительного устройства (барботера), установленного в придонной части аппарата (рис. 14.3, *а*). Для этих аппаратов характерны относительно невысокие значения приведенной скорости газа (до 0,1 м/с). При малых приведенных скоростях (ниже 0,02 м/с) подъем газа осуществляется главным образом в центральной части аппарата, что приводит к возникновению направленной меридиональной циркуляции. Интенсивность перемешивания при таких режимах определяется [33, 34] скоростью циркуляционного течения и турбулентной диффузией. При приведенных скоростях, превышающих указанные выше, газ распределяется по сечению аппарата более равномерно и основное влияние на интенсивность перемешивания оказывает турбулентная диффузия [35—37].

Для увеличения циркуляционного расхода в ряде случаев газораспределительное устройство устанавливается вблизи стенки аппарата (рис. 14.3, *б*). Такая схема характерна, например, для сооружений биологической очистки сточных вод (аэротенков) [38, 39]. При использовании газа с низким избыточным давлением газораспределительное устройство в аэротенках устанавливается (рис. 14.3, *в*) на небольшой глубине (0,5—1 м).

При рациональном выборе соотношений размеров скорость циркуляционного потока в аппаратах рассматриваемых типов достигает 0,25—0,4 м/с. Для дости-

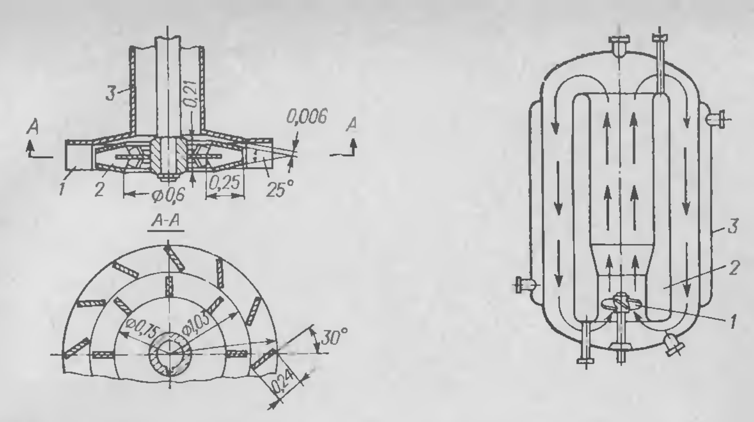


Рис. 14.4. Всасывающая мешалка:

1 — статор; *2* — турбинная мешалка закрытого типа; *3* — всасывающая труба. Линейные размеры приведены в долях от диаметра мешалки.

Рис. 14.5. Схема аппарата с винтовой мешалкой и диффузором:

1 — винтовая мешалка; *2* — диффузор с теплообменной камерой; *3* — рубашка.

жения более высоких скоростей циркуляции применяют газлифтные аппараты (рис. 14.3, *г* и *д*). В тех случаях, когда целью служит только перемешивание и массообмен, используется обычно одна или несколько газлифтных труб большого диаметра (рис. 14.3, *г*).

Для обеспечения отвода или подвода теплоты разработаны [40] кожухотрубные газлифтные аппараты (рис. 14.3, *д*). Предельное значение приведенной скорости газа в газлифтных трубах составляет 2 м/с; скорость циркуляционного течения при этом может достигать 1 м/с [41, 42].

Барботажная и газлифтная аппаратура относится к числу наиболее изученных видов оборудования; методы ее расчета обобщены в ряде специальных монографий [41, 43, 44].

Всасывающие мешалки. Для проведения процессов, связанных с поглощением газов, значительное распространение получили аппараты с перемешивающими устройствами специальной конструкции, обеспечивающей всасывание газа в жидкость из газового пространства аппарата. Одним из вариантов такой конструкции является мешалка с полым валом и трубчатыми лопастями [45]. Другой, более сложный вариант всасывающего устройства состоит из турбинной мешалки и трубы, соединяющей газовую подушку над жидкостью с зоной мешалки. Первой областью применения таких устройств являлись флотационные машины, используемые при обогащении руд в горной промышленности; в настоящее время они используются в аппаратах различного технологического назначения [46—49].

В большинстве случаев всасывающее устройство снабжается турбинной мешалкой закрытого типа, всасывающая труба дополняется (рис. 14.4) пластинчатым направляющим аппаратом (статором). Поскольку глубина размещения всасывающего устройства обычно невелика (0,5—1 м), для обеспечения перемешивания на том же валу устанавливают дополнительную мешалку [39, 49, 50, 51].

Интенсивность массообмена между газом и жидкостью в аппаратах с всасывающими мешалками определяется расходом всасываемого в жидкость газа, а также размерами пузырьков и величиной коэффициента массоотдачи. Исследования этих вопросов были выполнены в работах [46—52]; метод расчета массообмена и мощности, основанный на результатах указанных исследований, изложен в монографии [39].

Аппараты с циркуляционным контуром. Как было отмечено в разделе 1.2, аппараты с экранированным электроприводом обычно снабжаются быстроходной винтовой мешалкой и направляющей трубой (диффузором) [53, 54]. При этом в аппарате (рис. 14.5) создается замкнутый циркуляционный контур, и винтовая мешалка практически служит осевым насосом.

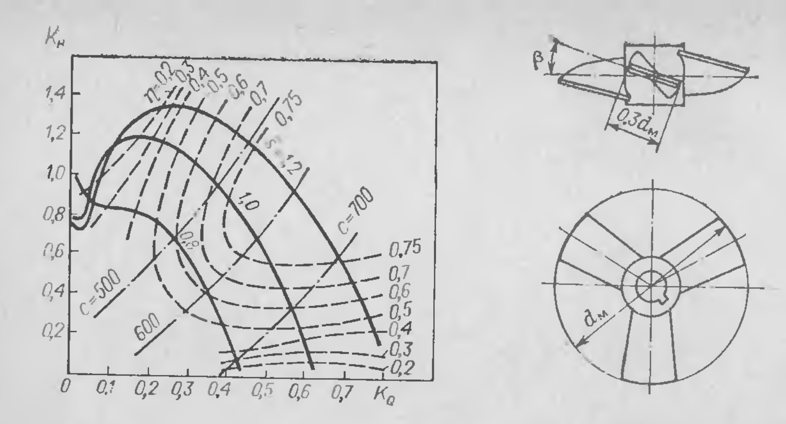


Рис. 14.6. Универсальная характеристика винтовой мешалки (см. рис. 14.7).

Рис. 14.7. Винтовая мешалка с постоянным шагом.

В качестве мешалок в аппаратах рассматриваемого типа длительное время применялись винты с профилированными лопастями [53]. Результаты более поздних исследований [55—57] показали, однако, что в области больших циркуляционных расходов и низких напоров, характерных для аппаратов данной конструкции, совершенство профиля лопастей не оказывает существенного влияния на к. п. д. В связи с этим в настоящее время аппараты с циркуляционным контуром обычно снабжаются трехлопастными мешалками, лопасти которых имеют постоянную толщину и ширину и согнуты по винтовой линии (винты с постоянным шагом) [56—58]. В ряде случаев используются также мешалки с плоскими наклонными лопастями [54]. Гидродинамический расчет аппаратов с циркуляционным контуром принципиально аналогичен расчету осевых насосов. Основой расчета служит [54] универсальная характеристика — диаграмма, по осям которой отложены значения коэффициентов напора (K_H) и подачи (K_Q):

$$K_H = \frac{\Delta p}{\rho n^2 d_м^2}\,; \qquad K_Q = \frac{Q}{n d_м^3} \tag{14.1}$$

где Δp — давление, Па; ρ — плотность жидкости, кг/м³; n — частота вращения мешалки, об/с; $d_М$ — диаметр мешалки, м; Q — объемный расход жидкости, м³/с.

На рис. 14.6 приведены характеристики для трехлопастных винтов (рис. 14.7) с постоянным шаговым отношением $\bar{s} = \mathrm{arctg}\,\beta = s/d_М$, равным 0,8; 1,0 и 1,2. На этой же диаграмме нанесены кривые изменения к. п. д. винта η. Для определения циркуляционного расхода Q, создаваемого данным винтом в контуре данной геометрии, задаются рядом значений K_Q^k и, пользуясь уравнением $\Delta p^k = \sum \zeta_i \frac{\rho v_i^2}{2}$ и справочными данными о гидравлических сопротивлениях (см., например, [59]), определяют значения потери напора, соответствующие каждому значению расхода Q^k и по (14.1) рассчитывают соответствующие значения K_H^k. Далее, нанося точки $\left(K_Q^k,\ K_H^k\right)$ на диаграмму (рис. 14.6), находят точку пересечения кривой $K_H^k = f\left(K_Q^k\right)$ с универсальной характеристикой винта при данном шаговом отношении. По значениям K_Q и K_H, соответствующим этой точке (рабочая точка), рассчитывают истинные значения Q и Δp данного винта в данном контуре. Мощность, потребляемая винтом, определяется как $N = \frac{1}{\eta} Q\,\Delta p$, при этом используется значение к. п. д. η, соответствующее найденной рабочей точке на диаграмме. Одним из условий нормальной работы винта в качестве осевого насоса является [60] условие отсутствия кавитации: $p_{ап} - \Delta p_л \geqslant p_н$. Здесь $p_{ап}$ — рабочее давление в аппа-

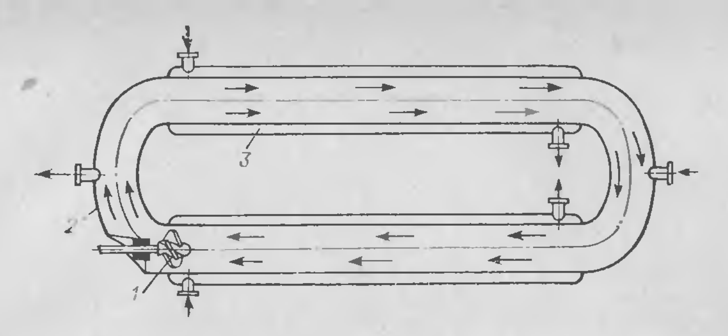


Рис. 14.8. Схема петлевого реактора:
1 — винтовая мешалка (осевой насос); 2 — корпус; 3 — рубашка.

рате, Па; $p_н$ — давление насыщенного пара перемешиваемой жидкости, Па; $\Delta p_л$ — перепад давления на лопастях мешалки, Па;

$$\Delta p_л = 2{,}3\cdot 10^4 \rho \left(\frac{n\sqrt{Q}}{C}\right)^{4/3}$$

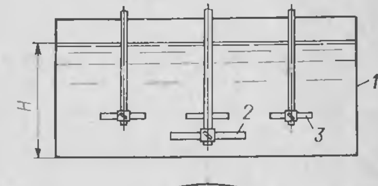
Величина C — кавитационный коэффициент определяется по кривым, приведенным на рис. 14.6.

Аппараты с циркуляционным контуром и экранированным приводом применяются, как правило, для маловязких сред, и данные, приведенные на рис. 14.6, относятся к жидкостям с кинематической вязкостью 10^{-6} м²/с [54].

При наличии в аппарате теплообменных устройств (рубашка, вертикальные трубы в кольцевом канале или циркуляционная труба, выполненная в виде теплообменной камеры) расчет теплоотдачи от перемешиваемой среды проводится по обычным формулам, приведенным в литературе [61]. Метод учета влияния взвешенных частиц и газа при перемешивании двух- и трехфазных систем, аналогичный применяемому для газожидкостных потоков [41], изложен в работе [62].

Наряду с аппаратами с диффузором, известен [63—65] еще один тип аппаратов с замкнутым циркуляционным контуром — так называемые петлевые реакторы (рис. 14.8). Применение таких аппаратов считается целесообразным [65] при проведении реакций с высоким удельным тепловыделением; метод их гидродинамического расчета полностью аналогичен описанному выше применительно к аппаратам с диффузором.

Перемешивающие устройства аппаратов большого объема. При увеличении объема аппаратов с мешалками от 10—20 м³ до 100 м³ наблюдается возрастание отношения высоты аппаратов к их диаметру H/D. Дальнейшее увеличение объема характеризуется обратной тенденцией, для аппаратов объемом 200—300 м³ и более типичными являются соотношения $H/D \approx 0{,}4 \div 0{,}7$ [66, 67]. Диаметр таких аппаратов составляет обычно $\geqslant$8—12 м. Применение традиционной схемы в этих условиях требует использования тихоходных мешалок большого диаметра и приводов с весьма высокими крутящими мо-



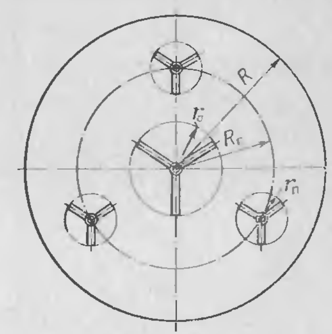


Рис. 14.9. Схема вертикального многоприводного аппарата:
1 — корпус аппарата; 2 — центральная мешалка; 3 — периферийная мешалка.

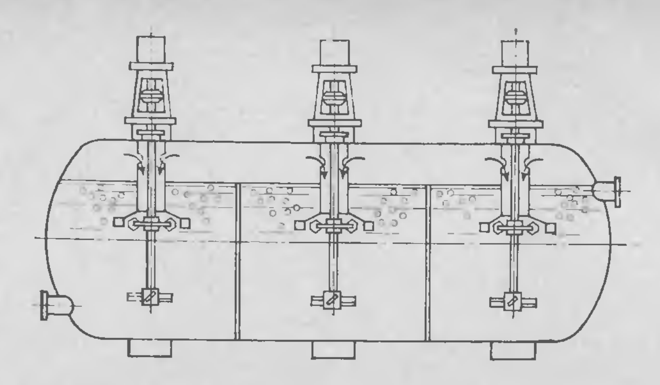


Рис. 14.10. Схема горизонтального многоприводного секционированного аппарата для массообмена в системах газ — жидкость.

ментами (25 000 Н·м и более). Поэтому во многих случаях оказывается рациональным [67] использование многоприводной схемы перемешивания [68—72] (рис. 14.9 и 14.10) или мешалок с шарнирным креплением вала [73, 74] (рис. 14.11).

Характер осредненного течения жидкости в аппаратах с многоприводным перемешивающим устройством, схема которого показана на рис. 14.9, в основных чертах аналогичен характеру течения в аппаратах с одной центрально расположенной мешалкой (см. раздел 2.1). В связи с этим гидродинамический расчет таких аппаратов основывается [75, 76] на описании профиля окружной скорости степенным полиномом (2.1.29). Для определения параметров полинома реальная совокупность мешалок заменяется некоторой «эквивалентной» центрально расположенной мешалкой, которая при том же крутящем моменте обеспечивает идентичный профиль окружной скорости. Радиус «эквивалентной» мешалки: $r_э = 1,25\,(R_п + r_п)$. Частота вращения «эквивалентной» мешалки: $n_э = v/[2\pi R_п\,(1 - 0,62\overline{R}_п^2 + 0,11\overline{R}_п^3)]$, что соответствует значениям параметров распределения скорости $\psi_1 = 0,114$ и $\psi_2 = -0,624$. Здесь $\overline{R}_п = R_п/r_0$; $R_п$ — радиус осей периферийных мешалок, м; r_0, $r_п$ — радиус центральной и периферийной мешалки, м; v — окружная скорость жидкости на радиусе $R_п$, м/с.

Расчет скорости жидкости v на радиусе установки периферийных мешалок основан на принципе сохранения момента, который применительно к данному случаю записывается в виде уравнения баланса крутящего момента, моментов сопротивления корпуса аппарата и периферийных перемешивающих устройств:

$$\left(\rho z_л r_п h_л r_п^2 \zeta_л/8\right)\left(\omega_п^2 r_п^2 + v^2\right) + K_N \rho n^2 d_м^5/(2\pi) =$$
$$= c_f \rho v_{ср}^2 \pi R^3 \gamma/2 + \rho z_л z_п h_л r_п^2 R_п v \omega_п/4 \qquad (14.2)$$

В уравнении (14.2) символы, обозначенные индексом «п», относятся к периферийным мешалкам, без индекса — к центральной мешалке. Обозначения соответствуют использованным в гл. 2.

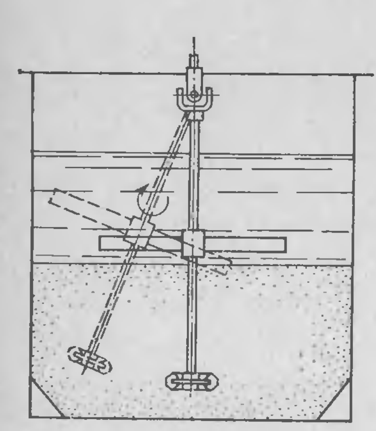


Рис. 14.11. Схема аппарата с шарнирным креплением вала для перемешивания концентрированных суспензий [74].

Значение скорости v на радиусе установки валов перемешивающих устройств связано со средней скоростью соотношением

$$v_{ср} = v r_э^2\,(0,724 + 0,924 \ln \overline{R})/\left[2R_п R\left(1 - 0,624\overline{R}_п^2 + 0,114\overline{R}_п^3\right)\right]$$

Величину c_f в первом приближении можно принять постоянной и равной 0,0045. Значение критерия мощности центральной мешалки K_N в аппаратах рассматриваемой конструкции обычно приближается к его значению в аппаратах с отражательными перегородками.

Методы расчета выравнивания концентраций растворенных веществ, перемешивания суспензий, тепло- и массообмена в аппаратах с многоприводными перемешивающими устройствами принципиально аналогичны рассмотренным в предыдущих главах применительно к аппаратам с мешалками обычных конструкций. При этом значения коэффициентов турбулентной диффузии в центральной и периферийной зонах аппарата определяются по уравнениям [77]

$$D_1 \approx 0,46 r_m^{4/3} \sqrt[3]{\frac{\sum N}{\rho V}}; \qquad D_2 \approx 0,46\,(R - r_m)^{4/3} \sqrt[3]{\frac{\sum N}{\rho V}}$$

где $r_m = R_п + r_п$ — радиус, соответствующий максимуму окружной скорости, м; $\sum N$ — суммарная мощность, потребляемая на перемешивание, Вт; V — объем аппарата, м³.

Циркуляционный расход жидкости q в аппаратах рассматриваемой конструкции с центральной турбинной мешалкой [77] равен: $q \approx 1,4 n d_м^3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Штербачек З., Тауск П.* Перемешивание в химической промышленности. Л.: Госхимиздат, 1963. 416 с.
2. *Ушаков В. Г., Невелич В. В., Васильцов Э. А.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 285—291.
3. *Ушаков В. Г.* — В кн.: Оборудование для синтеза и обработки пластических масс и синтетических каучуков. М.: НИИхиммаш, 1980, с. 3—8.
4. *Городецкий И. Я., Васин А. А., Олевский В. М., Лупанов П. А.* Вибрационные массообменные аппараты. М.: Химия, 1980. 189 с.
5. *Бабинцева Б. Л., Лосик В. И.* — ЖПХ, 1980, т. 53, № 11, с. 2475—2578.
6. *Семенов В. М., Осипов А. В.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 139.
7. *Родионов Е. П., Карпачева С. М., Ревнов В. П.* — В кн.: Разработка и применение пульсационной аппаратуры. М.: Атомиздат, 1974, с. 244—252.
8. *Карпачева С. М., Рагинский Л. С., Муратов В. М.* Основы теории и расчета горизонтальных пульсационных аппаратов и пульсаторов. М.: Атомиздат, 1981. 192 с.
9. *Ямава Синено, Секухин Коре.* — Ford. Ind., 1978, v. 21, № 4, p. 53—66.
10. Пат. 3949970 (США).
11. Пат. 2301281 (Франция).
12. Пат. 2437359 (ФРГ). 2.8.74—5.8.76.
13. Пат. 52-2142, 47-129827 (Япония).
14. *Христофоров Е. И., Богданов В. В., Красовский В. Н.* — ЖПХ, 1979, т. 52, № 10, с. 2389.
15. *Dylag M., Pyc M.* — Inz. i apar. chem., 1980, t. 19, № 4, s. 9—11.
16. *Авербах А. Ю., Муратов О. В.* — ЖПХ, 1983, т. 56, № 3, с. 565.
17. *Osipow S.*, B 01 F 5/06 № 97140, 31.12.75, № 186197, 31.07.78.
18. Пат. 4087862, 735624 (США).
19. Пат. 419318 (США).
20. Пат. 4111402 (США).
21. Пат. 4112520, 670388 (США).
22. Пат. 4135829, 827199 (США).
23. Пат. 4136976, 799483 (США).

24. Пат. 54-18420, 48-121420 (Япония).
25. Static Mixing Offers Low Ontlay and Operating Costs. — Mater. Handl. News (USA) 1977, Sept. 42—43.
26. Статический смеситель для жидкостей «Мид у-но сёрп», 1977, т. 15, № 1, 46—47.
27. Пат. 4027857, 660057 (США).
28. Пат. 2532355 (ФРГ).
29. Пат. 1449480, 59913/73 (Англия).
30. *Giger G. K., Greco A., Richarz W.* — Compnt. Appl. Anal. Chem. Data and Plants. S. 1, s. a. p. 228—233.
31. *Антуфьев В. М., Веденсев В. А.* — Хим. и нефт. машиностр., 1974, № 1, с. 16—18.
32. *Рисович А. И., Соломятин С. Я.* — Изв. вузов. Энергетика, 1979, № 3, с. 64—69.
33. *Дильман В. В., Шульц Э. З.* — ТОХТ, 1968, т. 2, № 1, с. 84—89.
34. *Барабаш В. М., Кокотов Ю. В., Пивоваров М. А.* — Там же, 1981, т. 15, № 5, с. 650—658.
35. *Дильман В. В., Жиляева Т. А.* — Химия и технология топлив и масел, 1965, № 12, с. 36—40.
36. *Тов Б. Г., Брагинский Л. Н., Новичков А. Н., Добросердов Л. Л.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 142—145.
37. *Консетов В. В., Яновский Э. А.* — В кн.: Полимеризационные процессы. Аппаратурное оформление и математическое моделирование. Л.: «Пластполимер», 1976, с. 20—32.
38. *Карелин Я. А., Жуков Д. Д., Журов В. Н. и др.* Очистка производственных сточных вод в аэротенках. М.: Стройиздат, 1973. 223 с.
39. Моделирование аэрационных сооружений для очистки сточных вод/*Брагинский Л. Н., Евилевич М. А., Бегачев В. И., Гордеев Л. С., Барабаш В. М., Меньковский О. Н.* Л.: Химия, 1980. 144 с.
40. *Соколов В. Н., Геллис Ю. К.* — Хим. пром., 1962, № 10, с. 757—761.
41. *Соколов В. Н., Доманский И. В.* Газожидкостные реакторы. Л.: Машиностроение, 1976. 216 с.
42. *Максимова С. С.* — В кн.: Вопросы химии и химической технологии. Харьков: Высшая школа, 1977, вып. 48, с. 124—128.
43. *Кафаров В. В.* Основы массопередачи. М.: Высшая школа, 1979. 439 с.
44. *Шервуд Т., Пигфорд Р., Уилки Ч.* Массопередача/Пер. с англ. под ред. В. А., Малюсова. М.: Химия, 1982. 696 с.
45. *Кафаров В. В., Гольдфарб М. И., Иванова Н. Г.* — Хим. пром., 1954, № 7, с. 452—456.
46. *Зайцев В. А., Куприянов Ю. И., Васильев А. С. и др.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 153—159.
47. *Zundelevich J.* — Am. Inst. Chem. Engng J., 1979, v. 25, № 5, p. 763—773.
48. *Евилевич М. А., Никифоров М. М., Брагинский Л. Н.* — В кн.: Комплексное использование и охрана водных ресурсов. М.: Мин-во мелиорации и водного хоз-ва СССР, 1972, серия И, вып. 3, с. 10—14.
49. *Зайцев В. А., Киприянов Ю. П., Блистанова Т. Д.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 98—99.
50. *Жерновая И. М., Кафаров В. В., Клипиницер В. А.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 145—150.
51. *Клипиницер В. А., Кафаров В. В., Беляков Н. Г.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1976, с. 107—110.
52. *Беляков Н. Г., Клипиницер В. А., Кафаров В. В.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 103—105.
53. *Вишневский Н. Е., Глуханов Н. П., Ковалев И. С.* Машины и аппараты с герметичным электроприводом. Л.: Машиностроение, 1977. 256 с.
54. *Васильцов Э. А., Ушаков В. Г.* Аппараты для перемешивания жидких сред. Л.: Машиностроение, 1979. 277 с.
55. *Серебряков В. С.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 74—78.
56. *Васильцов Э. А., Шихорин В. М.* — В кн.: Лопастные насосы. Л.: Машиностроение, 1975, с. 93—99.

57. *Лосик В. И. и др.* Герметичные аппараты с винтовыми перемешивающими устройствами. Сер. ХМ-1. М.: ЦИНТИхимнефтемаш. 1976. 28 с.
58. Аппараты герметичные с экранированным приводом перемешивающего устройства. Каталог. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1983. 220 с.
59. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Госэнергоиздат, 1970. 464 с.
60. *Папир А. Н.* Осевые насосы водометных движителей. Л.: Судостроение, 1965. 244 с.
61. *Жукаускас А. А.* Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982. 472 с.
62. *Бабинцева Б. Л., Осипов А. В., Савина А. Д.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 263—265.
63. *Потемкин Н. Ф., Лозовский С. З., Степанов В. А.* — Петлевые реакторы. Обзорная информация. Сер. ХМ-1. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1975, с. 24.
64. *Уманский М. П., Сидоров В. М., Добряков В. Н.* — В кн.: Аппаратура с перемешивающимися устройствами. М.: НИИхиммаш, 1978, с. 55—62.
65. *Яновский Э. А., Морозов А. А.* — В кн.: Полимеризационные процессы. Аппаратурное оформление и математическое моделирование. Л.: «Пластполимер», 1976, с. 120—127.
66. *Ушаков В. Г.* — В ки.: Аппаратура с перемешивающими устройствами. М.: НИИхиммаш, 1978, с. 3—12.
67. *Садовский В. Л., Коровкина Г. П.* Аппараты большого объема с механическими перемешивающими устройствами. Обзорная информация. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1981. 28 с.
68. *Мельников В. И.* — В кн.: Обработка жидких сред. М.: НИУИФ, 1969, вып. 211, с. 35—53.
69. *Зайцев В. А., Карасев И. Н., Колдашев А. М. и др.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1973, с. 208—209.
70. *Киселев Ю. В., Мильченко А. И., Коваленко Г. П. и др.* — В кн.: Современные машины и аппараты химических производств. Чимкент: Машиностроение, 1977, т. 2, с. 424—427.
71. *Садовский В. Л., Гершберг И. А.* — В кн.: Аппаратура с перемешивающими устройствами. М.: НИИхиммаш, 1978, с. 23—26.
72. *Садовский В. Л., Соколов В. Н., Бегачев В. И.* — Хим. и нефт. машиностр., 1981, № 10, с. 24—26.
73. *Мильченко А. И. и др.* Аппарат с шарнирно закрепленным перемешивающим устройством. Экспресс-информация. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1976, № 12, с. 9—13.
74. *Сидорович П. А., Шебатин В. Г.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 110—111.
75. *Садовский В. Л., Бегачев В. И.* — В кн.: Оборудование для синтеза и обработки пластических масс и синтетических каучуков. М.: НИИхиммаш, 1980, с. 54—64.
76. *Садовский В. Л., Соколов В. Н., Козлова Е. Г., Брагинский Л. Н.* — В кн.: Теория и практика перемешивания в жидких средах. М.: НИИТЭхим, 1982, с. 3—4.
77. *Садовский В. Л., Барабаш В. М.* — В кн.: Оборудование для синтеза и обработки пластических масс и синтетических каучуков. М.: НИИхиммаш, 1980, с. 65—72.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Леонид Наумович Брагинский
Виталий Иванович Бегачев
Вадим Маркусович Барабаш

ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В ЖИДКИХ СРЕДАХ

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Редактор *Ю. К. Кузнецов*
Техн. редактор *Д. Д. Некрасова*
Переплет художника *Б. Н. Осенчакова*
Корректор *М. З. Басина*

ИБ № 1247

Сдано в набор 12.09.83. Подписано в печать 10.02.84. М-10726.
Формат бумаги 60×90$^1/_{16}$. Бумага тип. № 2. Литературная гарнитура.
Высокая печать. Усл.-печ. л. 21,0. Усл. кр.-отт. 21,0. Уч.-изд. л. 24,75.
Тираж 4 800 экз. Зак. 208. Цена 1 р.60 к. Изд. № 2114.

Ордена «Знак Почета» издательство «Химия», Ленинградское отделение.
191186, г. Ленинград, Д-186, Невский пр., 28

Ленинградская типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
193144, г. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.